الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique & Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Ahmed ZABANA de Relizane
Faculté des Sciences de la nature et de la vie
Département des Sciences Agronomiques.

Exercices corrigés en biostatistiques avec rappel de cours.

Destiné aux étudiants de la 2^{emme} année licence sciences agronomiques (Semestre4)

Préparé par :

D^{r}. SIDI ADDA Mustapha

Maitre de Conférences classe B

Département de sciences agronomiques

- 2025 -

Avant –propos

Ce polycopié d'exercices corrigés en biostatistiques répond au programme officiel du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique. Il est destiné aux étudiants de la deuxième année licence sciences agronomique (2eme semestre) du domaine Sciences de la nature et de la vie. Il constitue un soutien très important dans le domaine de biostatistiques pour les étudiants de sciences agronomique puisqu'il touche une grande partie du domaine.

Ce document couvre l'essentiel des aspects des statistiques. Il est constitué de cinq partie qui s'enchainent comme suit :

Dans la première partie, on étudie les statistiques descriptives, lois de probabilités et on particulier la loi normale en deuxième partie en suite les tests d'hypothèses et l'analyse de la variance en troisième et quatrième parties respectivement, pour qu'on finalise par la corrélation et régression simple en dernière et cinquième partie.

Ces cinq parties sont présentées sous forme des exercices résolus qui peuvent aider le lecteur à mieux comprendre le module.

La rédaction de ce polycopié a été tirée de la documentation existante au niveau de toutes les bibliothèques et les sites Internet.

D^{r}. SIDI ADDA. Mustapha

Sommaire

I. Statistique descriptive

I.1. Rappel de cours

I.1.1. Types de variable statistique :

Variable statistique discrète (discontinue , des valeurs isolées)

- Quantitative
- Qualitative

Variable statistique continue

Fréquence *(f)* : c'es le taux de chance de trouver une t'elle valeur bien déterminée de la variable aléatoire .Par fois la fréquence est remplacée par la probabilité *(p).*

$$f = \frac{n_i}{N}$$

n_i : Effectif ou poids de la i^{eme} valeur du variable

N : Effectif total

I.1.2. Paramètres de position

- **La moyenne :** c'est une moyenne pondérée donnée par la formule suivante ;

$$\boldsymbol{\bar{X} = \frac{\sum_1^k n_i x_i}{\sum_1^k n_i} = \frac{n_1 X_1 + n_2 X_2 + \ \ldots \ldots .. n_k X_k}{N}}$$

Aussi ;

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{k} f_i . x_i$$

- **Le mode (Mo) :** Est la valeur de variable équivalente à la valeur maximale de l'effectif maximal n_{max}
- **La médiane (Me) :** Est une valeur qui sépare la moitié inférieure et la moitié supérieure de la série statistique quantitative ordonnée ou d'une variable aléatoire réelle.

On peut la définir aussi comme la valeur de la variable x qui divise la série en deux partie égales

I.2. Variable statistique discrète.

Exercice 1

Un fabriquant de pièces de rechange, il compte le nombre de défauts sur ***84 pièces*** il a trouvé les résultats suivants; 7*(déf)* 6 9 3 8 5 6 7 7 6 5 8 6 3 6 5 5 8 6 3 3 9 6 5 7 8 6 7 3 5 7 6 6 8 7 5 6 6 7 5 9 3 5 7 6 8 5 3 6 7 7 9 3 6 7 8

X_i							Σ
Effectifs n_i							....
Effectifs cumulé n_c							
Fréquence *fi*							
Fréquence cumulé *fc*							

5 6 7 6 5 8 7 6 6 6 7 5 3 6 3 8 7 6 5 6 7 6 3 7 5 8 6 7

1)- Identifier la population, l'échantillon et la variable statistique X ; Cette variable est de quel type ?

2)-Remplir le tableau.

3)-Calculer les paramètre de position **,Moyenne, Mode, Médiane**

4)- Calculer les paramètre de dispersion **,Variance, Ecart type ,Coefficient de variation**

5)- Calculer les paramètres de forme ,**Coefficient d'asymétrie** et le **Coefficient d'aplatissement.**

<u>Solution :</u>

1)- La population est la totalité des pièces de l'usine et l'échantillon est représenté par les 84 pièces, comme la variable statistique est le nombre de défauts, est une variable discrète (discontinue) quantitative car les valeurs sont isolées indépendantes bien définie il n'existe pas des valeurs intermédiaires entre deux valeurs.

2- L'effectif total de l'échantillon N (Taille de la série) est N=11+15+25+19+10+4= 84

X_i	3	5	6	7	8	9	Σ
Effectifs n_i	11	15	25	19	10	4	84
Effectifs cumulé n_c	11	26	51	70	80	84	
Fréquence *fi*	0,13	0,18	0,30	0,23	0,12	0.05	1
Fréquence cumulé *fc*	0,13	0,31	0,51	0,84	0,96	1	

X_i	3	5	6	7	8	9	Σ
Effectifs n_i	11	15	25	19	10	4	84
Effectifs cumulé n_c	11	26	51	70	80	84	
Fréquence *fi*	0,13	0,18	0,30	0,23	0,12	0.05	1
Fréquence cumulé *fc*	0,13	0,31	0,51	0,84	0,96	1	

3- Calcul des paramètres de position : Moyenne, Mode, Médiane ;

a- La moyenne

$$\overline{X} = \frac{\sum_1^6 n_i x_i}{\sum_1^6 n_i} = \frac{n_1X_1+n_2X_2+ \ \ldots\ldots n_6X_6}{N} = \frac{11*3+15*5+25*6+19*7+10*8+4*9}{84}$$

$$\overline{X} = 6,037$$

b- Le Mode;

Le mode est la valeur de X équivalente a l'effectif maximal $M_o=X_{(n\ max)}$

n_{max}= 25 Mo=6

c- La médiane;

N=84 ……donc N paire

N/2=84/2=42 ....X_1=6

(N/2)+1=(84/2) +1=43 ....X_2=6

$\Rightarrow$ $M_e=(X_1+X_2)/2=$ **6**

4- Paramètres de dispersion.

a- La variance ;

Méthode1:

$$Var = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots\ldots n_k (x_k - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_k}$$

$$Var = \frac{\begin{array}{c} 11.(3-6.037)^2 + 15.(5-6.037)^2 + 25.(6-6.037)^2 + \\ 19.(7-6.037)^2 + 10.(8-6.037)^2 + 4.(9-6.037)^2 \end{array}}{84}$$

Var= 2,48

Méthode2:

$$Var = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

$$\overline{X^2} = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i X_i^2}{N} = \frac{n_1 X_1^2 + n_2 X_2^2 + n_3 X_3^2 + n_4 X_4^2 + n_5 X_5^2 + n_6 X_6^2}{N}$$

$$\overline{X^2} = \frac{11 * 9 + 15 * 25 + 25 * 36 + 19 * 49 + 10 * 64 + 4 * 81}{84} = \frac{3269}{84}$$

$$= 38{,}91$$

$$Var = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 38{,}91 - (6{,}037)^2 \approx 2{,}48$$

b- L'écart type;

$$\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{2{,}48} = 1{,}57$$

c- Coefficient de variation;

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1{,}57}{6{,}037} = 0{,}26$$

Cv>0,33................Série a forte dispersion

Cv=0,33................Dispersion équilibrée ou moyenne

Cv<0,33................Dispersion faible

5- Calcul des paramètres de forme, Coefficient d'asymétrie et le Coefficient d'aplatissement.

Xi	3	5	6	7	8	9	Σ	Σ/N
Ni	11	15	25	19	10	4	84	
ni . Xi	33	75	150	133	80	36	507	$\overline{X} = 6.04$
ni .(xi-moy) ^{2}	101.66	16.22	0.04	17.51	38.42	35.05	208.89	M2=2.49
ni .(xi-moy)^3	-309.04	-16.87	0.00	16.81	75.30	103.74	-130.07	M3=-1.55
ni .(xi-moy) ^{4}	939.48	17.55	0.00	16.14	147.58	307.06	1427.81	M4=17.00

Pour réaliser ce calcul il faux calculer les moments M_2, M_3, M_4

$$\boldsymbol{M_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \overline{x})^2}{N} = Var}$$

$$\boldsymbol{M_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \overline{x})^3}{N}, M_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \overline{x})^4}{N}}$$

$\bar{x}$: moyenne

Coefficient d'asymetrie C_s :

$C_s=M_3/(M_2)^{3/2}=-1,55/(2,49)^{3/2}=-0,39<0$

Donc on a une asymétrie gauche de la série.

a- Coefficient d'aplatissement C_k (Kurtosis):

$C_k=M_3/(M_2)^{3/2}=-1,55/(2,49)^{3/2}=-0,39<0$

Don la série présente une Aplatissement faible (Platikurtique)

I.3. Variable statistique continue

Exercice2 : Dans la série statistique suivante la variable aléatoire X représente le taux de glycémie dans le sang d'un échantillon de 120 personnes prise au hasard.

X(glc g/l)	[0,8-0,85[	[0,85-0,90[	[0,90-1[	[1- 1,10[	[1,10-1,15[	[1,15,1,18[	[1,18,1,20[	[1,2-1,30[
N^{br} de personnes	3	7	19	32	23	17	12	7

1) Compléter le tableau par l'amplitude ***a*** (étendu) la fréquence ***fi***, la densité d'effectif, la densité de fréquence $\boldsymbol{d_f}$ et la fréquence cumulée $\boldsymbol{f_c}$

2) Tracer l'histogramme de cette série statistique et calculez le mode et la médiane.

3)- Quelle est la probabilité d'avoir une valeur de *x* appartient à une classe de la série ; Tracez le graphique de la fonction de densité.

4)-Calculer la probabilité cumulative pour chaque classe ; sa signifié quoi ?

5)-Tracer la fonction de répartition.

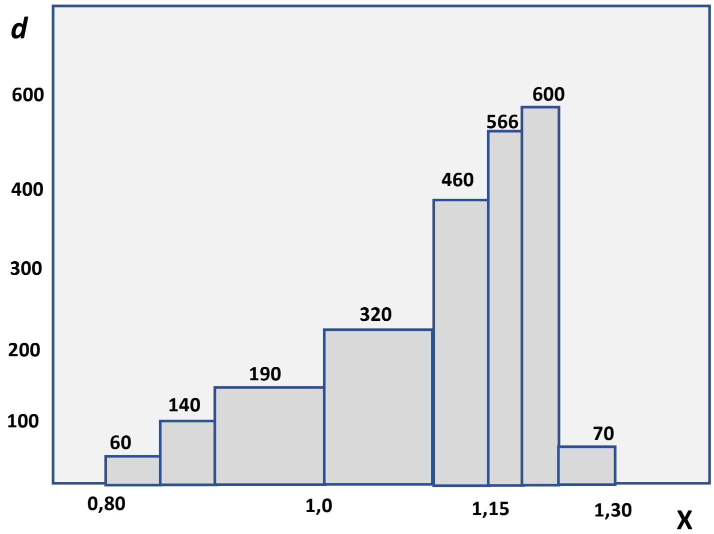
6)-Calculer P(X<1,18) , P(0,9≤X<1,2) ,P(X≥1,10).

Solution:

1- Tableau des paramètres statistiques.

Glycémie X (g/l)	[0,8-0,85[	[0,85-0,90[	[0,90-1[	[1- 1,10[	[1,10-1,15[	[1,15,1,18[	[1,18,1,20[	[1,2-1,30[	Somme
Nbre de Personnes	3	7	19	32	23	17	12	7	120
Cente de classe	0.825	0.875	0.95	1.05	1.125	1.165	1.19	1.25	
Etendu	0.05	0.05	0.1	0.1	0.05	0.03	0.02	0.1	0.5
Fréquence fi	0.0250	0.0583	0.1583	0.2667	0.1917	0.1417	0.1000	0.0583	1
Densité d'effectif	60.0	140.0	190.0	320.0	460.0	566.7	600.0	70.0	
Densité de fréquence	0.50	1.17	1.58	2.67	3.83	4.72	5.00	0.58	
Effectif cumulé	3	10	29	61	84	101	113	120	
Fréquence cumulée	0.025	0.083	0.242	0.508	0.700	0.842	0.942	1.000	

2- Histogramme de la série

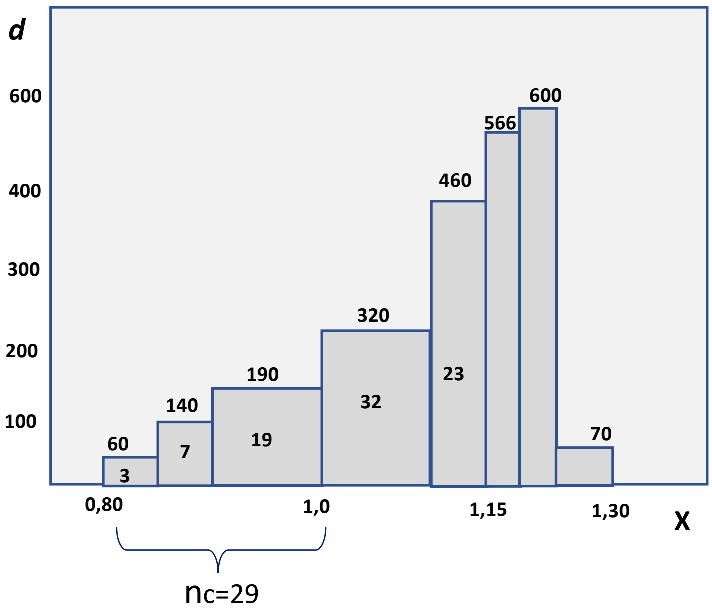


Histogramme de la série

La médiane; Me est la valeur de x équivalente a 50% des valeurs ou la valeur de x qui divise la série en deux partie égale

$$\frac{N}{2} = \frac{120}{2} = 60 = 29+31$$

$n_{c3}=29$



s=31=d₄.e →→e=31/d₃=31/320=0,096

Donc Me=1,0+0,096=1,096 g/l

- Le mode : dans une série statistique a caractère continue le mode est la valeur de X correspondant à la densité maximale.

$$d_{max} = 600 \quad \longrightarrow classe\ modale\ \ [1{,}18; 1{,}20[$$

$$M_o = X_{mod} = X_{min} + \Delta \qquad X_{min} = 1{,}18$$

$$\Delta = \frac{d_1}{d_1 + d_2} a \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow a = 1{,}20 - 1{,}18 = 0{,}02$$

$$d_1 = 600 - 566{,}7 = 33{,}3 \qquad d_2 = 600 - 70 = 530$$

$$\Delta = \frac{33,3}{33,3 + 530} .0,02 = 0,0012$$

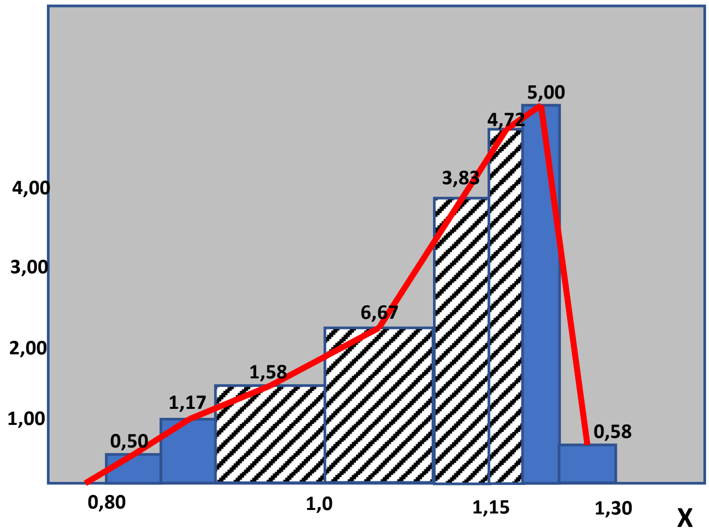
$$Mo = 1,18 + 0,0012 = 1,1812 g/l$$

3) La probabilité demandée (p_i) est égale à la fréquence (f_i)

Exemple; la probabilité d'avoir une valeur entre 1,10 et 1,15 **1,10<x<1,15**

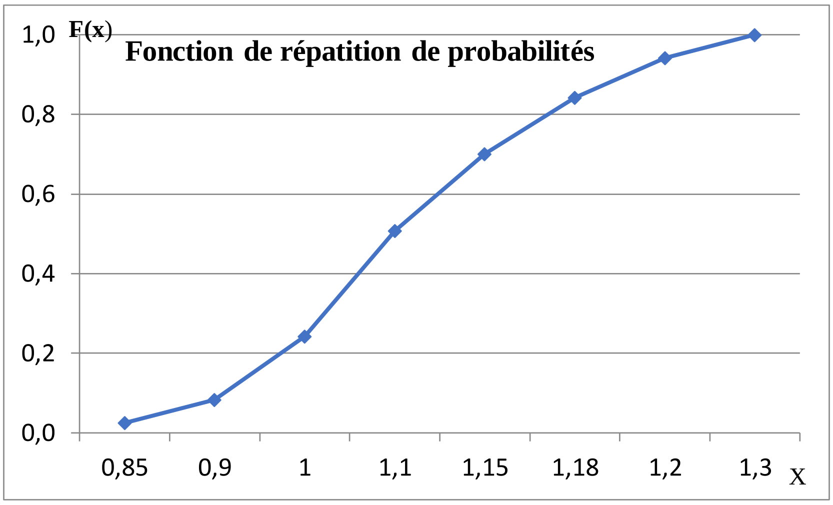
égale a la fréquence f_5=0,1917 =$P_{(1,10<x<1,15)}$

-La fonction de densité **f(x)** dans ce cas est la densité de fréquence .



4- La probabilité cumulative est égale **la fréquence cumulative** calculé dans le tableau précédent. Cette probabilité représente la fonction de répartition de probabilité F(x)

5- La courbe de la fonction de répartition **a la même forme que la courbe des effectifs cumulés**



6- $P(x<1,18)=F(1,18)=0,842$ (du tableau ou du graphe) c'es la surface des colonnes 1+2+3+4+5+6

$P(0,9\leq x<1,20)= F(1,20)-F(0,9)=0,942-0,083=0,859$ (cette probabilité est représenté par la surface des colonnes hachurées dans l'histogramme)

$P(x\geq 1,10)=1-F(1,10)=1-0,508=0,492$ (c'es la surface des colonnes 7+8)

Exercice 3:

Dans la série statistique suivante la variable aléatoire X représente la production laitière mensuelle de 130 vaches dans une ferme pilote.

X(litre/mois)	[400-450[	[450-500[	[500-540[	[540- 560[	[560-600[	[600,650[
N^{br} de vaches	15	20	25	30	23	17

1)-Calculer la probabilité cumulative pour chaque classe ; sa signifié quoi ?

2)-Tracer la fonction de répartition.

3)-Calculer $P(X<540)$, $P(500\leq X<600)$,$P(X\geq 540)$.

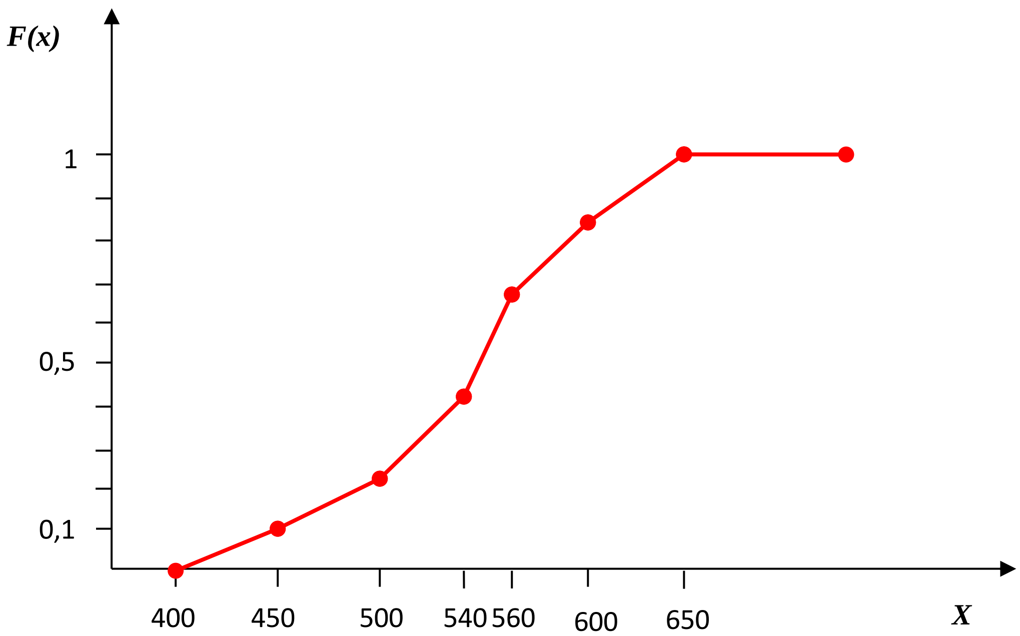
Solution :

Exercice1:

La probabilité cumulative égale a la fréquence cumulée la raison pour laquelle qu'on va créer le tableau suivant ;

X(litre/mois)	[400-450[	[450-500[	[500-540[	[540- 560[	[560-600[	[600,650[
N^{br} de vaches $\boldsymbol{n_i}$	15	20	25	30	23	17
Fréquence ou prob $\boldsymbol{p_i}$	0.115	0.154	0.192	0.231	0.177	0.131
Densité de prob *f(x) =p/a*	0.0023	0.0031	0.6250	1.5000	0.5750	0.0026
Probabilité cumulée ***F(x)***	0.115	0.269	0.462	0.692	0.869	1.000

Cette probabilité cumulative représente la fonction de répartition $F(X_0)$



$P(x<540)=F(540)= P(x\epsilon[400\text{-}450[\ )+ P(x\epsilon[450\text{-}500[\ )+ P(x\epsilon[500\text{-}540[\ )$

$=(15/130)+(20/130)+(25/130)=f_1+f_2+f_3=0{,}462$ *(du tableau ou de la courbe)*

$P(500\leq x<600)$ *[est de la forme* $P(a<x<b)=P(x<b)-P(x<a)$*]*

$=P(x<600)-P(x<500)= F(600)-F(500)=0{,}869-0{,}269=0{,}600$

$P(x\geq 540)=1-F(540)=1-0{,}462=0{,}538$

II. Lois de probabilités (Loi normale de Gauss)

II.1. Rappels de cours

II.1.1. La densité de probabilité c'est une fonction qui associé à chaque valeur de variable aléatoire X une **probabilité unitaire** d'avoir cette valeur.

On notes ; ***f(x₀)=dₚ(x=x₀)***

II.1.1. Fonction de répartition : est la fonction F qui à tout réel x associé $F(x_0)=P(X\leq x_0)$ c.a.d la probabilité d'avoir une valeur inférieur ou égale x_0 on notes ;

$$\boldsymbol{F(x_0) = \sum_{i=1}^{x_0} f_i(x)\Delta x_i}$$

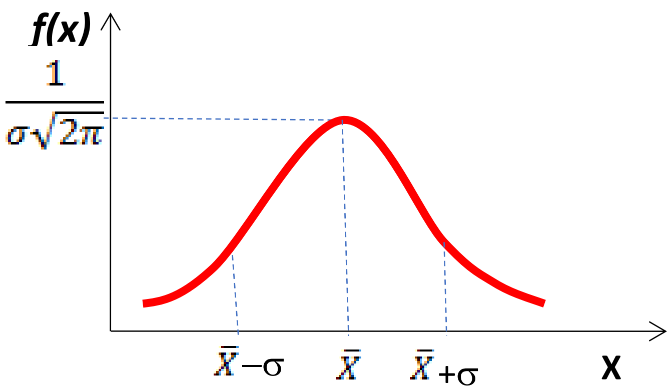
Ou ; $\boldsymbol{F(x) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x)dx}$

II.1.3. Loi normale (de Gauss) : Est exprimée par une fonction de densité de probabilité théorique caractérisé par ;

- La loi continue la plus connue
- A une importance considérable en statistique
- Est caractérisée par 2 paramètres la moyenne et l'écart type s on notes N(,s^2)
- La fonction de densité de probabilité sous la forme suivante ;

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

La densité de probabilité est représentée par le graphe suivant ;

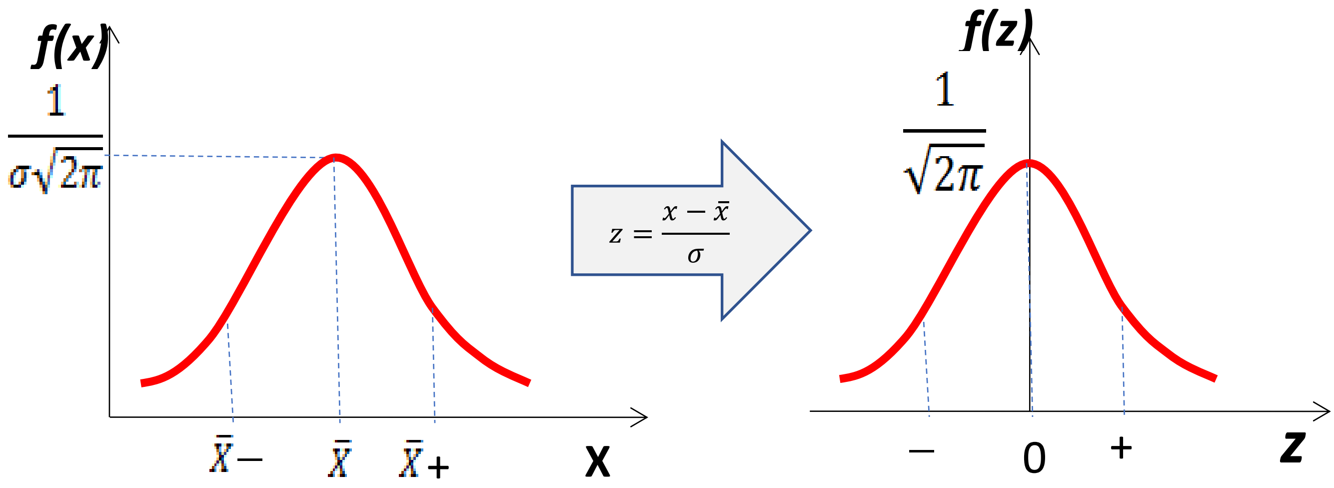


II.1.4. Loi normale centrée réduite.

Si x suit une loi normale $N(\bar{x}\ ,\sigma^2)$,alors par démonstration

$\frac{x-\bar{x}}{\sigma}$, suit une loi normale N (0,1)

On appelle le paramètre $z = \frac{x-\bar{x}}{\sigma}$ la variable réduite de x.



Exercice1:

-Soit Z la variable réduite de la loi normale Gaussiene; Calculer se qui suit :

P(Z<1,53) , P(Z>1,3) , P(Z<-1,25) , P(Z<-0,75), P(Z>1,15), P(Z>-1,15) , P(-0,75<Z<1,53).

-Calculer Z pour les valeurs de la fonction de répartition suivantes: F(z)=0,7967 ,F(z)=0,8078 ,F(z)=0,1469.

<u>Solution :</u>

Pour résoudre cet exercice il faut savoir;

-que la table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite ne donne que des valeurs de F>0,5(voir Annexe, Table2)

-Pour déterminer F a l'aide de la table il faut que Z>0 (+)

- Pour calculer la probabilité P il faut écrire P en fonction de F (F est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite**)** P(Z<Z_0) = F(Z_0) il faut que je trouve le signe (<) inférieur et Z positif (+) si non, je dois transformer la probabilité pour avoir la forme P(Z<Z_0).

P(Z<1,53)=F(1,53) ; donc du tableau de loi normale centrée réduite 1,53=1,5 +0,03 (voir Annexe, Table 2) F(1,53) =0,9370.

Table 1 . Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	$\boxed{0,9370}$	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706

P(Z>1,3) = 1-P(Z<11,3)= 1-F(1,3)= 1- 0,9032= 0,0968

P(Z<-1,25) (j'ai une valeur négative) =1-P(Z<│-1,25│)=1-P(Z<1,25)=1-F(1,25)→ du tableau F(1,25) =0,8944

1-0,8944= **0,1056**

P(Z>1,15)=1-P(Z<1,15)=1-F(1,15)….de la table F(1,15)=0,8749

1-0,8749=0,1251 =12,51%.

P(Z>-1,15)=1-P(Z<-1,15)=1-[1-P(Z<│-1,15│)]=P(Z<1,15)=F(1,15) du tableau…=0,8749.

P(-0,75<Z<1,53)=P(Z<1,53)-P(Z<-0,75) sous forme P(a<Z<b)=P(Z<b)-P(Z<a).

F(z)=0,7967 de la table Z=0,83

F(z)=0,8078 de la table Z=0,87

F(z)=0,1469 ce chiffre n'existe pas sur la table de la loi normale <0,5 (valeur min de F est 0,5000 équivalente a z=0 sur le tableau F(z)=0,1469 <0 ,5 donc automatiquement Z<0

⇒F(│z│)=1- 0,1469=0,8531

du tableau $\Rightarrow$ $|Z|$=1,05 donc Z=-1,05.

Exercice2:

La production laitière annuelle en litres des vaches laitières de la race FFPN peut être modélisée par une variable aléatoire X, de loi normale de moyenne μ = 6000 et d'écart-type σ = 400.
a- Calculer la probabilité qu'une vache quelconque de cette race produise moins de 5800 litres par an.
b- Calculer la probabilité qu'une vache quelconque de cette race produise entre 5900 et 6100 litres de lait par an.
c-Calculer la probabilité qu'une vache quelconque de cette race produise plus de 6300 litres par an.

<u>Solution :</u>

1)- $P(X < 5800) = P\left(\frac{X-\bar{X}}{\sigma} < \frac{5800-\bar{X}}{\sigma}\right) = P(z < (\frac{5800-6000}{400})$

$P(Z < -0,5) = P(Z > 0,5) = 1 - P(Z < 0,5)$

P(Z<0,5) =F(0,5)

De la table de loi normale centrée réduite , la valeur de F(0,5) est de 0,6915

Donc $P(Z < -0,5) = 1 - 0,6916 = 0,3084$

Donc , la probabilité qu'une vache quelconque de cette race produise moins de 5800 litres par an est de 0,3084

2)- $P(5900 < X < 6100) = P\left(\frac{5900-\bar{X}}{\sigma} < \frac{X-\bar{X}}{\sigma} < \frac{6100-\bar{X}}{\sigma}\right)$

$$= P(\frac{5900-6000}{\sigma} < z < (\frac{6100-6000}{400})$$

$$P(-0.25 < Z < 0,25) = P(Z < 0,25) - P(Z < -0.25)$$

$$= P(Z < 0,25) - [1 - P(Z < 0,25)]$$

$$= 2P(Z < 0,25) - 1$$

P(Z<0,25) =F(0,25)

De la table de loi normale centrée réduite 'Annexe, Table2), la valeur de F(0,25) est de 0,5987

Donc $P(-0.25 < Z < 0,25) = 2 * 0,5987 - 1 = 0,1974$

Donc , la probabilité qu'une vache quelconque de cette race produise entre 5900 et 6100 par an est de 0,1974 soit 19,74%

3)- $P(X > 6300) = P\left(\frac{X-\bar{X}}{\sigma} > \frac{6300-\bar{X}}{\sigma}\right) = P(z > (\frac{6300-6000}{400})$

$$P(Z > 0{,}75) = 1 - P(Z < 0{,}75)$$

P(Z<0,75) =F(0,75)

De la table de loi normale centrée réduite , la valeur de F(0,75) est de 0,7734

Donc $P(Z > 0{,}75) = 1 - 0{,}7734 = 0{,}2266$

Donc , la probabilité qu'une vache quelconque de cette race produise plus de 6300 litres par an est de 0,2266 soit 22,66%.

Exercice 3:

Dans un champ d'orangers la production fruitière des arbres suit une loi normale $N(\bar{X}, \sigma^2)$. Admettant que : 52% ont une production inférieure à 52 kg ; 10% ont une production supérieure à 70 kg.

1. Calculer les deux paramètres : moyenne $\boldsymbol{\bar{X}}$ et écart type $\boldsymbol{\sigma}$
2. Quelle est le nombre d'oranger qu'il faut prévoir examiner dans 1000 orangers, si la production normale minimale d'un oranger de cette variété est de 35 kg ?

1- Si X est de moyenne m et d'écart-type σ alors $\boldsymbol{z = \frac{X-\bar{X}}{\sigma}}$ suit une loi centrée réduite. Donc

52%ont une production inférieure à 52 kg →→ ***P(X <52)* =0,52**

$$\boldsymbol{P(X < 52) = P\left(\frac{X-\bar{X},}{\sigma} < \frac{52-\bar{X},}{\sigma}\right) = P\left(z < \frac{52-\bar{X}}{\sigma}\right)}.$$

Donc $\boldsymbol{P\left(z < \frac{52-\bar{X},}{\sigma}\right) = 0,52}$ **ou z est la variable réduite de la loi normale** $\boldsymbol{z = \frac{X-\bar{X},}{\sigma}}$

Or on peut lire dans la table de Gauss **F(0,05) =0,5199≈0,52**. Donc $\boldsymbol{\frac{52-\bar{X}}{\sigma} = 0,05}$

De même,

- si ***P(X >70)* =0,10** On a $\boldsymbol{P(X < 70) = 1 - P(X > 70)}$

$\boldsymbol{P(X < 70) = 1 - 0,1 = 0,9}$

$\boldsymbol{P\left(\frac{X-\bar{X}}{\sigma} < \frac{70-\bar{X}}{\sigma}\right) = P\left(z < \frac{70-\bar{X}}{\sigma}\right)}.$

Donc $\boldsymbol{P\left(z < \frac{70-\bar{X},}{\sigma}\right) = 0,9}$ et l'on peut lire de même **F(1,28) =0.8997≈0,9.**

Donc $\boldsymbol{\frac{70-\bar{X}}{\sigma} = 1,28}$

Pour trouver $\bar{X}$et $\boldsymbol{\sigma}$ il suffit de résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathbf{52} - \bar{X}}{\boldsymbol{\sigma}} = 0,05 \\ \dfrac{\mathbf{70} - \bar{X}}{\boldsymbol{\sigma}} = 1,28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 52 - \bar{X} = 0,05\sigma \\ 70 - \bar{X} = 1,28\sigma \end{cases}$$

$$52-70 = 0,05\sigma - 1,28\sigma \Rightarrow 1,23\sigma = 18$$

$$\Rightarrow \sigma = 14,63$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 52 - 0,05\,.14,63$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 51,27kg$$

2- Alors, le taux d'oranger qu'il faut prévoir examiner est ;

$$\boldsymbol{P(X < 35) = P\left(\frac{X-\bar{X}}{\sigma} < \frac{35-\bar{X}}{\sigma}\right) = P\left(z < \frac{35-51,27}{14,63}\right) = P(z < -1,11)}$$

$$\boldsymbol{P(z < -1,11) = 1 - P(z < +1,11)}$$

on peut lire dans la table de Gauss F(1,11)=0,8665

$$\boldsymbol{P(z < -1,11) = 1 - 0.8665 = 0,1335 = 13,35}\%$$

Donc le nombre d'oranger qu'il faut prévoir examiner est ;

n=0,1335 . 1000 =134 arbres

III. Testes d’hypothèses

III.1.Teste de conformité (Adéquation ou ajustement)

Exercice 01

Le tableau suivant donne une distribution réelle de la production laitière mensuelle de 72 vaches soumis dans les mêmes conditions, on veut vérifier si cette répartition est similaire à une distribution d'une loi de probabilité ω.

Production laitière X(kg/an)	[400-500[	[500-600[	[600-650[	[650- 700[	[700-850]
Nombre de vache réel	8	17	20	18	9
Nombre de vache par loi ω	7,04	18.36	22,84	16,56	7,2

1- Quel test qu'on peut l'utiliser ?
2- Faire ce test au niveau α=5%.

<u>Solution :</u>

Le test qu'on doit l'utiliser est le test de **conformité** ou **d'adéquation** aussi on peut l'appeler test **d'ajustement.**

<u>Application :</u>

Production laitière X(kg/an)	[400-500[	[500-600[	[600-650[	[650- 700[	[700-850]
Nombre de vache réel	8	17	20	18	9
Nombre de vache par loi normale	7,04	18.36	22,84	16,56	7,2

H_0 : La distribution observée est ajustée (similaire) à la distribution thorique.

H_1 : La distribution observée s'ajuste pas à la distribution thorique.

O_i : Valeurs observé.

C_i : Valeurs théorique ou calculées dans notre cas est les valeurs obtenues par la loi ω.

$$\chi^2_{ob} = \sum_{j=1} \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

$$= \frac{(8-7{,}04)^2}{7{,}04} + \frac{(17-18{,}36)^2}{18{,}36} + \frac{(20-22{,}84)^2}{22{,}84} + \frac{(18-16{,}56)^2}{16{,}56} + \frac{(9-7{,}2)^2}{7{,}2}$$

$$\boldsymbol{\chi^2_{ob} = 1,16}$$

De la table de la loi de **χ**² (Annexe, Table 4) $\boldsymbol{\chi^2_{théo\,(4,0,05)} = 9,488}$

Table 2. Table de la loi de χ²

ddl \ q	0,005	0,01	0,02	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995
p	0,995	0,99	0,98	0,975	0,95	0,9	0,1	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	0,00004	0,0002	0,001	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	5,412	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,040	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	7,824	9,210	10,60
3	0,072	0,115	0,185	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	9,837	11,34	12,84
4	0,207	0,297	0,429	0,484	0,711	1,064	7,779	$\boxed{9,488}$	11,14	11,67	13,28	14,86
5	0,412	0,554	0,752	0,831	1,145	1,610	9,236	11,07	12,83	13,39	15,09	16,75
6	0,676	0,872	1,134	1,237	1,635	2,204	10,64	12,59	14,45	15,03	16,81	18,55
7	0,989	1,239	1,564	1,690	2,167	2,833	12,02	14,07	16,01	16,62	18,48	20,28
8	1,344	1,646	2,032	2,180	2,733	3,490	13,36	15,51	17,53	18,17	20,09	21,95

$$\boldsymbol{\chi^2_{ob} = 1,16 < \chi^2_{théo\,(4,0,05)} = 9,488}$$

Donc la distribution observée s'ajuste avec la distribution de la loi ω

Exercice 02

Le tableau suivant donne une distribution réelle de la production laitière mensuelle de 72 vaches soumises aux mêmes conditions, on veut vérifier si cette répartition est adéquate à une distribution de la loi normale $N(\bar{X}, \sigma^2)$ ou $\bar{X}\ et\ \sigma$ sont respectivement la moyenne et l'écart type de la population.

Production laitière X(l/an)	[400-500[	[500-600[	[600-650[	[650- 700[	[700-850]
Nombre de vache réel	8	17	20	18	9
Probabilité de la loi normale		0,255	0 ,330	0 ,230	0,100
Nombre de vache par loi normale	6,12	………	……..	……...	……….

1- Quel test peut-on utiliser ?
2- Appliquer ce test au niveau α=5%.

Solution :

1- Le test qu'on doit l'utiliser est le test de conformité ou d'adéquation ou d'ajustement.

Production laitière X(kg/an)	[400-500[	[500-600[	[600-650[	[650- 700[	[700-850]
Nombre de vache réel	8	17	20	18	9
Probabilité de la loi normale		0,255	0 ,33	0 ,23	0,1
Nombre de vache par loi normale	**6,12**	**…18,36……**	**23 ,76..**	**16,56...**	**…7,2…….**

H_0 : La distribution observée est ajustée à la distribution thorique.

H_1 : La distribution observée s'ajuste pas à la distribution thorique.

$$\chi^2_{ob} = \sum_{j=1} \frac{\left(O_{ij} - C_{ij}\right)^2}{C_{ij}}$$

$$= \frac{(8-6{,}12)^2}{6.12} + \frac{(17-18{,}36)^2}{18{,}36} + \frac{(20-23{,}76)^2}{23{,}76} + \frac{(18-16{,}56)^2}{16{,}56} + \frac{(9-7{,}2)^2}{7{,}2}$$

$$\boldsymbol{\chi^2_{ob} = 1{,}85}$$

De la table de la loi du χ^2 (Annexe, Table 4) $\boldsymbol{\chi^2_{th\acute{e}o\,(4,0,05)} = 9{,}488}$

$$\boldsymbol{\chi^2_{ob} = 1{,}85 < \chi^2_{th\acute{e}o\,(4,0,05)} = 9{,}488}$$

Donc la distribution observée s'ajuste avec la distribution de la loi normale

III.2. Test d'indépendance

Exercice03 :

Un propriétaire de 2159 orangers répartie sur trois (03) champs, veut vérifier si la production des orangers est en relation avec le type du champ ou non.

Production (kg) / Champs	[100-120[	[120-150[	[150-180[	[180- 200[	[200-220]
Champ1	25	42	123	73	18

Champ2	63	110	321	191	44
Champ3	98	183	508	290	70

1- Quel test doit-on appliquer ?

2- Faire un calcule et aider ce propriétaire dans sa vérification pour un niveau α=5%.

Solution :

1. Le test qu'on doit appliquer est le test d'indépendance
2. Application du test

Hypothèses

H0 : Les variables sont indépendantes
H1 : Les variables sont dépendantes

Tableau de contingence:

Production (kg) / Champs	[100-120[	[120-150[	[150-180[	[180- 200[	[200-220[	Σ
Champ1	25	42	123	73	18	**281**
Champ2	63	110	321	191	44	**729**
Champ3	98	183	508	290	70	**1149**
Σ	**186**	**335**	**952**	**554**	**132**	**2159,00**

Calcul théorique

$$n_{ij} = \frac{n_{Ti.} \cdot n_{.Tj}}{N}$$

n_{ij} : La valeur théorique de la cellule *i,j* pour que les deux variable soient indépendante .

Production (kg) / Champs	[100-120[	[120-150[	[150-180[	[180- 200[	[200-220]	Σ
Champ1	**=(281x186)/2159= 24,21**	**43,60**	**123,91**	**72,10**	**17,18**	281
Champ2	**62,80**	**113,11**	**321,45**	**187,06**	**44,57**	729
Champ3	**98,99**	**178,28**	**506,65**	**294,83**	**70,25**	1149
Σ	186	335	952	554	132	2159,00

n_{Ti} : La somme de la ligne *i*

n_{Tj} : La somme de colonne *j*

$$\chi^2_{ob} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}\frac{(O_{ij}-T_{ij})^2}{T_{ij}}$$

$$= \frac{(25-24{,}21)^2}{24{,}21} + \frac{(42-43{,}60)^2}{43{,}60} + \frac{(123-123{,}91)^2}{123{,}91} \dots\dots\dots \frac{(63-62{,}80)^2}{62{,}80} + \frac{(110-113{,}11)^2}{113{,}11} + \cdots\dots.\frac{(98-98{,}99)^2}{98{,}99} + \cdots\dots.\frac{(70-70{,}25)^2}{70{,}25}$$

$$\chi^2_{ob} = 0{,}537$$

α=0,05 ddl =4x2⇒ $\chi^2_{8;0,05} = 15{,}51$

$$\boxed{\chi^2_{ob} < \chi^2_{thé}}$$

Donc on accepte H_0, c.a.d les deux variables sont indépendantes a un niveau 5%.

Ce qui veut dire que la production n’a pas de relation avec le type de champ.

III.3. Test d'homogénéité

Exercice04

On veut comparer la répartition des moyennes des étudiants pour trois facultés ST, Sciences humaines et Droit dans l'université de Relizane. Les résultats obtenus pour quatre classes de moyennes sont représentés dans le tableau suivant ;

Moy / *Faculté*	*0-5*	*5-10*	*10-15*	*15-20*
ST	*95*	*142*	*63*	*5*
S. Humaines	*102*	*210*	*85*	*4*
Droit	*150*	*234*	*125*	*12*

On veut vérifier si la répartition des moyennes est semblable entre les facultés au niveau α=5%

Remarque : On doit appliquer ici un test d'homogénéité c.à.d. si les trois échantillons sont de la même population ou non. Dans ce cas le calcul se fait de la même manière que le test d'indépendance de l'exercice précédent.

III.3. Test de deux pourcentages.

Exercice05.

Une race de souris présente des tumeurs spontanées avec taux connu de p_0=15% dans une expérience portant sur 70 souris, on observe 13 atteintes.

Vérifier si la différence entre le pourcentage p_0 et le pourcentage observé est significative a un seuil de signification α =5%.

Solution

H_o : La différence n'est pas significative entre P_{ob} et P_o .

H_o : La différence est significative entre P_{ob} et P_o.

Le pourcentage observé est de ;

$$\boldsymbol{P_{ob} = \frac{14}{70} = 0,20 = 20\%}$$

$$\boldsymbol{\epsilon = \frac{|P_{ob} - P_o|}{\sqrt{\frac{P_o q_o}{100}}}} \quad \textbf{avec } \mathbf{q_o=1-P_o}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\epsilon} = \frac{\boldsymbol{|0,20 - 0,15|}}{\sqrt{\frac{\boldsymbol{0,15\,.\,0,75}}{\boldsymbol{100}}}} = \boldsymbol{1,50}$$

α=5%=0,05 donc la probilité au non dépassement est P= 1- α/2=1-0,05/2=0,975 et de la table de la loi normale centrée réduite on trouve Z=1,96 .

ε= 1,5 < 1,96 donc on accepte H_o c.a.d la différence n'est pas significative entre P_{ob} et P_o

III.3. Test de deux moyennes.

Exercice 06.

Une machine de production des boites de galettes est mentionnée sur son catalogue qu'elle fabrique en moyenne des boites de 150g de moyenne avec un ecart type de 15g. La mesure du poids de 80 boites a donné une moyenne de 143g .

- Vérifier si la moyenne observée est compatible de c'elle mentionnée sur le catalogue a un seuil de signification α =5%.

Solution

H_o : La différence n'est pas significative entre de l'échantillon $\bar{X}$ et la moyenne théorique μ .

H_o : La différence est significative entre de l'échantillon $\bar{X}$ et la moyenne théorique μ.

La moyenne de l'échantillon est de $\bar{X} = 143g$ et de la population $\mu = 150g$

$$t = \frac{|\bar{X} - \mu|}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} = \frac{143 - 150}{\frac{15}{\sqrt{80}}} = 4{,}17$$

α=5%=0,05 donc la probilité au non dépassement est P= 1- α/2=1-0,05/2=0,975 et de la table de la loi normale centrée réduite on trouve Z=1,96 .

t=4,17 > 1,96 donc on accepte H_o c.a.d la différence n'est pas significative entre la moyenne de l'échantillon $\bar{X}$ et la moyenne théorique de la population μ.

IV. L’analyse de la variance (ANOVA)

IV.1. ANOVA un (1) seul facteur

Exercice 01

40 arbres fruitiers situés dans les mèmes conditions sont divisés on 4 groupes de 10, chaque groupe est alimenté par un type d'engrais différent des autres.

La somme des écarts carrés intragroupes est SEC_R (intra)=734,8 et les moyenne de chaque groupe sont respectivement $\bar{X}_1 = 37{,}5$, $\bar{X}_2 = 38{,}6$, $\bar{X}_3 = 36{,}3$, $\bar{X}_4 = 39{,}2$.

- Faire une analyse de la variance pour juger si l'engrais a un effet sur cette distribution ou non.

Solution :

Exercice1.

- Le test qu'on doit l'appliquer est l'analyse de la variance ANOVA

La somme des écarts carrés intragroupes

$$SEC_{intra} = SEC_R = 734{,}8$$

La somme des écarts carrés inter-groupes

$$\begin{aligned} SEC_{inter} &= SEC_f \\ &= 5\sum_{j=1}^{4}\left(\bar{X}_j - \bar{X}_G\right)^2 \\ &= 5.\left[(37{,}5-37{,}9)^2 + (38{,}6-37{,}9)^2 + (36{,}3-37{,}9)^2 + (39{,}2-37{,}9)^2\right] \end{aligned}$$

$$SEC_{inter} = 24{,}5$$

ddl_f ou ddl_{inter}=n-1=4-1=3

n **:** nombre de groupes

ddl_R ou ddl_{intra}=n.m-n=4 . 10 -4 =36

n **:** nombre de groupes

m **:** nombre de des valeurs par groupes.

$$F_{cal} = \frac{\frac{SEC_{inter}}{ddl_f}}{\frac{SEC_{intra}}{ddl_R}} \frac{\frac{24,5}{3}}{\frac{734,8}{36}} = 0,4$$

Utilisant la table de Fisher Snedecor (p=0,05) on trouve $F_{théo}$ a l'aide du ddl_f =3et ddl_R =36

On trouve **$F_{théo}$=2,87**

Table3. Table de Fisher-Snedecor (p=0,05)

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	22	24	25
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	2,04	2,01	1,99	1,96	1,93	1,91	1,89	1,88
31	4,16	3,30	2,91	2,68	2,52	2,41	2,32	2,25	2,20	2,15	2,11	2,08	2,05	2,03	2,00	1,98	1,95	1,92	1,90	1,88	1,87
32	4,15	3,29	2,90	2,67	2,51	2,40	2,31	2,24	2,19	2,14	2,10	2,07	2,04	2,01	1,99	1,97	1,94	1,91	1,88	1,86	1,85
33	4,14	3,28	2,89	2,66	2,50	2,39	2,30	2,23	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	2,00	1,98	1,96	1,93	1,90	1,87	1,85	1,84
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,29	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05	2,02	1,99	1,97	1,95	1,92	1,89	1,86	1,84	1,83
35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,11	2,07	2,04	2,01	1,99	1,96	1,94	1,91	1,88	1,85	1,83	1,82
36	4,11	3,26	$\boxed{2,87}$	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,11	2,07	2,03	2,00	1,98	1,95	1,93	1,90	1,87	1,85	1,82	1,81
37	4,11	3,25	2,86	2,63	2,47	2,36	2,27	2,20	2,14	2,10	2,06	2,02	2,00	1,97	1,95	1,93	1,89	1,86	1,84	1,82	1,81
38	4,10	3,24	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,96	1,94	1,92	1,88	1,85	1,83	1,81	1,80
39	4,09	3,24	2,85	2,61	2,46	2,34	2,26	2,19	2,13	2,08	2,04	2,01	1,98	1,95	1,93	1,91	1,88	1,85	1,82	1,80	1,79
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00	1,97	1,95	1,92	1,90	1,87	1,84	1,81	1,79	1,78
41	4,08	3,23	2,83	2,60	2,44	2,33	2,24	2,17	2,12	2,07	2,03	2,00	1,97	1,94	1,92	1,90	1,86	1,83	1,81	1,79	1,78

F_{cal}=0,4<$F_{théo}$=2,87 c.a.d les moyennes des groupes sont significativement égales donc l'engrais n'a pas d'effet sur la production.

Exercice 02

Le tableau suivant présente des mesures de la hauteur (en mm) de 20 unités d'une plante **X,** réparties en quatre groupes, implantées dans quatre milieux différents, on désire comparer ces données pour connaître si le changement des milieux a un effet sur cette distribution ou non**.**

Hauteur (mm)			
Groupe 1	**Groupe 2**	**Groupe 3**	**Groupe 4**
133	149	120	124
116	140	108	113
92	109	88	130
98	117	123	122
126	111	138	125

1. Brièvement, donnez les différentes étapes avec formules d'une analyse de la variance.

2. Appliquer cette analyse sur les quatre groupes avec un seuil de signification α =0,05=5%, quel est votre conclusion ?

<u>Solution</u>

Exercice 02.

1- Description de la méthode

La somme des écarts carrés intragroupes

$$SEC_{intra} = SEC_R = \sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{5}\left(X_{ij} - X_{.j}\right)^2$$

ddl_R ou ddl_{intra}=n.m-n=4 . 5 -4 =16

La somme des écarts carrés inter groupes

$$SEC_{inter} = SEC_f = 5\sum_{j=1}^{4}\left(\bar{X}_j - \bar{X}_G\right)^2$$

***ddl_f* ou *ddl_{inter}*=n-1=3**

$$F_{cal} = \frac{\frac{SEC_{inter}}{ddl_f}}{\frac{SEC_{intra}}{ddl_R}}$$

Utulisant la table de Fisher Snedecor (p=0,05) on trouve $F_{théo}$ a l'aide du ddl_E et ddl_R

Si $F_{cal}<F_{théo}$ donc les moyenne des échantillons sont significativement égales a la moyenne de la population.

Milieu 1	Milieu 2	Milieu 3	Milieu 4
133	149	120	124
116	140	108	113
92	109	88	130
98	117	123	122
126	111	138	125

$\bar{X}_1 = 113$	$\bar{X}_2 = 125,20$	$\bar{X}_3 = 115,40$	$\bar{X}_4 = 122,80$

2-Application de l'analyse de la variance (ANOVA)

Calcule des moyennes de chaque groupe.

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_{ij}}{5}$$

$$\bar{X}_1 = 113, \quad \bar{X}_2 = 125{,}20, \bar{X}_3 = 115{,}40, \qquad \bar{X}_4 = 122{,}80$$

$$\bar{X}_G = \frac{\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{5} x_{ij}}{20} = \frac{\sum_{1=1}^{4} x_{.j}}{4} = \frac{113 + 125{,}20 + 115{,}40 + 122{,}80}{4}$$

$(x\text{-moy}_1)^2$	$(x\text{-moy}_2)^2$	$(x\text{-moy}_3)^2$	$(x\text{-moy}_4)^2$
400	566,44	21,16	1,44
9	219,04	54,76	96,04
441	262,44	750,76	51,84
225	67,24	57,76	0,64
169	201,64	510,76	4,84

- **La somme des écarts carrés intragroupes**

$$SEC_{intra} = SEC_R = \sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{5}\left(X_{ij} - X_{.j}\right)^2$$

$=[(133-113)^2+(116-113)^2+\ldots..(126-113)^2]+[(149-125,20)^2+(140-125,20)^2+\ldots..(111-125,20)^2]+\ldots\ldots[(124-122,8)^2+\ldots.(125-122,80)^2]$

$$= (400 + 9 + \cdots .169) + (566{,}44 + 219{,}04 + \cdots 201{,}64) + (21{,}16 + \cdots 510{,}76) + (1{,}44 + \cdots + 4{,}84)$$

$$SEC_{intra} = SEC_R = 4110{,}80$$

- **La somme des écarts carrés inter groupes**

$$\boldsymbol{SEC_{inter} = SEC_f = 5\sum_{j=1}^{4}\left(\bar{X}_j - \bar{X}_G\right)^2}$$

$$= \mathbf{5}.\left[(\mathbf{113} - \mathbf{119,10})^2 + (\mathbf{125,20} - \mathbf{119,10})^2 + (\mathbf{115,40} - \mathbf{119,10})^2 + (\mathbf{122,80} - \mathbf{119,10})^2\right]$$

$$\boldsymbol{SEC_{inter} = SEC_f = 509}$$

$SEC_{intra} = SEC_R = 4110{,}80$ ……………. $ddl_R = 4.5 - 4 = 20 - 4 = 16$

$SEC_{inter} = SEC_f = 509$ ………………….. $ddl_f = 4 - 1 = 3$

$$F_{cal} = \frac{\frac{SEC_{inter}}{ddl_f}}{\frac{SEC_{intra}}{ddl_R}} = \frac{\frac{509}{3}}{\frac{4110{,}80}{16}} = 0{,}66$$

- En utilisant la table de Fisher Snedecor (p=0,05) (Annexe) on trouve $F_{théo}=3{,}24$
- Donc $F_{cal}=0{,}66<F_{théo}=3{,}24$ c.a.d les moyennes des groupes sont significativement égales
- Donc ; le changement de milieu n'a pas d'effet sur la distribution de la taille des plantes

IV.2. ANOVA deux (2) facteurs.

Exercice.

Le tableau suivant présente la concentration en mg/l d'une substance chimique dans 16 échantillons de solution pris des mêmes conditions et soumis après sous deux températures différentes au cours de quatre jours.

	Jours			
Température	J1	J2	J3	J4
	3,58	3,5	3,48	3,54
25 °C	3,48	3,44	3,52	3,6
	3,55	3,55	3,59	3,63
40 °C	3,58	3,63	3,57	3,6

- Utilisant l'analyse de la variance (ANOVA) a deux facteurs, testez l'effet des deux paramètres jours et température sur la concentration de la substance chimique.

Solution

	Jours(b))				
Température (a)	J1	J2	J3	J4	
	3,58	3,50	3,48	3,54	
25 °C	3,48	3,44	3,52	3,6	$\bar{X}$ Ligne 1
$\bar{X}$	**3,53**	**3,47**	**3,5**	**3,57**	3,518
	3,55	3,55	3,59	3,63	
40 °C	3,58	3,63	3,57	3,60	$\bar{X}$ Ligne 2
$\bar{X}$	**3,565**	**3,59**	**3,58**	**3,615**	3,588
	$\bar{X}$ col1	$\bar{X}$ col2	$\bar{X}$ col3	$\bar{X}$ col4	Moy Gle
	3,548	3,530	3,540	3,593	3,552

1- La somme des écarts carrés totaux

$$SEC_T = \sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\left(X_{kij} - \bar{X}_G\right)^2$$

SEC_T = [(3,58-3,552)²+(3,48-3,552)²+ (3,50-3,552)²+(3,44- 3,552)²…

…… (3,63-3,552)²+(3,60-3,552)²] =0,047.

ddl_T=N-1=16-1=15

2- La somme des écarts carrés pour le facteur *a*

$$SEC_a = KJ\sum_{j=1}^{2}(\bar{X}_{i*} - \bar{X}_G)^2$$

$SEC_a = 2 . 4.$ [(3,518-3,552)²+(3,588-3,552)²] =0,0196

ddl_a=I-1=2-1=1

$$SEC_b = KI \sum_{j=1}^{4} \left(\bar{X}_{*j} - \bar{X}_G\right)^2$$

ddl_b=J-1=4-1=3

$SEC_b = 2\,.\,2.$ [(3,548-3,552)²+(3,530-3,552)²+ (3,540-3,552)²+(3,593-3,552)²] =0,00915.

3- La somme des écarts carrés pour les deux facteurs *a et b*

$$SEC_{ab} = K\,.\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{2}\left(\bar{X}_{*ij} - \bar{X}_{i*} - \bar{X}_{*j} + \bar{X}_G\right)^2$$

$SEC_{ab} = 2\,.$ [(3,53 −3,518-3,548+3,552)²+ (3,47 −3,518-3,530+3,552)² ….

….+ (3,58 −3,588-3,544+3,552)²+ (3,615 −3,588-3,593+3,552)²]

$SEC_{ab} = 0{,}0045$

ddl_b=(J-1) .(I-1) =(4-1) (2-1)=3

4- La somme des écart carrés résiduelle.

SEC_r= SEC_T-(SEC_a+ SEC_b+ SEC_{ab})

SEC_r= 0,047-(0,0196+0.00915+0,0045)

SEC_r= 0,0137

ddl_b=J . I . (K-1)=4 . 2 .(2-1)=8

Récapitulative :

Pmtrs / Facteurs	**SEC**	**DDL**	**Coef de Fisher observé**
Facteur *a*	**0,0196**	**1**	**11,44**
Facteur *b*	**0,00915**	**3**	**1,78**
Facteur *ab*	**0,00445**	**3**	**0,86**
Résiduel	**0,0137**	8	

$F_{obs(a)}$*=11,44 >* $F_{(1,8)}$*=5,32*, donc le facteur ***a*** (température) a un effet significative sur la distribution de la variable.

$F_{obs(b)}$*=1,78 <* $F_{(3,8)}$*=4,07*, donc le facteur ***b*** (jours) n'a pas d'effet significative sur la distribution de la variable.

$F_{obs(a,b)}$*=0,86 <* $F_{(3,8)}$*=4,07*, donc l'interaction des deux facteurs ***a et b*** (jours) n'a pas d'effet significative sur la distribution de la variable.

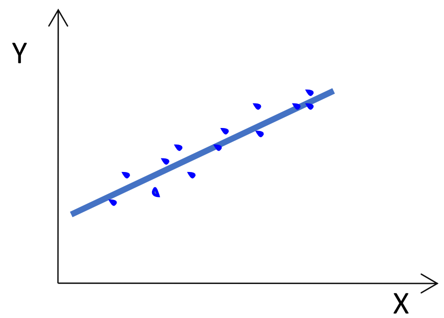
V. Corrélation et régression simple.

V.1. Rappels de cours

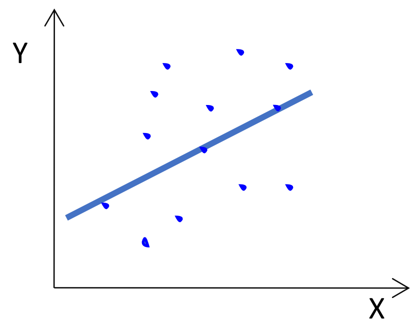
La régression est une méthode a pour objet d'étudier la relation ou la liaison (corrélation) entre deux ou plusieurs variables pour un même individu.

Exemple:(X=taille, Y=poids).

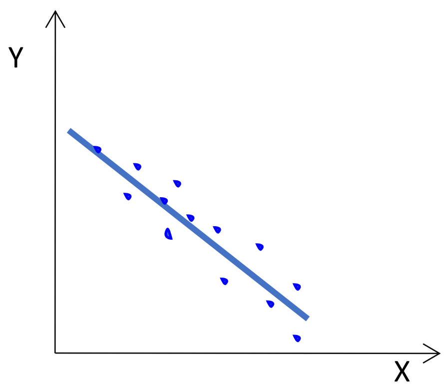
(X=tension artérielle, Y=l'âge).



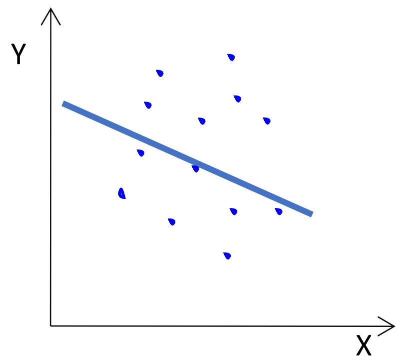
Bonne corrélation (forte dépendance)



Faible corrélation (faible dépendance ou Independence)



Bonne corrélation négative (r (-) →-1)



Faible corrélation négative (r(-) →0)

La Covariance *Cov* : Indique la dépendance entre deux ou plusieurs variables ;

Est donnée par la formule ;

$$Cov_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{9}(x_i - \overline{x}).(Y_i - \overline{Y})}{N}$$

$\overline{x}$ et $\overline{Y}$ **:** Sont respectivement les moyennes des variable *x* et *Y*

Aussi la covariance est calculée par une autre formule extraite de la première exprimé somme suit ;

$$Cov_{xy} = \overline{XY} - \overline{X}\,\overline{Y}$$

Cov=0 **……. Y et X sont indépendants**

Cov≠0 **……. Y et X sont dépendants**

Coefficient de corrélation r ; est calculé par la formule suivante.

$$r = \frac{cov_{x,y}}{\sqrt{Var_x Var_y}}$$

- **r →1 ………..Liaison forte positive**
- **r →0,7 (r^2=0,5)………..Liaison moyenne positive**
- **r →0 ………..Liaison faible**
- **r →-1 ………..Liaison forte négative**
- **r →-0,7 (r^2=0,5)……..Liaison moyenne négative**

Exercice 1.

Dans la série statistique suivante **Y** représente la tension artérielle d'une personne exposée a plusieurs milieux, dont le taux d'humidité définie par la variable X.

1)- Calculer **Var(x) ,Var(Y), Cov(x,y)** et le coefficient de corrélation **r**.

2)-Donner l'équation de la droite de régression ***Y=aX+b***.

3)-Tracer le nuage de points (Xi,Yi) et la droite de régression.

Xi %	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
Yi	12,1	12,4	12,75	13,1	13 ,5	13 ,9	14,15	14,4	15	15,7	16

Solution :

	X (%)	Y (mm_{Hg})	$(X\text{-}moy_x)^2$	$(Y\text{-}moy_y)^2$	$(X\text{-}moy_x) * (Y\text{-}moy_y)$
	20	12,10	625,00	3,24	45,25
	25	12,40	400,00	2,25	30,20
	30	12,75	225,00	1,32	17,40
	35	13,10	100,00	0,64	8,10
	40	13,50	25,00	0,16	2,05
	45	13,90	0,00	0,00	0,00
	50	14,15	25,00	0,06	1,20
	55	14,40	100,00	0,25	4,90
	60	15,00	225,00	1,21	16,35
	65	15,70	400,00	3,24	35,80
	70	16,00	625,00	4,41	52,25
Somme	**495**	**153,00**	**2750**	**16,79**	**213,50**
Moy=Som/11	**45**	**13,91**	**250,00**	**1,53**	**19,41**

$$\boldsymbol{\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{11} x_i}{N} = \frac{20+25+\cdots..65+70}{11}} = \mathbf{45\ \%}$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{11} Y_i}{N} = \frac{12{,}10+12{,}40+\cdots..15{,}70+16{,}00}{11} \quad = \mathbf{13{,}91\ mm_{Hg}}$$

$$Var_x = \frac{\sum_{i=1}^{11}(x_i-\bar{x})^2}{N} = \frac{(20-45)^2+(25-45)^2+\cdots..(65-45)^2+(70-45)^2}{9}$$

$$Var_x = 250$$

Une deuxième formule peut l'utiliser est de la forme $\boldsymbol{Var = \overline{x^2} - (\overline{x})^2}$

X^2	400	625	900	1225	1600	2025	2500	3025	3600	4225	4900	Σ=25025

$$\boldsymbol{\overline{X^2} = 2275}$$

$$Var_Y = \frac{\sum_{i=1}^{11}(Y_i-\bar{Y})^2}{N}$$

$$= \frac{(12{,}10-13{,}91)^2+(12{,}40-13{,}91)^2+\cdots..(15{,}70-13{,}91)^2+(16-13{,}91)^2}{9}$$

$$Var_y = 1{,}53$$

Une deuxième formule peut l'utiliser est de la forme $\boldsymbol{Var = \overline{Y^2} - (\overline{Y})^2}$

$$\boldsymbol{Cov_{xy}} = \frac{\sum_{i=1}^{9}(\boldsymbol{x_i} - \boldsymbol{\bar{x}}).(\boldsymbol{Y_i} - \boldsymbol{\bar{Y}})}{\boldsymbol{N}}$$

$$= \frac{\mathbf{(20-45)\quad(42-13,91)+(25-45)\quad(12,40-13,91)+\cdots..+(70-45)\quad(16-13,91)}}{\mathbf{9}}$$

$\boldsymbol{Cov_{xy}} = \mathbf{19,41}$ **…………..**il existe une relation entre X et Y (les variable sont dépendent)

Une deuxième formule peut l'utiliser est de la forme $\boldsymbol{Cov_{xy}} = \boldsymbol{\overline{XY}} - \boldsymbol{\bar{X}}\ \boldsymbol{\bar{Y}}$

Coefficient de corrélation r.

$r = \frac{cov_{x,y}}{\sqrt{Var_x Var_y}} = \frac{19,41}{\sqrt{250\ .\ 1,53}} = -0,99$ **(Une forte corrélation positive)**

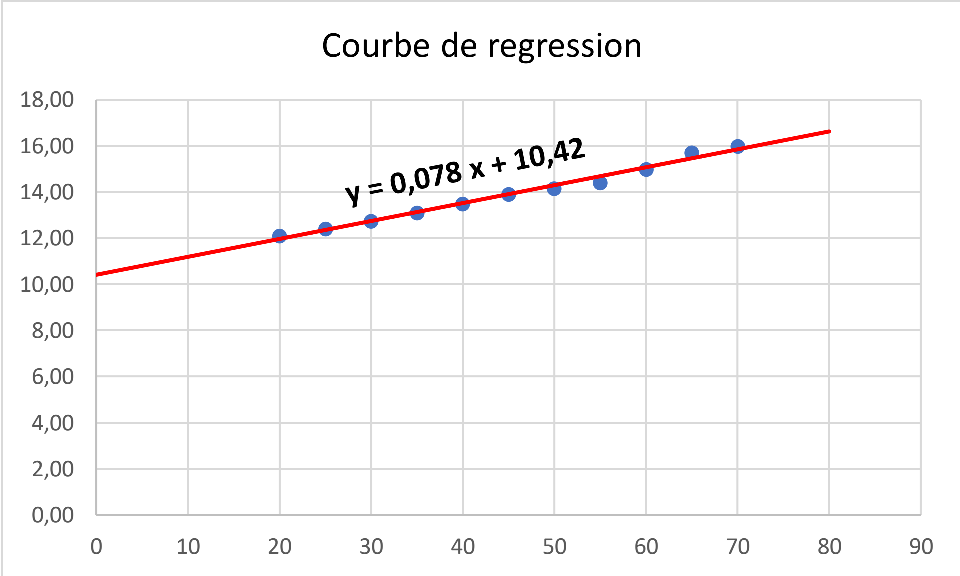
L'équation de la droite de régression.

Y=aX+b

$$a = \frac{cov_{x,y}}{Var_y} = \frac{0,99}{250} = 0,078$$

$\bar{Y} = a\bar{X} + b \Rightarrow b = \bar{Y} - a\bar{X} \Rightarrow b = 13,91 - 0,078\ .45 \Rightarrow b = 10,42$

$Y = 0,078\ X + 10,42$



Exercice 2.

Dans la série statistique suivante **X** représente la consommation journalière totale des vaches en aliment dans une ferme à différentes températures **Y**.

X(q)	113	132	170	225	298	336	150	249	273
Y(C°)	42	38	32	23	15	8,5	36	20	18

1)- Calculer les moyennes $\overline{\boldsymbol{X}}$ $et\overline{\boldsymbol{Y}}$, les variances **Var(x)** **,Var(Y),** la covariance **Cov(x,y)** et le coefficient de corrélation **r**.

2)-Donner l'équation de la droite de régression ***X=aY+b***.

3)-Tracer le nuage (***X*** en fonction de Y) et la droite de régression ***X=aY+b***.

Solution :

1-

Calcul de $\overline{\boldsymbol{X}}$ $et\overline{\boldsymbol{Y}}$:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{9} x_i}{N} = \frac{113+132+\cdots..249+273}{9} = 216{,}22 \text{ q}$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{9} Y_i}{N} = \frac{42+38+\cdots..20+18}{9}$$ =25,83 C°

Calcul des variances.

$$Var_x = \frac{\sum_{i=1}^{9}(x_i - \overline{x})^2}{N}$$
$$= \frac{(113-216,22)^2 + (132-216,22)^2 + \cdots..(249-216,22)^2 + (273-216,22)^2}{9}$$

$$Var_x = 5519,95$$

$$Var_Y = \frac{\sum_{i=1}^{9}(Y_i - \overline{Y})^2}{N}$$
$$= \frac{(42-25,83)^2 + (38-25,83)^2 + \cdots..(20-25,83)^2 + (18-25,83)^2}{9}$$

$$Var_y = 119,11$$

Calcul de la covariance.

$$Cov_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{9}(x_i - \overline{x}).(Y_i - \overline{Y})}{N}$$
$$= \frac{(113-216,22)\quad(42-25,83) + (132-216,22)\quad(38-25,83) + \cdots.. +(273-216,22)\quad(18-25,83)}{9}$$

$Cov_{xy} = -808,30$ …………..il existe une relation entre X et Y (les variable sont dépendent)

Coefficient de corrélation r.

$r = \frac{cov_{x,y}}{\sqrt{Var_x Var_y}} = \frac{-808,30}{\sqrt{5519,95\ .\ 119,11}} = -0,997$ (Une forte corrélation négative)

2- L'équation de la droite de régression.

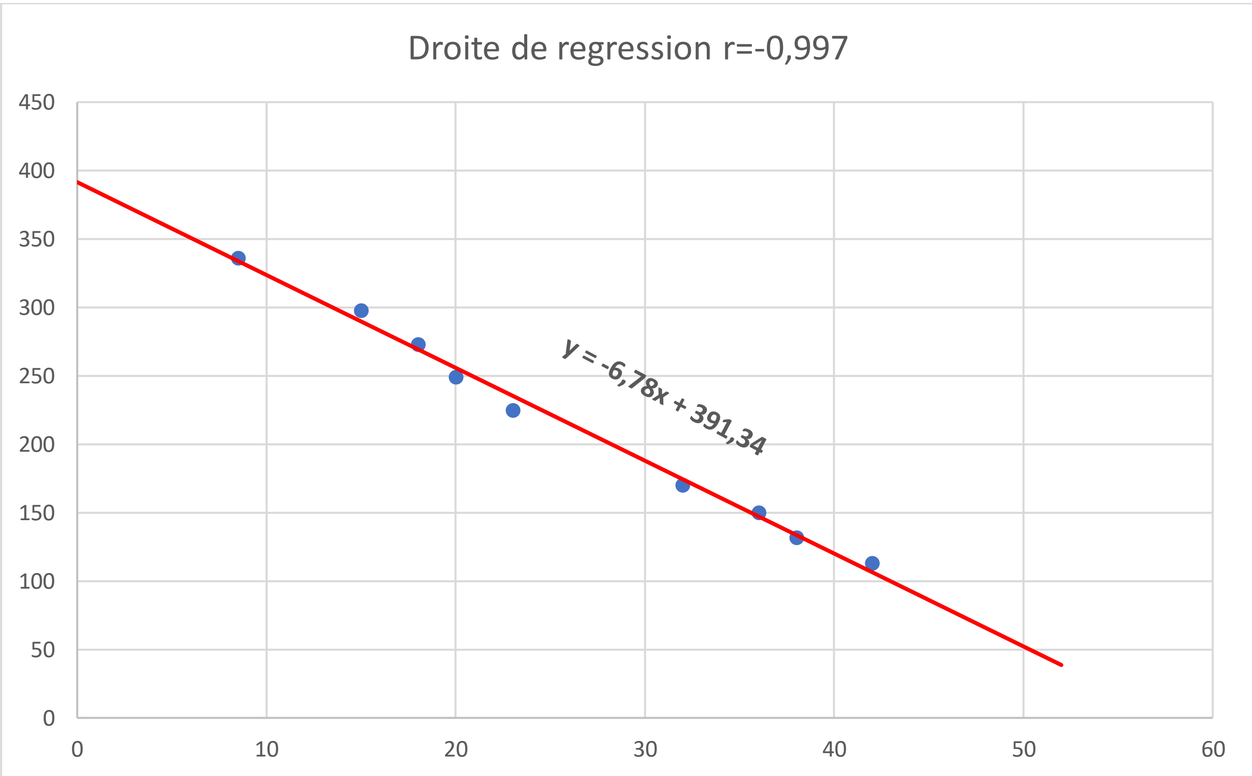
X=aY+b

$$a = \frac{cov_{x,y}}{Var_y} = \frac{-808,30}{119,11} = -6,78$$

$$\bar{X} = a\bar{Y} + b \Rightarrow b = \bar{X} - a\bar{Y} \Rightarrow b = 216,22 + 6,78\,.\,25,83 \Rightarrow b = 391,34$$

$$X = -6,78Y + 391,34$$

***3-* Droite de régression**

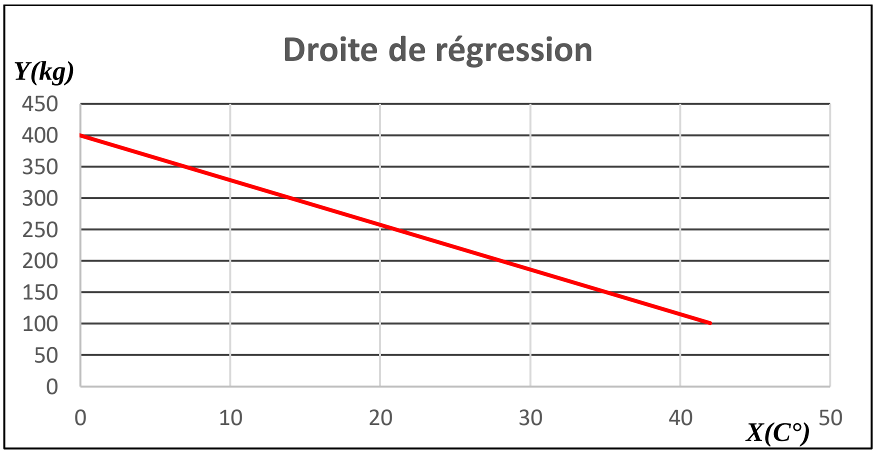


Droite de régression

Exercice 3.

La figure suivante montre la droite de régression de la consommation journalière en aliment ***Y(kg)*** de ***N*** vaches en fonction de la température **X (C°).**

Les moyennes des deux paramètres sont respectivement ; $\bar{Y} = 209\ kg\ \ et\ \bar{X} = 26{,}80\ C°$



1)- Définir l'équation de la droite de régression ***Y=aX+b***.

2)- Calculer la covariance **Cov(x,y)** et le coefficient de corrélation **r**, sachant que ;

Les variances **Var(Y) = 6524, Var(X)= 125,37.**

<u>Solution :</u>

1- L'équation de la droite de régression

L'équation de la droite de régression est Y=aX+b.

De la courbe de régression dessin on trouve que b=400

Le point $(\bar{X}, \bar{Y})$ représente le centre de gravité du nuage est appartient à la droite

Donc **;** $\boldsymbol{\bar{Y} = a\bar{X} + b \Rightarrow a = \frac{\bar{Y} - b}{X}}$

$$a = \frac{209 - 400}{26{,}80} \ldots \ldots \ldots . . a = -7{,}12$$

2- Calcul de la covariance et le coefficient de corrélation

- **La covariance $\boldsymbol{cov_{x,y}}$.**

$$a = \frac{cov_{x,y}}{Var_x} \Rightarrow cov_{x,y} = a\,.Var_x$$

$$\boldsymbol{cov_{x,y} = -7,12\ .\ 125,37\ = -892,63}$$

- **Le coefficient de corrélation r**

$$r = \frac{cov_{x,y}}{\sqrt{Var_x Var_y}} = \frac{-893,63}{\sqrt{6524\ .\ 125,37}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{r = 0,988}$$

Références bibliographiques

Admane, O. ; Hoang, Ky. Et Ouakli, N (1990) : Statistiques cours et exercices OPU. Algerie

Allian, J.Y. et Malher, F. (1986) : Statistiques I .

Benyakhlef, M. (1977): Probabilités et statistiques mathématique Tome II. Eyrolles, France.

Dagnelie, P. (1981): Principes d’expérimentation. Gembloux Belgique.

Dagnelie, P. (1981): Théorie et méthodes statistiques. Exercices: Gembloux. Belgique.

Dagnelie, P. (1980): Théorie et méthodes statistiques. Vol. 2 Gembloux, Belgique.

Falissard, B. (1998): Comprendre et utiliser les statistiques dans les sciences de la vie. Masson, Paris

Gouet, J.P. (1986): Comment interpréter les résultats de l’analyse de la variance. Publication de l’ITCF, France.

Louis, H, (2014) : Analyse quantitative de problème de gestion « Tests du Khi deux » Document universitaire Département de Mathématiques et d’informatique, Université du Québec à Trois-Rivières.

Moreux, M. et Matihieu, A.(1979) : Statistique appliquée a l’expérimentation.Eyrols, France.

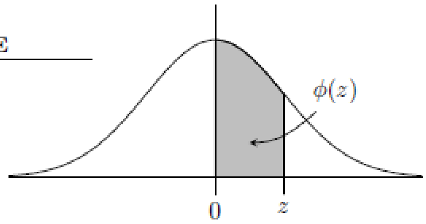
Pierre DUSART. (2018) : Cours de Statistiques inférentielles. Polycopie universitaire. Université de Lumoge France.

ANNEXES

Table 1 : Loi Normale centrée réduite

Table de la loi Normale centrée réduite

$\phi(z) = \mathbb{P}[0 \leqslant Z < z]$ en fonction de z pour $Z \rightsquigarrow \mathcal{N}(0;1)$.

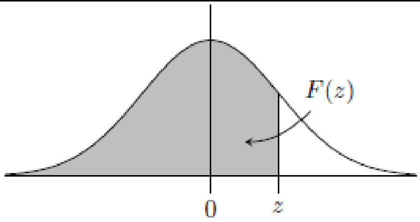


z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Table 2 : Loi Normale centrée réduite

Fonction de répartition de la loi Normale centrée réduite

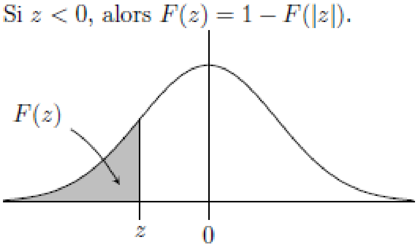
$F(z) = \mathbb{P}[Z < z]$ en fonction de z pour $Z \rightsquigarrow \mathcal{N}(0;1)$.



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Remarque :

Si $z < 0$, alors $F(z) = 1 - F(|z|)$.



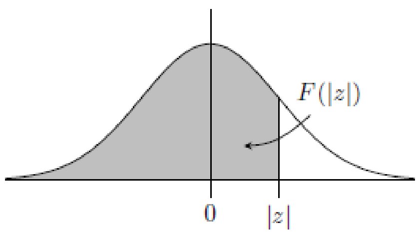
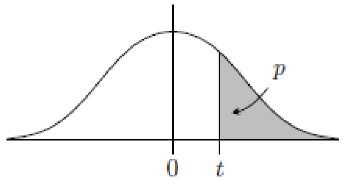


Table 3 : Loi de Student

Table inverse de la loi de Student

t en fonction de p tel que $p = \mathbb{P}[T \geqslant t]$
pour T suivant une loi de Student.



ddl \ p	0,2	0,15	0,1	0,05	0,04	0,03	0,025	0,02	0,015	0,01	0,005
1	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	7,9158	10,5789	12,7062	15,8945	21,2049	31,8205	63,6567
2	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	3,3198	3,8964	4,3027	4,8487	5,6428	6,9646	9,9248
3	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	2,6054	2,9505	3,1824	3,4819	3,8960	4,5407	5,8409
4	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,3329	2,6008	2,7764	2,9985	3,2976	3,7469	4,6041
5	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,1910	2,4216	2,5706	2,7565	3,0029	3,3649	4,0321
6	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,1043	2,3133	2,4469	2,6122	2,8289	3,1427	3,7074
7	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,0460	2,2409	2,3646	2,5168	2,7146	2,9980	3,4995
8	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,0042	2,1892	2,3060	2,4490	2,6338	2,8965	3,3554
9	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	1,9727	2,1504	2,2622	2,3984	2,5738	2,8214	3,2498
10	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	1,9481	2,1202	2,2281	2,3593	2,5275	2,7638	3,1693
11	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	1,9284	2,0961	2,2010	2,3281	2,4907	2,7181	3,1058
12	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	1,9123	2,0764	2,1788	2,3027	2,4607	2,6810	3,0545
13	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	1,8989	2,0600	2,1604	2,2816	2,4358	2,6503	3,0123
14	0,8681	1,0763	1,3450	1,7613	1,8875	2,0462	2,1448	2,2638	2,4149	2,6245	2,9768
15	0,8662	1,0735	1,3406	1,7531	1,8777	2,0343	2,1314	2,2485	2,3970	2,6025	2,9467
16	0,8647	1,0711	1,3368	1,7459	1,8693	2,0240	2,1199	2,2354	2,3815	2,5835	2,9208
17	0,8633	1,0690	1,3334	1,7396	1,8619	2,0150	2,1098	2,2238	2,3681	2,5669	2,8982
18	0,8620	1,0672	1,3304	1,7341	1,8553	2,0071	2,1009	2,2137	2,3562	2,5524	2,8784
19	0,8610	1,0655	1,3277	1,7291	1,8495	2,0000	2,0930	2,2047	2,3456	2,5395	2,8609
20	0,8600	1,0640	1,3253	1,7247	1,8443	1,9937	2,0860	2,1967	2,3362	2,5280	2,8453
21	0,8591	1,0627	1,3232	1,7207	1,8397	1,9880	2,0796	2,1894	2,3278	2,5176	2,8314
22	0,8583	1,0614	1,3212	1,7171	1,8354	1,9829	2,0739	2,1829	2,3202	2,5083	2,8188
23	0,8575	1,0603	1,3195	1,7139	1,8316	1,9782	2,0687	2,1770	2,3132	2,4999	2,8073
24	0,8569	1,0593	1,3178	1,7109	1,8281	1,9740	2,0639	2,1715	2,3069	2,4922	2,7969
25	0,8562	1,0584	1,3163	1,7081	1,8248	1,9701	2,0595	2,1666	2,3011	2,4851	2,7874
26	0,8557	1,0575	1,3150	1,7056	1,8219	1,9665	2,0555	2,1620	2,2958	2,4786	2,7787
27	0,8551	1,0567	1,3137	1,7033	1,8191	1,9632	2,0518	2,1578	2,2909	2,4727	2,7707
28	0,8546	1,0560	1,3125	1,7011	1,8166	1,9601	2,0484	2,1539	2,2864	2,4671	2,7633
29	0,8542	1,0553	1,3114	1,6991	1,8142	1,9573	2,0452	2,1503	2,2822	2,4620	2,7564
30	0,8538	1,0547	1,3104	1,6973	1,8120	1,9546	2,0423	2,1470	2,2783	2,4573	2,7500
31	0,8534	1,0541	1,3095	1,6955	1,8100	1,9522	2,0395	2,1438	2,2746	2,4528	2,7440
32	0,8530	1,0535	1,3086	1,6939	1,8081	1,9499	2,0369	2,1409	2,2712	2,4487	2,7385
33	0,8526	1,0530	1,3077	1,6924	1,8063	1,9477	2,0345	2,1382	2,2680	2,4448	2,7333
34	0,8523	1,0525	1,3070	1,6909	1,8046	1,9457	2,0322	2,1356	2,2650	2,4411	2,7284
35	0,8520	1,0520	1,3062	1,6896	1,8030	1,9438	2,0301	2,1332	2,2622	2,4377	2,7238
36	0,8517	1,0516	1,3055	1,6883	1,8015	1,9419	2,0281	2,1309	2,2595	2,4345	2,7195
37	0,8514	1,0512	1,3049	1,6871	1,8001	1,9402	2,0262	2,1287	2,2570	2,4314	2,7154
38	0,8512	1,0508	1,3042	1,6860	1,7988	1,9386	2,0244	2,1267	2,2546	2,4286	2,7116
39	0,8509	1,0504	1,3036	1,6849	1,7975	1,9371	2,0227	2,1247	2,2524	2,4258	2,7079
40	0,8507	1,0500	1,3031	1,6839	1,7963	1,9357	2,0211	2,1229	2,2503	2,4233	2,7045
41	0,8505	1,0497	1,3025	1,6829	1,7952	1,9343	2,0195	2,1212	2,2482	2,4208	2,7012
42	0,8503	1,0494	1,3020	1,6820	1,7941	1,9330	2,0181	2,1195	2,2463	2,4185	2,6981
43	0,8501	1,0491	1,3016	1,6811	1,7931	1,9317	2,0167	2,1179	2,2445	2,4163	2,6951
44	0,8499	1,0488	1,3011	1,6802	1,7921	1,9305	2,0154	2,1164	2,2427	2,4141	2,6923
45	0,8497	1,0485	1,3006	1,6794	1,7911	1,9294	2,0141	2,1150	2,2411	2,4121	2,6896
46	0,8495	1,0483	1,3002	1,6787	1,7902	1,9283	2,0129	2,1136	2,2395	2,4102	2,6870
47	0,8493	1,0480	1,2998	1,6779	1,7894	1,9273	2,0117	2,1123	2,2380	2,4083	2,6846
48	0,8492	1,0478	1,2994	1,6772	1,7885	1,9263	2,0106	2,1111	2,2365	2,4066	2,6822
49	0,8490	1,0475	1,2991	1,6766	1,7878	1,9253	2,0096	2,1099	2,2351	2,4049	2,6800
50	0,8489	1,0473	1,2987	1,6759	1,7870	1,9244	2,0086	2,1087	2,2338	2,4033	2,6778
51	0,8487	1,0471	1,2984	1,6753	1,7863	1,9236	2,0076	2,1076	2,2325	2,4017	2,6757
52	0,8486	1,0469	1,2980	1,6747	1,7856	1,9227	2,0066	2,1066	2,2313	2,4002	2,6737
53	0,8485	1,0467	1,2977	1,6741	1,7849	1,9219	2,0057	2,1055	2,2301	2,3988	2,6718
54	0,8483	1,0465	1,2974	1,6736	1,7843	1,9211	2,0049	2,1046	2,2289	2,3974	2,6700
55	0,8482	1,0463	1,2971	1,6730	1,7836	1,9204	2,0040	2,1036	2,2278	2,3961	2,6682
56	0,8481	1,0461	1,2969	1,6725	1,7830	1,9197	2,0032	2,1027	2,2268	2,3948	2,6665
57	0,8480	1,0459	1,2966	1,6720	1,7825	1,9190	2,0025	2,1018	2,2258	2,3936	2,6649
58	0,8479	1,0458	1,2963	1,6716	1,7819	1,9183	2,0017	2,1010	2,2248	2,3924	2,6633
59	0,8478	1,0456	1,2961	1,6711	1,7814	1,9177	2,0010	2,1002	2,2238	2,3912	2,6618
60	0,8477	1,0455	1,2958	1,6706	1,7808	1,9170	2,0003	2,0994	2,2229	2,3901	2,6603
61	0,8476	1,0453	1,2956	1,6702	1,7803	1,9164	1,9996	2,0986	2,2220	2,3890	2,6589
62	0,8475	1,0452	1,2954	1,6698	1,7799	1,9158	1,9990	2,0979	2,2212	2,3880	2,6575
63	0,8474	1,0450	1,2951	1,6694	1,7794	1,9153	1,9983	2,0971	2,2204	2,3870	2,6561
64	0,8473	1,0449	1,2949	1,6690	1,7789	1,9147	1,9977	2,0965	2,2195	2,3860	2,6549
65	0,8472	1,0448	1,2947	1,6686	1,7785	1,9142	1,9971	2,0958	2,2188	2,3851	2,6536
66	0,8471	1,0446	1,2945	1,6683	1,7781	1,9137	1,9966	2,0951	2,2180	2,3842	2,6524
67	0,8470	1,0445	1,2943	1,6679	1,7776	1,9132	1,9960	2,0945	2,2173	2,3833	2,6512
68	0,8469	1,0444	1,2941	1,6676	1,7772	1,9127	1,9955	2,0939	2,2166	2,3824	2,6501
69	0,8469	1,0443	1,2939	1,6672	1,7769	1,9122	1,9949	2,0933	2,2159	2,3816	2,6490
70	0,8468	1,0442	1,2938	1,6669	1,7765	1,9118	1,9944	2,0927	2,2152	2,3808	2,6479

Table 4 : Loi du χ^2

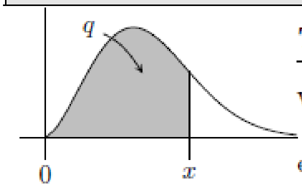
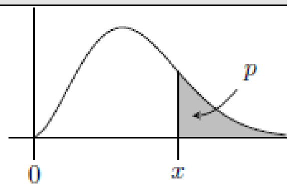


Table inverse de la loi du χ^2

Valeurs de x en fonction de q tel que $q = \mathbb{P}[\chi^2 \leqslant x]$
et de p tel que $p = \mathbb{P}[\chi^2 \geqslant x]$
en fonction du nombre de ddl du χ^2.

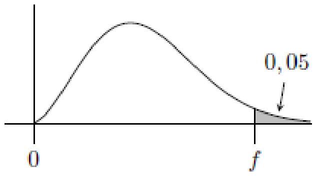


ddl \ q	0,005	0,01	0,02	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995
ddl \ p	0,995	0,99	0,98	0,975	0,95	0,9	0,1	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	0,00004	0,0002	0,001	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	5,412	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,040	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	7,824	9,210	10,60
3	0,072	0,115	0,185	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	9,837	11,34	12,84
4	0,207	0,297	0,429	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,14	11,67	13,28	14,86
5	0,412	0,554	0,752	0,831	1,145	1,610	9,236	11,07	12,83	13,39	15,09	16,75
6	0,676	0,872	1,134	1,237	1,635	2,204	10,64	12,59	14,45	15,03	16,81	18,55
7	0,989	1,239	1,564	1,690	2,167	2,833	12,02	14,07	16,01	16,62	18,48	20,28
8	1,344	1,646	2,032	2,180	2,733	3,490	13,36	15,51	17,53	18,17	20,09	21,95
9	1,735	2,088	2,532	2,700	3,325	4,168	14,68	16,92	19,02	19,68	21,67	23,59
10	2,156	2,558	3,059	3,247	3,940	4,865	15,99	18,31	20,48	21,16	23,21	25,19
11	2,603	3,053	3,609	3,816	4,575	5,578	17,28	19,68	21,92	22,62	24,72	26,76
12	3,074	3,571	4,178	4,404	5,226	6,304	18,55	21,03	23,34	24,05	26,22	28,30
13	3,565	4,107	4,765	5,009	5,892	7,042	19,81	22,36	24,74	25,47	27,69	29,82
14	4,075	4,660	5,368	5,629	6,571	7,790	21,06	23,68	26,12	26,87	29,14	31,32
15	4,601	5,229	5,985	6,262	7,261	8,547	22,31	25,00	27,49	28,26	30,58	32,80
16	5,142	5,812	6,614	6,908	7,962	9,312	23,54	26,30	28,85	29,63	32,00	34,27
17	5,697	6,408	7,255	7,564	8,672	10,09	24,77	27,59	30,19	31,00	33,41	35,72
18	6,265	7,015	7,906	8,231	9,390	10,86	25,99	28,87	31,53	32,35	34,81	37,16
19	6,844	7,633	8,567	8,907	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	33,69	36,19	38,58
20	7,434	8,260	9,237	9,591	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	35,02	37,57	40,00
21	8,034	8,897	9,915	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	36,34	38,93	41,40
22	8,643	9,542	10,60	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	37,66	40,29	42,80
23	9,260	10,20	11,29	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	38,97	41,64	44,18
24	9,886	10,86	11,99	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	40,27	42,98	45,56
25	10,52	11,52	12,70	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	41,57	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,41	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	42,86	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,13	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	44,14	46,96	49,64
28	12,46	13,56	14,85	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	45,42	48,28	50,99
29	13,12	14,26	15,57	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	46,69	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,31	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	47,96	50,89	53,67
31	14,46	15,66	17,04	17,54	19,28	21,43	41,42	44,99	48,23	49,23	52,19	55,00
32	15,13	16,36	17,78	18,29	20,07	22,27	42,58	46,19	49,48	50,49	53,49	56,33
33	15,82	17,07	18,53	19,05	20,87	23,11	43,75	47,40	50,73	51,74	54,78	57,65
34	16,50	17,79	19,28	19,81	21,66	23,95	44,90	48,60	51,97	53,00	56,06	58,96
35	17,19	18,51	20,03	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	54,24	57,34	60,27
36	17,89	19,23	20,78	21,34	23,27	25,64	47,21	51,00	54,44	55,49	58,62	61,58
37	18,59	19,96	21,54	22,11	24,07	26,49	48,36	52,19	55,67	56,73	59,89	62,88
38	19,29	20,69	22,30	22,88	24,88	27,34	49,51	53,38	56,90	57,97	61,16	64,18
39	20,00	21,43	23,07	23,65	25,70	28,20	50,66	54,57	58,12	59,20	62,43	65,48
40	20,71	22,16	23,84	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	60,44	63,69	66,77
45	24,31	25,90	27,72	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	66,56	69,96	73,17
50	27,99	29,71	31,66	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	72,61	76,15	79,49
60	35,53	37,48	39,70	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	84,58	88,38	91,95
70	43,28	45,44	47,89	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	96,39	100,4	104,2
80	51,17	53,54	56,21	57,15	60,39	64,28	96,58	101,9	106,6	108,1	112,3	116,3
90	59,20	61,75	64,63	65,65	69,13	73,29	107,6	113,1	118,1	119,6	124,1	128,3
100	67,33	70,06	73,14	74,22	77,93	82,36	118,5	124,3	129,6	131,1	135,8	140,2
110	75,55	78,46	81,72	82,87	86,79	91,47	129,4	135,5	140,9	142,6	147,4	151,9
120	83,85	86,92	90,37	91,57	95,70	100,6	140,2	146,6	152,2	153,9	159,0	163,6
130	92,22	95,45	99,07	100,3	104,7	109,8	151,0	157,6	163,5	165,2	170,4	175,3
140	100,7	104,0	107,8	109,1	113,7	119,0	161,8	168,6	174,6	176,5	181,8	186,8
150	109,1	112,7	116,6	118,0	122,7	128,3	172,6	179,6	185,8	187,7	193,2	198,4

Table 5a : Loi de Fisher-Snedecor

Valeurs de f telles que $\mathbb{P}[F \geqslant f] = 0,05$

où F suit la loi de Fisher-Snedecor à ν_1, ν_2 degrés de liberté
ν_1 : nombre de ddl du numerateur
ν_2 : nombre de ddl du denominateur

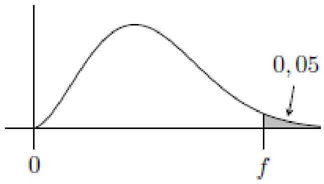


ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	22	24	25
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74	8,73	8,71	8,70	8,69	8,67	8,66	8,65	8,64	8,63
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91	5,89	5,87	5,86	5,84	5,82	5,80	5,79	5,77	5,77
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68	4,66	4,64	4,62	4,60	4,58	4,56	4,54	4,53	4,52
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,96	3,94	3,92	3,90	3,87	3,86	3,84	3,83
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57	3,55	3,53	3,51	3,49	3,47	3,44	3,43	3,41	3,40
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22	3,20	3,17	3,15	3,13	3,12	3,11
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,05	3,03	3,01	2,99	2,96	2,94	2,92	2,90	2,89
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,86	2,85	2,83	2,80	2,77	2,75	2,74	2,73
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72	2,70	2,67	2,65	2,63	2,61	2,60
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69	2,66	2,64	2,62	2,60	2,57	2,54	2,52	2,51	2,50
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60	2,58	2,55	2,53	2,51	2,48	2,46	2,44	2,42	2,41
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53	2,51	2,48	2,46	2,44	2,41	2,39	2,37	2,35	2,34
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	2,45	2,42	2,40	2,38	2,35	2,33	2,31	2,29	2,28
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,40	2,37	2,35	2,33	2,30	2,28	2,25	2,24	2,23
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	2,33	2,31	2,29	2,26	2,23	2,21	2,19	2,18
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,29	2,27	2,25	2,22	2,19	2,17	2,15	2,14
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,21	2,18	2,16	2,13	2,11	2,11
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,15	2,12	2,10	2,08	2,07
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,16	2,12	2,10	2,07	2,05	2,05
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26	2,23	2,20	2,17	2,15	2,13	2,10	2,07	2,05	2,03	2,02
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,24	2,20	2,18	2,15	2,13	2,11	2,08	2,05	2,02	2,01	2,00
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,22	2,18	2,15	2,13	2,11	2,09	2,05	2,03	2,00	1,98	1,97
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,14	2,11	2,09	2,07	2,04	2,01	1,98	1,96	1,96
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,12	2,09	2,07	2,05	2,02	1,99	1,97	1,95	1,94
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,17	2,13	2,10	2,08	2,06	2,04	2,00	1,97	1,95	1,93	1,92
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	2,06	2,04	2,02	1,99	1,96	1,93	1,91	1,91
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10	2,08	2,05	2,03	2,01	1,97	1,94	1,92	1,90	1,89
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	2,04	2,01	1,99	1,96	1,93	1,91	1,89	1,88
31	4,16	3,30	2,91	2,68	2,52	2,41	2,32	2,25	2,20	2,15	2,11	2,08	2,05	2,03	2,00	1,98	1,95	1,92	1,90	1,88	1,87
32	4,15	3,29	2,90	2,67	2,51	2,40	2,31	2,24	2,19	2,14	2,10	2,07	2,04	2,01	1,99	1,97	1,94	1,91	1,88	1,86	1,85
33	4,14	3,28	2,89	2,66	2,50	2,39	2,30	2,23	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	2,00	1,98	1,96	1,93	1,90	1,87	1,85	1,84
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,29	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05	2,02	1,99	1,97	1,95	1,92	1,89	1,86	1,84	1,83
35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,11	2,07	2,04	2,01	1,99	1,96	1,94	1,91	1,88	1,85	1,83	1,82
36	4,11	3,26	2,87	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,11	2,07	2,03	2,00	1,98	1,95	1,93	1,90	1,87	1,85	1,82	1,81
37	4,11	3,25	2,86	2,63	2,47	2,36	2,27	2,20	2,14	2,10	2,06	2,02	2,00	1,97	1,95	1,93	1,89	1,86	1,84	1,82	1,81
38	4,10	3,24	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,96	1,94	1,92	1,88	1,85	1,83	1,81	1,80
39	4,09	3,24	2,85	2,61	2,46	2,34	2,26	2,19	2,13	2,08	2,04	2,01	1,98	1,95	1,93	1,91	1,88	1,85	1,82	1,80	1,79
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00	1,97	1,95	1,92	1,90	1,87	1,84	1,81	1,79	1,78
41	4,08	3,23	2,83	2,60	2,44	2,33	2,24	2,17	2,12	2,07	2,03	2,00	1,97	1,94	1,92	1,90	1,86	1,83	1,81	1,79	1,78
42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,03	1,99	1,96	1,94	1,91	1,89	1,86	1,83	1,80	1,78	1,77
43	4,07	3,21	2,82	2,59	2,43	2,32	2,23	2,16	2,11	2,06	2,02	1,99	1,96	1,93	1,91	1,89	1,85	1,82	1,79	1,77	1,76
44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98	1,95	1,92	1,90	1,88	1,84	1,81	1,79	1,77	1,76
45	4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,22	2,15	2,10	2,05	2,01	1,97	1,94	1,92	1,89	1,87	1,84	1,81	1,78	1,76	1,75
46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,15	2,09	2,04	2,00	1,97	1,94	1,91	1,89	1,87	1,83	1,80	1,78	1,76	1,75
47	4,05	3,20	2,80	2,57	2,41	2,30	2,21	2,14	2,09	2,04	2,00	1,96	1,93	1,91	1,88	1,86	1,83	1,80	1,77	1,75	1,74
48	4,04	3,19	2,80	2,57	2,41	2,29	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96	1,93	1,90	1,88	1,86	1,82	1,79	1,77	1,75	1,74
49	4,04	3,19	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,08	2,03	1,99	1,96	1,93	1,90	1,88	1,85	1,82	1,79	1,76	1,74	1,73
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,99	1,95	1,92	1,89	1,87	1,85	1,81	1,78	1,76	1,74	1,73
55	4,02	3,16	2,77	2,54	2,38	2,27	2,18	2,11	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,88	1,85	1,83	1,79	1,76	1,74	1,72	1,71
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,89	1,86	1,84	1,82	1,78	1,75	1,72	1,70	1,69
65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,15	2,08	2,03	1,98	1,94	1,90	1,87	1,85	1,82	1,80	1,76	1,73	1,71	1,69	1,68
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97	1,93	1,89	1,86	1,84	1,81	1,79	1,75	1,72	1,70	1,67	1,66
75	3,97	3,12	2,73	2,49	2,34	2,22	2,13	2,06	2,01	1,96	1,92	1,88	1,85	1,83	1,80	1,78	1,74	1,71	1,69	1,66	1,65
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	1,73	1,70	1,68	1,65	1,64

Table 5b : Loi de Fisher-Snedecor

Valeurs de f telles que $\mathbb{P}[F \geqslant f] = 0,05$

où F suit la loi de Fisher-Snedecor à ν_1, ν_2 degrés de liberté
ν_1 : nombre de ddl du numérateur
ν_2 : nombre de ddl du dénominateur

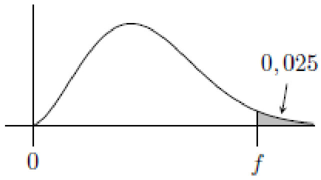


ν_2 \ ν_1	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	55	60	65	70	75	80
3	8,63	8,62	8,62	8,61	8,61	8,60	8,60	8,59	8,59	8,59	8,59	8,58	8,58	8,58	8,57	8,57	8,57	8,56	8,56
4	5,76	5,75	5,75	5,74	5,73	5,73	5,72	5,72	5,71	5,71	5,71	5,70	5,70	5,69	5,69	5,68	5,68	5,68	5,67
5	4,52	4,50	4,50	4,49	4,48	4,47	4,47	4,46	4,46	4,46	4,45	4,45	4,44	4,44	4,43	4,43	4,42	4,42	4,41
6	3,83	3,82	3,81	3,80	3,79	3,79	3,78	3,77	3,77	3,76	3,76	3,76	3,75	3,75	3,74	3,73	3,73	3,73	3,72
7	3,40	3,39	3,38	3,37	3,36	3,35	3,35	3,34	3,34	3,33	3,33	3,32	3,32	3,31	3,30	3,30	3,29	3,29	3,29
8	3,10	3,09	3,08	3,07	3,06	3,06	3,05	3,04	3,04	3,03	3,03	3,02	3,02	3,01	3,01	3,00	2,99	2,99	2,99
9	2,89	2,87	2,86	2,85	2,85	2,84	2,83	2,83	2,82	2,82	2,81	2,81	2,80	2,79	2,79	2,78	2,78	2,77	2,77
10	2,72	2,71	2,70	2,69	2,68	2,67	2,67	2,66	2,66	2,65	2,65	2,64	2,64	2,63	2,62	2,61	2,61	2,60	2,60
11	2,59	2,58	2,57	2,56	2,55	2,54	2,54	2,53	2,53	2,52	2,52	2,51	2,51	2,50	2,49	2,48	2,48	2,47	2,47
12	2,49	2,48	2,47	2,46	2,45	2,44	2,43	2,43	2,42	2,41	2,41	2,41	2,40	2,39	2,38	2,38	2,37	2,37	2,36
13	2,41	2,39	2,38	2,37	2,36	2,35	2,35	2,34	2,33	2,33	2,32	2,32	2,31	2,30	2,30	2,29	2,28	2,28	2,27
14	2,33	2,32	2,31	2,30	2,29	2,28	2,27	2,27	2,26	2,25	2,25	2,24	2,24	2,23	2,22	2,22	2,21	2,21	2,20
15	2,27	2,26	2,25	2,24	2,23	2,22	2,21	2,20	2,20	2,19	2,19	2,18	2,18	2,17	2,16	2,15	2,15	2,14	2,14
16	2,22	2,21	2,19	2,18	2,17	2,17	2,16	2,15	2,14	2,14	2,13	2,13	2,12	2,11	2,11	2,10	2,09	2,09	2,08
17	2,17	2,16	2,15	2,14	2,13	2,12	2,11	2,10	2,10	2,09	2,09	2,08	2,08	2,07	2,06	2,05	2,05	2,04	2,03
18	2,13	2,12	2,11	2,10	2,09	2,08	2,07	2,06	2,06	2,05	2,05	2,04	2,04	2,03	2,02	2,01	2,00	2,00	1,99
19	2,10	2,08	2,07	2,06	2,05	2,04	2,03	2,03	2,02	2,01	2,01	2,00	2,00	1,99	1,98	1,97	1,97	1,96	1,96
20	2,07	2,05	2,04	2,03	2,02	2,01	2,00	1,99	1,99	1,98	1,98	1,97	1,97	1,96	1,95	1,94	1,93	1,93	1,92
21	2,04	2,02	2,01	2,00	1,99	1,98	1,97	1,96	1,96	1,95	1,95	1,94	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90	1,90	1,89
22	2,01	2,00	1,98	1,97	1,96	1,95	1,95	1,94	1,93	1,93	1,92	1,91	1,91	1,90	1,89	1,88	1,88	1,87	1,86
23	1,99	1,97	1,96	1,95	1,94	1,93	1,92	1,91	1,91	1,90	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,86	1,85	1,84	1,84
24	1,97	1,95	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,89	1,88	1,87	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,83	1,82	1,82
25	1,95	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,86	1,85	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,81	1,80	1,80
26	1,93	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,85	1,84	1,83	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,79	1,78	1,78
27	1,91	1,90	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,84	1,83	1,82	1,82	1,81	1,81	1,79	1,79	1,78	1,77	1,76	1,76
28	1,90	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,81	1,80	1,79	1,79	1,78	1,77	1,76	1,75	1,75	1,74
29	1,88	1,87	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,81	1,80	1,79	1,79	1,78	1,77	1,76	1,75	1,75	1,74	1,73	1,73
30	1,87	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,78	1,78	1,77	1,77	1,76	1,75	1,74	1,73	1,72	1,72	1,71
31	1,86	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,78	1,77	1,76	1,76	1,75	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,70
32	1,85	1,83	1,82	1,80	1,79	1,78	1,78	1,77	1,76	1,75	1,75	1,74	1,74	1,72	1,71	1,71	1,70	1,69	1,69
33	1,83	1,82	1,81	1,79	1,78	1,77	1,76	1,76	1,75	1,74	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69	1,69	1,68	1,67
34	1,82	1,81	1,80	1,78	1,77	1,76	1,75	1,75	1,74	1,73	1,72	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68	1,68	1,67	1,66
35	1,82	1,80	1,79	1,77	1,76	1,75	1,74	1,74	1,73	1,72	1,71	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,66	1,65
36	1,81	1,79	1,78	1,76	1,75	1,74	1,73	1,73	1,72	1,71	1,70	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,66	1,65	1,64
37	1,80	1,78	1,77	1,76	1,74	1,73	1,73	1,72	1,71	1,70	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,65	1,64	1,63
38	1,79	1,77	1,76	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69	1,69	1,68	1,68	1,66	1,65	1,64	1,64	1,63	1,62
39	1,78	1,77	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69	1,69	1,68	1,67	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,62	1,62
40	1,77	1,76	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69	1,69	1,68	1,67	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,62	1,61	1,61
41	1,77	1,75	1,74	1,72	1,71	1,70	1,69	1,69	1,68	1,67	1,66	1,66	1,65	1,64	1,63	1,62	1,61	1,61	1,60
42	1,76	1,75	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,66	1,65	1,65	1,63	1,62	1,61	1,61	1,60	1,59
43	1,75	1,74	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,66	1,65	1,64	1,64	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,59
44	1,75	1,73	1,72	1,71	1,69	1,68	1,67	1,67	1,66	1,65	1,64	1,64	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,59	1,58
45	1,74	1,73	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64	1,64	1,63	1,63	1,61	1,60	1,59	1,59	1,58	1,57
46	1,74	1,72	1,71	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,65	1,64	1,63	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,57
47	1,73	1,72	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,57	1,56
48	1,73	1,71	1,70	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64	1,64	1,63	1,62	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56	1,56
49	1,72	1,71	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,62	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56	1,56	1,55
50	1,72	1,70	1,69	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,63	1,62	1,61	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56	1,55	1,54
55	1,70	1,68	1,67	1,65	1,64	1,63	1,62	1,61	1,60	1,60	1,59	1,58	1,58	1,56	1,55	1,54	1,54	1,53	1,52
60	1,68	1,66	1,65	1,64	1,62	1,61	1,60	1,59	1,59	1,58	1,57	1,57	1,56	1,55	1,53	1,52	1,52	1,51	1,50
65	1,67	1,65	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56	1,56	1,55	1,54	1,53	1,52	1,51	1,50	1,49	1,49
70	1,65	1,64	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56	1,55	1,54	1,54	1,53	1,52	1,50	1,49	1,49	1,48	1,47
75	1,64	1,63	1,61	1,60	1,59	1,57	1,56	1,55	1,55	1,54	1,53	1,52	1,52	1,50	1,49	1,48	1,47	1,47	1,46
80	1,63	1,62	1,60	1,59	1,58	1,56	1,55	1,54	1,54	1,53	1,52	1,51	1,51	1,49	1,48	1,47	1,46	1,45	1,45

Table 5c : Loi de Fisher-Snedecor

Valeurs de f telles que $\mathbb{P}[F \geqslant f] = 0,025$

où F suit la loi de Fisher-Snedecor à ν_1, ν_2 degrés de liberté
ν_1 : nombre de ddl du numérateur
ν_2 : nombre de ddl du dénominateur

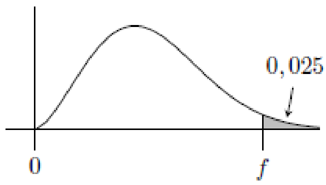


ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	22	24	25
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,6	14,5	14,5	14,4	14,4	14,3	14,3	14,3	14,25	14,2	14,2	14,2	14,1	14,1	14,1
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,79	8,75	8,71	8,68	8,66	8,63	8,59	8,56	8,53	8,51	8,50
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,57	6,52	6,49	6,46	6,43	6,40	6,36	6,33	6,30	6,28	6,27
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,41	5,37	5,33	5,30	5,27	5,24	5,20	5,17	5,14	5,12	5,11
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,71	4,67	4,63	4,60	4,57	4,54	4,50	4,47	4,44	4,41	4,40
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,24	4,20	4,16	4,13	4,10	4,08	4,03	4,00	3,97	3,95	3,94
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,91	3,87	3,83	3,80	3,77	3,74	3,70	3,67	3,64	3,61	3,60
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,66	3,62	3,58	3,55	3,52	3,50	3,45	3,42	3,39	3,37	3,35
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,47	3,43	3,39	3,36	3,33	3,30	3,26	3,23	3,20	3,17	3,16
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	3,32	3,28	3,24	3,21	3,18	3,15	3,11	3,07	3,04	3,02	3,01
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	2,98	2,95	2,92	2,89	2,88
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	3,09	3,05	3,01	2,98	2,95	2,92	2,88	2,84	2,81	2,79	2,78
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	3,01	2,96	2,92	2,89	2,86	2,84	2,79	2,76	2,73	2,70	2,69
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,93	2,89	2,85	2,82	2,79	2,76	2,72	2,68	2,65	2,63	2,61
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,87	2,82	2,79	2,75	2,72	2,70	2,65	2,62	2,59	2,56	2,55
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,81	2,77	2,73	2,70	2,67	2,64	2,60	2,56	2,53	2,50	2,49
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,76	2,72	2,68	2,65	2,62	2,59	2,55	2,51	2,48	2,45	2,44
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,72	2,68	2,64	2,60	2,57	2,55	2,50	2,46	2,43	2,41	2,40
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,68	2,64	2,60	2,56	2,53	2,51	2,46	2,42	2,39	2,37	2,36
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53	2,50	2,47	2,43	2,39	2,36	2,33	2,32
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73	2,67	2,62	2,57	2,53	2,50	2,47	2,44	2,39	2,36	2,33	2,30	2,29
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,59	2,54	2,50	2,47	2,44	2,41	2,36	2,33	2,30	2,27	2,26
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	2,56	2,51	2,48	2,44	2,41	2,38	2,34	2,30	2,27	2,24	2,23
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,39	2,36	2,31	2,28	2,24	2,22	2,21
27	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,80	2,71	2,63	2,57	2,51	2,47	2,43	2,39	2,36	2,34	2,29	2,25	2,22	2,19	2,18
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,37	2,34	2,32	2,27	2,23	2,20	2,17	2,16
29	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,76	2,67	2,59	2,53	2,48	2,43	2,39	2,36	2,32	2,30	2,25	2,21	2,18	2,15	2,14
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,12
31	5,55	4,16	3,57	3,23	3,01	2,85	2,73	2,64	2,56	2,50	2,44	2,40	2,36	2,32	2,29	2,26	2,22	2,18	2,15	2,12	2,11
32	5,53	4,15	3,56	3,22	3,00	2,84	2,71	2,62	2,54	2,48	2,43	2,38	2,34	2,31	2,28	2,25	2,20	2,16	2,13	2,10	2,09
33	5,51	4,13	3,54	3,20	2,98	2,82	2,70	2,61	2,53	2,47	2,41	2,37	2,33	2,29	2,26	2,23	2,19	2,15	2,12	2,09	2,08
34	5,50	4,12	3,53	3,19	2,97	2,81	2,69	2,59	2,52	2,45	2,40	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,17	2,13	2,10	2,07	2,06
35	5,48	4,11	3,52	3,18	2,96	2,80	2,68	2,58	2,50	2,44	2,39	2,34	2,30	2,27	2,23	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	2,05
36	5,47	4,09	3,50	3,17	2,94	2,78	2,66	2,57	2,49	2,43	2,37	2,33	2,29	2,25	2,22	2,20	2,15	2,11	2,08	2,05	2,04
37	5,46	4,08	3,49	3,16	2,93	2,77	2,65	2,56	2,48	2,42	2,36	2,32	2,28	2,24	2,21	2,18	2,14	2,10	2,07	2,04	2,03
38	5,45	4,07	3,48	3,15	2,92	2,76	2,64	2,55	2,47	2,41	2,35	2,31	2,27	2,23	2,20	2,17	2,13	2,09	2,05	2,03	2,01
39	5,43	4,06	3,47	3,14	2,91	2,75	2,63	2,54	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26	2,22	2,19	2,16	2,12	2,08	2,04	2,02	2,00
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,18	2,15	2,11	2,07	2,03	2,01	1,99
41	5,41	4,04	3,45	3,12	2,89	2,74	2,62	2,52	2,44	2,38	2,33	2,28	2,24	2,20	2,17	2,15	2,10	2,06	2,03	2,00	1,99
42	5,40	4,03	3,45	3,11	2,89	2,73	2,61	2,51	2,43	2,37	2,32	2,27	2,23	2,20	2,16	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,98
43	5,39	4,02	3,44	3,10	2,88	2,72	2,60	2,50	2,43	2,36	2,31	2,26	2,22	2,19	2,16	2,13	2,08	2,04	2,01	1,98	1,97
44	5,39	4,02	3,43	3,09	2,87	2,71	2,59	2,50	2,42	2,36	2,30	2,26	2,22	2,18	2,15	2,12	2,07	2,03	2,00	1,97	1,96
45	5,38	4,01	3,42	3,09	2,86	2,70	2,58	2,49	2,41	2,35	2,29	2,25	2,21	2,17	2,14	2,11	2,07	2,03	1,99	1,96	1,95
46	5,37	4,00	3,42	3,08	2,86	2,70	2,58	2,48	2,41	2,34	2,29	2,24	2,20	2,17	2,13	2,11	2,06	2,02	1,99	1,96	1,94
47	5,36	3,99	3,41	3,07	2,85	2,69	2,57	2,48	2,40	2,33	2,28	2,23	2,19	2,16	2,13	2,10	2,05	2,01	1,98	1,95	1,94
48	5,35	3,99	3,40	3,07	2,84	2,69	2,56	2,47	2,39	2,33	2,27	2,23	2,19	2,15	2,12	2,09	2,05	2,01	1,97	1,94	1,93
49	5,35	3,98	3,40	3,06	2,84	2,68	2,56	2,46	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,11	2,09	2,04	2,00	1,97	1,94	1,92
50	5,34	3,97	3,39	3,05	2,83	2,67	2,55	2,46	2,38	2,32	2,26	2,22	2,18	2,14	2,11	2,08	2,03	1,99	1,96	1,93	1,92
55	5,31	3,95	3,36	3,03	2,81	2,65	2,53	2,43	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,11	2,08	2,05	2,01	1,97	1,93	1,90	1,89
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,22	2,17	2,13	2,09	2,06	2,03	1,98	1,94	1,91	1,88	1,87
65	5,26	3,91	3,32	2,99	2,77	2,61	2,49	2,39	2,32	2,25	2,20	2,15	2,11	2,07	2,04	2,01	1,97	1,93	1,89	1,86	1,85
70	5,25	3,89	3,31	2,97	2,75	2,59	2,47	2,38	2,30	2,24	2,18	2,14	2,10	2,06	2,03	2,00	1,95	1,91	1,88	1,85	1,83
75	5,23	3,88	3,30	2,96	2,74	2,58	2,46	2,37	2,29	2,22	2,17	2,12	2,08	2,05	2,01	1,99	1,94	1,90	1,86	1,83	1,82
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,45	2,35	2,28	2,21	2,16	2,11	2,07	2,03	2,00	1,97	1,92	1,88	1,85	1,82	1,81

Table 5d : Loi de Fisher-Snedecor

Valeurs de f telles que $\mathbb{P}[F \geqslant f] = 0,025$

où F suit la loi de Fisher-Snedecor à ν_1, ν_2 degrés de liberté
ν_1 : nombre de ddl du numerateur
ν_2 : nombre de ddl du denominateur



ν_2 \ ν_1	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	55	60	65	70	75	80
3	14,1	14,1	14,1	14,1	14,1	14,1	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
4	8,49	8,48	8,46	8,45	8,44	8,43	8,42	8,41	8,40	8,40	8,39	8,39	8,38	8,37	8,36	8,35	8,35	8,34	8,33
5	6,26	6,24	6,23	6,21	6,20	6,19	6,18	6,18	6,17	6,16	6,15	6,15	6,14	6,13	6,12	6,11	6,11	6,10	6,10
6	5,10	5,08	5,07	5,05	5,04	5,03	5,02	5,01	5,00	5,00	4,99	4,99	4,98	4,97	4,96	4,95	4,94	4,94	4,93
7	4,39	4,38	4,36	4,35	4,34	4,33	4,32	4,31	4,30	4,29	4,29	4,28	4,28	4,26	4,25	4,25	4,24	4,23	4,23
8	3,93	3,91	3,89	3,88	3,87	3,86	3,85	3,84	3,83	3,82	3,82	3,81	3,81	3,79	3,78	3,78	3,77	3,76	3,76
9	3,59	3,58	3,56	3,55	3,53	3,52	3,51	3,51	3,50	3,49	3,48	3,48	3,47	3,46	3,45	3,44	3,43	3,43	3,42
10	3,34	3,33	3,31	3,30	3,29	3,27	3,26	3,26	3,25	3,24	3,23	3,23	3,22	3,21	3,20	3,19	3,18	3,18	3,17
11	3,15	3,13	3,12	3,10	3,09	3,08	3,07	3,06	3,05	3,05	3,04	3,03	3,03	3,01	3,00	2,99	2,99	2,98	2,97
12	3,00	2,98	2,96	2,95	2,94	2,93	2,92	2,91	2,90	2,89	2,88	2,88	2,87	2,86	2,85	2,84	2,83	2,82	2,82
13	2,87	2,85	2,84	2,82	2,81	2,80	2,79	2,78	2,77	2,76	2,76	2,75	2,74	2,73	2,72	2,71	2,70	2,70	2,69
14	2,77	2,75	2,73	2,72	2,71	2,69	2,68	2,67	2,67	2,66	2,65	2,64	2,64	2,63	2,61	2,60	2,60	2,59	2,58
15	2,68	2,66	2,64	2,63	2,62	2,60	2,59	2,59	2,58	2,57	2,56	2,55	2,55	2,54	2,52	2,51	2,51	2,50	2,49
16	2,60	2,58	2,57	2,55	2,54	2,53	2,52	2,51	2,50	2,49	2,48	2,48	2,47	2,46	2,45	2,44	2,43	2,42	2,42
17	2,54	2,52	2,50	2,49	2,47	2,46	2,45	2,44	2,43	2,43	2,42	2,41	2,41	2,39	2,38	2,37	2,36	2,35	2,35
18	2,48	2,46	2,44	2,43	2,42	2,40	2,39	2,38	2,38	2,37	2,36	2,35	2,35	2,33	2,32	2,31	2,30	2,30	2,29
19	2,43	2,41	2,39	2,38	2,37	2,35	2,34	2,33	2,32	2,32	2,31	2,30	2,30	2,28	2,27	2,26	2,25	2,24	2,24
20	2,39	2,37	2,35	2,33	2,32	2,31	2,30	2,29	2,28	2,27	2,26	2,26	2,25	2,24	2,22	2,21	2,20	2,20	2,19
21	2,34	2,33	2,31	2,29	2,28	2,27	2,26	2,25	2,24	2,23	2,22	2,21	2,21	2,19	2,18	2,17	2,16	2,16	2,15
22	2,31	2,29	2,27	2,26	2,24	2,23	2,22	2,21	2,20	2,19	2,18	2,18	2,17	2,16	2,14	2,13	2,13	2,12	2,11
23	2,28	2,26	2,24	2,22	2,21	2,20	2,19	2,18	2,17	2,16	2,15	2,14	2,14	2,12	2,11	2,10	2,09	2,08	2,08
24	2,25	2,23	2,21	2,19	2,18	2,17	2,16	2,15	2,14	2,13	2,12	2,11	2,11	2,09	2,08	2,07	2,06	2,05	2,05
25	2,22	2,20	2,18	2,17	2,15	2,14	2,13	2,12	2,11	2,10	2,09	2,09	2,08	2,06	2,05	2,04	2,03	2,02	2,02
26	2,19	2,17	2,16	2,14	2,13	2,11	2,10	2,09	2,08	2,07	2,07	2,06	2,05	2,04	2,03	2,02	2,01	2,00	1,99
27	2,17	2,15	2,13	2,12	2,10	2,09	2,08	2,07	2,06	2,05	2,04	2,04	2,03	2,01	2,00	1,99	1,98	1,97	1,97
28	2,15	2,13	2,11	2,10	2,08	2,07	2,06	2,05	2,04	2,03	2,02	2,01	2,01	1,99	1,98	1,97	1,96	1,95	1,94
29	2,13	2,11	2,09	2,08	2,06	2,05	2,04	2,03	2,02	2,01	2,00	1,99	1,99	1,97	1,96	1,95	1,94	1,93	1,92
30	2,11	2,09	2,07	2,06	2,04	2,03	2,02	2,01	2,00	1,99	1,98	1,97	1,97	1,95	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90
31	2,10	2,07	2,06	2,04	2,03	2,01	2,00	1,99	1,98	1,97	1,96	1,96	1,95	1,94	1,92	1,91	1,90	1,89	1,89
32	2,08	2,06	2,04	2,02	2,01	2,00	1,99	1,98	1,97	1,96	1,95	1,94	1,93	1,92	1,91	1,89	1,88	1,88	1,87
33	2,06	2,04	2,03	2,01	2,00	1,98	1,97	1,96	1,95	1,94	1,93	1,93	1,92	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85
34	2,05	2,03	2,01	2,00	1,98	1,97	1,96	1,95	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88	1,86	1,85	1,85	1,84
35	2,04	2,02	2,00	1,98	1,97	1,95	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90	1,90	1,89	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82
36	2,03	2,00	1,99	1,97	1,96	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88	1,88	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81
37	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87	1,87	1,85	1,84	1,82	1,81	1,81	1,80
38	2,00	1,98	1,96	1,95	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,82	1,81	1,80	1,79	1,79
39	1,99	1,97	1,95	1,94	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,81	1,80	1,79	1,78	1,78
40	1,98	1,96	1,94	1,93	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,80	1,79	1,78	1,77	1,76
41	1,97	1,95	1,93	1,92	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,79	1,78	1,77	1,76	1,75
42	1,96	1,94	1,92	1,91	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,78	1,77	1,76	1,75	1,74
43	1,96	1,93	1,92	1,90	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,77	1,76	1,75	1,74	1,74
44	1,95	1,93	1,91	1,89	1,88	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,80	1,78	1,77	1,75	1,74	1,73	1,73
45	1,94	1,92	1,90	1,88	1,87	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,80	1,79	1,77	1,76	1,75	1,74	1,73	1,72
46	1,93	1,91	1,89	1,88	1,86	1,85	1,83	1,82	1,81	1,80	1,80	1,79	1,78	1,76	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71
47	1,93	1,90	1,89	1,87	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,78	1,77	1,76	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70
48	1,92	1,90	1,88	1,86	1,85	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,78	1,77	1,77	1,75	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69
49	1,91	1,89	1,87	1,86	1,84	1,83	1,81	1,80	1,79	1,78	1,77	1,77	1,76	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69
50	1,91	1,89	1,87	1,85	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,78	1,77	1,76	1,75	1,74	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68
55	1,88	1,86	1,84	1,82	1,81	1,79	1,78	1,77	1,76	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65
60	1,86	1,83	1,82	1,80	1,78	1,77	1,76	1,74	1,73	1,72	1,71	1,71	1,70	1,68	1,67	1,65	1,64	1,63	1,63
65	1,84	1,82	1,80	1,78	1,76	1,75	1,74	1,72	1,71	1,70	1,69	1,69	1,68	1,66	1,65	1,63	1,62	1,61	1,60
70	1,82	1,80	1,78	1,76	1,75	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,64	1,63	1,62	1,60	1,59	1,59
75	1,81	1,78	1,76	1,75	1,73	1,72	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,65	1,63	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57
80	1,79	1,77	1,75	1,73	1,72	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,61	1,60	1,59	1,57	1,56	1,55