

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE RELIZANE

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT D'ÉLECTROTECHNIQUE & D'AUTOMATIQUE



SUPPORT
PÉDAGOGIQUE

Cours

Rédigé par:

Dr. NAMOUNE Abdelhadi

Maitre de Conférences classe A

abdelhadi.namoune@univ-relizane.dz

Intitulé du Polycopié:

Réseaux Électriques

Domaine: Sciences & Technologies

Filière: Électrotechnique

Niveau : Licence 3^{ème} année

Année Universitaire : 2024/2025

Sommaire

Préface	i
Chapitre I: Généralités sur les Réseaux électriques	
I.1. Introduction	1
I.2. Définition du réseau électrique	1
I.3. Les centrales électriques	2
I.3.1. Centrales thermiques	2
I.3.2. Les centrales nucléaires	3
I.3.3. Les centrales hydroélectriques	4
I.3.4. Les centrales solaires photovoltaïques	5
I.3.5. Les centrales éoliennes	5
I.4. Types de réseaux électriques	6
I.5. Postes électriques	7
I.5.1. Fonction des postes électriques	7
I.5.2. Les différents éléments du poste	7
I.5.2.1. Transformateurs de puissance	8
I.5.2.2. Transformateurs de mesure de courant et de tension	8
I.5.2.3. Disjoncteurs	9
I.5.2.4. Sectionneurs	9
I.5.2.5. Jeux de barres	9
I.5.2.6. Parafoudres	10
I.6. Les lignes électriques	10
I.6.1. Eléments constitutifs d'une ligne aérienne	10
I.6.1.1. Les conducteurs de phase	10
I.6.1.2. Les éclateurs	10
I.6.1.3. Les pylônes	11
I.6.1.4. Les isolateurs	11
I.6.1.5. Câbles de garde	12
I.6.1.6. Prises de terre des pylônes	12
Chapitre II: Modes de transport, répartition et distribution de l'énergie électrique	
II.1. Introduction	13
II.2. Description des réseaux électriques	13
II.3. Structure générale des réseaux électriques	14
II.3.1. Réseaux de transport et d'interconnexion	14
II.3.2. Réseaux de répartition	16
II.3.3. Réseaux de distribution	16
II.4. Topologies des réseaux électriques	16
II.4.1. Réseau maillé	16
II.4.2. Réseau bouclé	16
II.4.3. Réseau radial	17
II.4.4. Réseau arborescent	17
II.5. Architectures des réseaux de distribution urbains et ruraux	18
II.5.1. Réseau en double dérivation simple	18
II.5.2. Réseau en dérivation multiples	19
II.5.3. Réseaux à structure en coupure d'artère	20
II.5.4. Réseaux ruraux	21
II.5.5. Postes sources HT/MT	21
II.5.6. Postes de distribution BT	22
Chapitre III: Modélisation des réseaux électriques	

III.1. Introduction	24
III.2. Les paramètres séries longitudinaux (résistance et inductance)	25
III.2.1. La résistance linéique de la ligne	25
III.2.1.1. Effet de Peau	25
III.2.2. Inductance linéique de la ligne	28
III.2.2.1. Calcul de l'inductance d'un conducteur simple	28
III.2.2.2. Calcul de l'inductance d'une ligne monophasée	31
III.2.2.3. Calcul de l'inductance d'une ligne monophasée à multiconducteurs par phase	32
III.2.2.4. Calcul d'inductance pour les conducteurs en faisceaux	34
III.2.2.5. Inductance linéique d'une ligne triphasée	35
III.3. Les paramètres parallèles transversaux (conductance et capacité)	38
III.3.1. La conductance linéique de la ligne	38
III.3.2. La capacité linéique de la ligne	38
III.3.2.1. Capacitance d'un seul conducteur solide	38
III.3.2.2. Capacité linéique d'une ligne monophasée	39
III.3.2.3. Capacité linéique d'une ligne triphasée	40
III.4. Modélisation et performance des lignes électriques	47
III.4.1. Paramètres de transfert de la ligne	48
III.4.2. Modèle de lignes courtes	49
III.4.3. Modèle de lignes moyennes	49
III.4.3.1. Représentation d'une ligne moyenne modèle en π	50
III.4.3.2. Représentation d'une ligne moyenne modèle en T	51
III.4.4. Modèle de lignes longues	52
III.4.5. L'effet Ferranti dans les lignes en considérant un modèle π nominal	56
III.4.6. Ligne sans pertes	57
III.4.7. Transit de puissance à travers une ligne de transport	59
III.4.8. Régulation de la tension d'une ligne et le rendement	60
III.4.9. Compensation de l'énergie réactive	61
III.4.9.1. Calcul de la valeur des condensateurs selon le mode du couplage ..	62
Chapitre IV: Transformateurs et système d'unité relative	
IV.1. Introduction	64
IV.2. Transformateur Monophasé	64
IV.2.1. Principe de fonctionnement du transformateur monophasé	64
IV.2.2. Transformateur monophasé parfait	64
IV.2.2.1. Rapport de tension	65
IV.2.2.2. Rapport de courant	65
IV.2.2.3. Puissance apparente	65
IV.2.3. Etude du transformateur monophasé réel	66
IV.2.4. Etude du transformateur avec l'hypothèse de Kapp	67
IV.2.5. Détermination des paramètres du transformateur	69
IV.2.5.1. Essai à vide	70
IV.2.5.2. Essai en court-circuit	70
IV.2.5.3. Calcul la chute de tension au secondaire	70
IV.2.5.4. Facteur de régulation d'un transformateur	71
IV.2.5.5. Rendements des transformateurs	71
IV.3. Transformateur triphasé	72
IV.3.1. Constitution d'un transformateur triphasé	72
IV.3.2. Couplage des transformateurs triphasés	73
IV.3.3. Choix du couplage	74

IV.3.4. Indice horaire	75
IV.3.5. Rapport de transformation triphasé	75
IV.3.6. Couplage en parallèle des transformateurs triphasés	78
IV.3.6.1. But	78
IV.3.6.2. Conditions à satisfaire pour coupler des transformateurs	78
IV.3.6.3. Groupes d'indices horaires	79
IV.4. Système d'unité relative	80
IV.4.1. Introduction	80
IV.4.2. Puissance, tension et courant de base	80
IV.4.3. Impédance et admittance de base	81
IV.4.4. Changement de base	82
Chapitre V: Calcul des courants de court-circuit	
V.1. Introduction	83
V.2. Les principaux défauts de court-circuit	83
V.3. Calcul du court-circuit	84
V.4. Causes des courants de court-circuit	84
V.5. Etablissement de l'intensité de court-circuit	85
V.6. Valeur du courant ' I_{cc} ' selon les différents types de court-circuit	86
V.6.1. Court-circuit triphasé	86
V.6.2. Court-circuit biphasé isolé	87
V.6.3. Court-circuit monophasé isolé	88
V.6.4. Court-circuit à la terre (monophasé ou biphasé)	89
V.7. Calcul des courants de court-circuit par la méthode des composantes symétriques ...	90
V.7.1. Invariance de puissance dans la transformation de composantes symétriques ...	93
V.7.2. Construction de réseaux séquentiels	94
V.7.3. Impédances équivalentes des éléments du réseau	98
Références bibliographiques	103

Préface

Ce document est un support de cours de réseaux électriques destiné essentiellement aux étudiants de troisième année licence Electrotechnique. Il est destiné à donner un aperçu sur la gestion et le dimensionnement du réseau d'énergie électrique. Il répond également aux besoins des lecteurs qui veulent acquérir une bonne compréhension des principes du réseau électrique ainsi que ses aspects théoriques et pratiques, l'accent est mis sur les concepts et sur les dérivations mathématiques. Par ailleurs il est à signaler que ce travail n'a aucun caractère définitif ; il ne prétend pas être exhaustif.

Le document se compose de cinq chapitres.

Le chapitre I: présente des généralités sur le réseau électrique. C'est une introduction aux concepts de base relatifs à la structure du système électrique et à quelques autres aspects importants.

Le chapitre II: concerne les modes de transport, répartition et distribution de l'énergie électrique, où sont exposées les différentes topologies, structures et architectures des réseaux électriques.

Le chapitre III: traite essentiellement les paramètres des lignes de transmission, leurs types, leurs composants ainsi que le calcul des caractéristiques longitudinales (Résistance, inductance), et aussi le calcul des caractéristiques transversales (Capacité, conductance) des lignes électriques. Il est consacré aussi au calcul du transit de puissance et au développement des équations permettant le calcul des chutes de tensions en fonction des paramètres du réseau.

Le chapitre IV: traite les transformateurs, leurs modélisations, détermination de leurs paramètres et leurs modes de couplages, ainsi que les principaux types de transformateurs. Un accent est mis sur le système d'unité relative.

Le chapitre V: couvre l'analyse des défauts équilibrés et déséquilibrés. On discute également de la technique des composantes symétriques qui résolvent le problème d'un circuit déséquilibré en une solution de nombre de circuits équilibrés.

I.1. Introduction

Ce chapitre introductif a pour objet de présenter la chaîne de fourniture d'électricité, et en particulier la production d'énergie électrique. Les systèmes électriques présentent des caractéristiques spécifiques de fonctionnement, qui les différencient des autres types d'industrie. La prise en compte de ces caractéristiques et la coordination entre les différents acteurs du système est essentielle pour garantir un système électrique fiable en permanence.

I.2. Définition du réseau électrique

Un réseau électrique est l'ensemble des composantes requises pour conduire l'énergie électrique de la source (générateur) à la charge (consommateur). Cet ensemble comprend des transformateurs, des lignes de transmission, des pylônes, des générateurs, des moteurs, des réactances, des condensateurs, des appareils de mesure et de contrôle, des protections contre la foudre et les courts-circuits, etc.

Les réseaux électriques ont pour fonction d'interconnecter les centres de production tels que les centrales hydrauliques, thermiques..., aux centres de consommation (villes, usines...). L'énergie électrique est transportée en haute tension, voire très haute tension pour limiter les pertes joules (les pertes étant proportionnelles au carré de l'intensité) et minimiser la chute de tension puis progressivement abaissée au niveau de la tension de l'utilisateur final.

Les réseaux électriques sont constitués par l'ensemble des appareils destinés à la production, au transport, à la distribution et à l'utilisation de l'électricité depuis les centrales de génération jusqu'aux maisons de campagne les plus éloignées (figure I.1).

Les systèmes électriques sont des systèmes de livraison d'énergie en temps réel. Temps réel signifie que l'électricité est produite, transportée, et fournie au même temps.

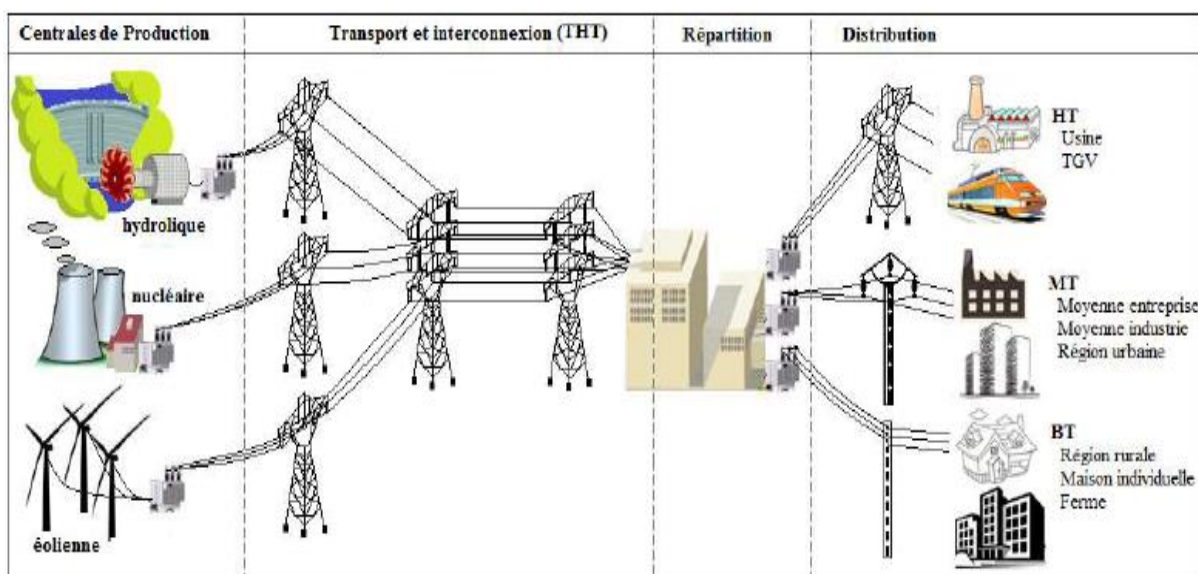


Figure I.1: Structure générale d'un réseau électrique

Les systèmes d'alimentation électriques ne sont pas des systèmes de stockage tels que les systèmes d'eau et les systèmes de gaz. Au lieu de cela, les générateurs produisent de l'énergie lorsque la demande l'exige.

I.3. Les centrales électriques

Le principe de conversion où la centrale de production de l'électricité convertit une source d'énergie primaire en énergie électrique. La source d'énergie primaire est un élément déterminant qui permet de distinguer entre les différentes centrales de production. Ces principes varient aussi selon leurs structures de coût, leurs économies d'échelle et leurs capacités à réaliser leurs fonctions. Il est à noter que l'énergie électrique n'est pas stockable.

Il existe trois principaux types de centrales électriques : Les centrales à combustibles fossiles (charbon, pétrole et gaz naturel) dites centrales thermiques classiques, les centrales nucléaires qui sont également des centrales que l'on peut qualifier de thermiques; les centrales à énergies renouvelable (les centrales hydroélectriques, solaires ou photovoltaïques, éoliennes ...).

I.3.1. Centrales thermiques

Pour fonctionner, une centrale thermique à flamme a besoin d'une source de chaleur (pétrole, charbon, gaz) qui va chauffer un fluide dans une chaudière (dans la majorité des cas, il s'agit d'eau), ce fluide va ainsi passer de l'état liquide à l'état gazeux (tel que la vapeur par exemple). Le gaz ainsi obtenu va faire tourner une turbine qui elle-même est reliée à un alternateur qui va produire de l'énergie électrique (figure I.2).

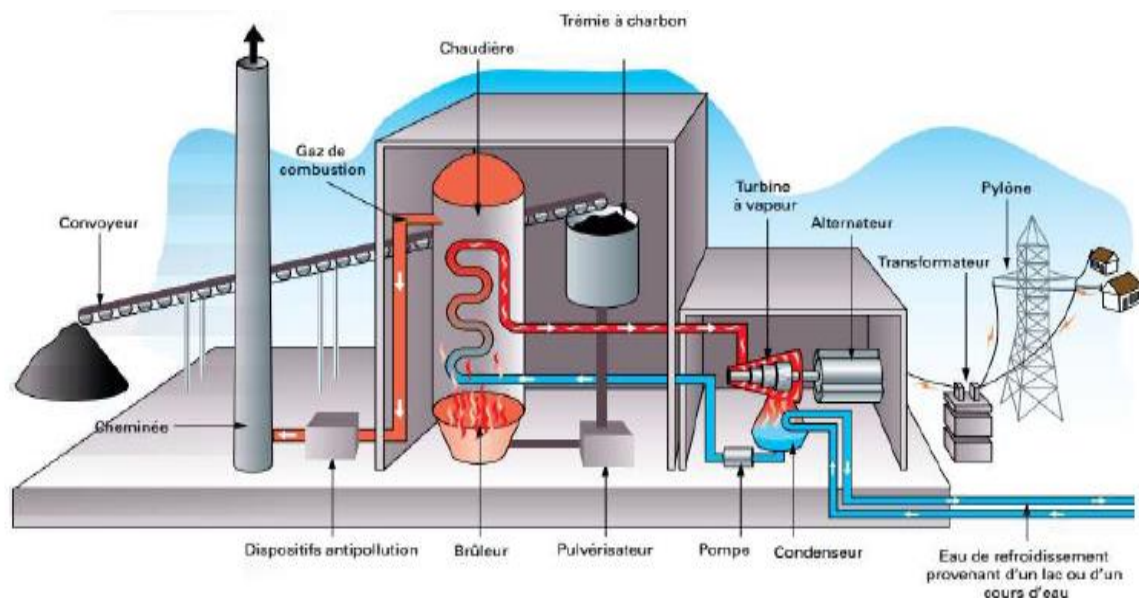


Figure I.2: Centrale thermique à vapeur

Pour pouvoir faire tourner la turbine, il faut condenser le gaz en aval de la turbine grâce à une source froide pour diminuer sa pression, à la sortie de la turbine, la vapeur est refroidie pour la

retransformer en eau puis, elle est renvoyée dans la chaudière. Le refroidissement de la vapeur est confié à une réserve d'eau (cours d'eau).

Une centrale thermique à flamme fournit une puissance électrique de l'ordre de quelques centaines de mégawatts.

I.3.2. Les centrales nucléaires

Les centrales nucléaires produisent l'électricité à partir de la chaleur libérée par une réaction nucléaire. Ce phénomène est provoqué par la division du noyau d'un atome, un processus que l'on appelle fission nucléaire (figure I.3).

Une centrale nucléaire est identique à une centrale thermique, sauf que la chaudière brûlant le combustible fossile est remplacée par un réacteur contenant le combustible nucléaire en fission.

Une telle centrale comprend donc une turbine à vapeur, un alternateur, un condenseur, ... etc, comme dans une centrale thermique conventionnelle. Le rendement global est semblable (entre 30 % et 40 %) et l'on doit encore prévoir un système de refroidissement important, ce qui nécessite un emplacement près d'un cours d'eau ou la construction d'une tour de refroidissement.

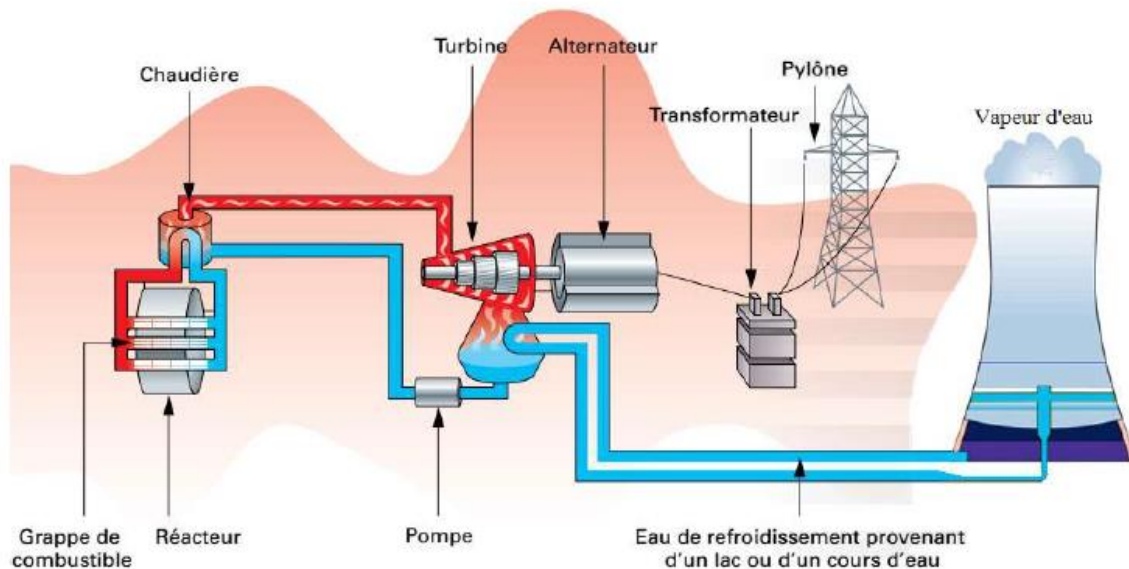


Figure I.3: Centrale nucléaire

Energie libérée par la fission atomique

Lorsque le noyau d'un atome subit la fission, il se sépare en deux. La masse totale des deux atomes ainsi formés est habituellement différente de celle de l'atome initial. S'il y a une diminution de la masse, une quantité d'énergie est libérée. Sa valeur est donnée par la formule:

$$E = m \cdot c^2 \quad (I.1)$$

Avec :

E : énergie libérée, en joules [J]

m : diminution de masse, en kilogrammes [kg];

c : vitesse de la lumière ($3 \cdot 10^8$ [m/s]).

La quantité d'énergie libérée est énorme, car une diminution de 1 g seulement donne une énergie de $72,6 \cdot 10^9$ joules, soit l'équivalent énergétique d'environ trois mille tonnes de charbon.

I.3.3. Les centrales hydroélectriques

Les centrales hydroélectriques convertissent l'énergie de l'eau en mouvement en énergie électrique. L'énergie provenant de la chute d'une masse d'eau est tout d'abord transformée dans une turbine hydraulique en énergie mécanique (figure I.4). Cette turbine entraîne un alternateur dans le lequel l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique.

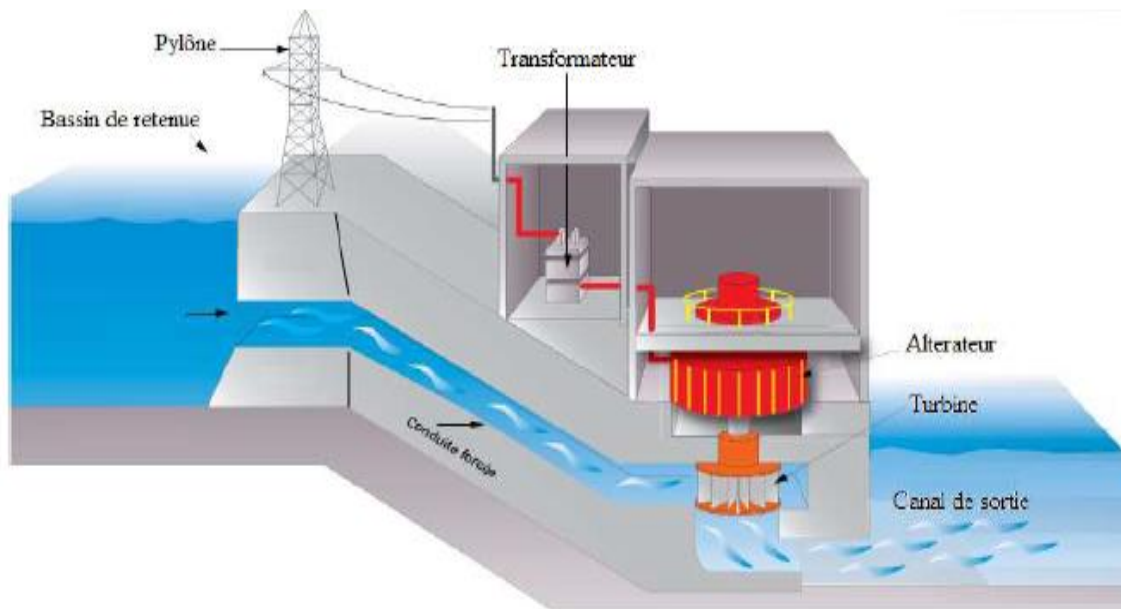


Figure I.4: Centrale hydraulique

Puissance disponible

D'une façon générale, la puissance que l'on peut tirer d'une chute dépend non seulement de la hauteur de la chute, mais aussi du débit du cours d'eau. Le choix de l'emplacement d'une centrale hydroélectrique dépend donc de ces deux facteurs.

La puissance disponible est donnée par l'équation:

$$P = g \cdot \rho \cdot q \cdot h \quad (I.2)$$

Où :

P : puissance hydraulique, en kilowatts

ρ : la masse volumique de l'eau [kg/m^3]

q : débit en mètres cubes par seconde [m^3/s]

h : hauteur de la chute, en mètres [m]

g : l'accélération de la pesanteur 9,8 [m/s^2]

I.3.4. Les centrales solaires photovoltaïques

Un premier processus consiste à fabriquer de l'électricité avec l'énergie solaire en utilisant les rayonnements lumineux du soleil, qui sont directement transformés en un courant électrique par des Cellules à base de silicium ou autre matériau ayant des propriétés de conversion lumière/électricité.

Chaque cellule délivre une faible tension, les cellules sont assemblées en panneaux (figure I.5). Un autre procédé utilise des miroirs pour concentrer le flux d'énergie vers un foyer où de l'eau est vaporisée pour entraîner un alternateur.



Figure I.5: Centrales solaires

I.3.5. Les centrales éoliennes

L'énergie du vent provient de celle du soleil qui chauffe inégalement les masses d'air, provoquant des différences de pression atmosphérique et donc des mouvements de circulation de l'air. L'énergie éolienne est une énergie renouvelable, disponible partout (en quantités différentes) et bien sûr sans rejet polluant dans l'atmosphère. L'éolienne transforme la puissance de translation du vent en puissance de rotation. Un alternateur est mécaniquement couplé à l'axe des pales (rotor) pour produire les tensions triphasées. Un dispositif de régulation permet d'obtenir une vitesse de rotation constante compatible avec la fréquence du réseau (50Hz), (figure I.6).

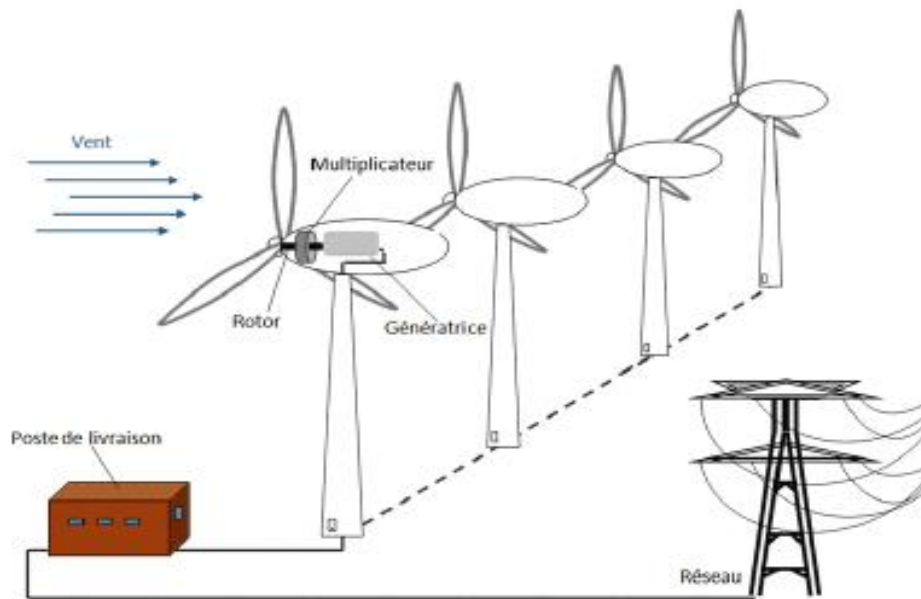


Figure I.6: Centrales éoliennes

I.4. Types de réseaux électriques

Les réseaux en trois grandes catégories comme suit :

- **Réseau d'interconnexion et de transport:** ces réseaux assurent le transport et l'interconnexion en très haute tension et en haute tension vers les points de consommation et de répartition. Ces réseaux comprennent les centrales de production ainsi que les lignes et les postes de transformation, leurs rôles sont : Collecter l'énergie produite par les centrales et de l'acheminer vers les zones de consommation (fonction transport). Permettre une exploitation économique et sûre des moyens de production, et assurer une compensation des différents manques (fonction interconnexion).
- **Réseau de répartition:** Ces réseaux comprennent les lignes de transport et les postes de transformation intermédiaires entre le réseau de transport et le réseau de distribution. Ce sont des réseaux haute tension, dont le rôle est de répartir l'énergie électrique au niveau régional. Ils peuvent être aériens ou souterrains.
- **Réseau de distribution MT et de livraison BT:** Ils ont pour rôle de fournir aux réseaux d'utilisation la puissance dont ils ont besoin. Ils utilisent deux niveaux de tension : Des lignes à moyenne tension (MT ou HTA) alimentées par des postes HT/MT et fournissant de l'énergie électrique, soit directement aux consommateurs importants soit aux différents postes MT/BT. Des lignes à basse tension qui alimentent les usagers soit en monophasé soit en triphasé. Les réseaux MT font pratiquement partie, dans leur totalité des réseaux de distribution.

I.5. Postes électriques

Tous les réseaux sont reliés entre eux par des postes électriques. On distingue trois types de postes électriques, suivant les fonctions qu'ils assurent:

- **Postes d'interconnexion:** Permettent de relier entre eux plusieurs sections du réseau, leur but est d'interconnecter plusieurs lignes électriques. Ils comprennent à cet effet un ou plusieurs points communs triphasés appelés jeu de barres, sur lesquels différents départs (lignes, transformateurs, etc.) de même tension.
- **Postes de transformation:** Dans lesquels il existe au moins deux jeux de barres à des tensions différentes liés par un ou plusieurs transformateurs.
- **Les postes mixtes:** Les plus fréquents, qui assurent une fonction dans le réseau d'interconnexion et qui comportent en outre un ou plusieurs étages de transformation.

I.5.1. Fonction des postes électriques

Dans les réseaux, les postes ont pour fonction en particulier :

- **Élévation ou diminution de la tension:** La tension de l'électricité fournie par le réseau est modifiée par un ou plusieurs transformateurs placés dans le poste de transformation.
- **D'organiser (configurer):** la topologie des réseaux c'est à dire l'affectation des lignes à telles ou telles barres (bus) et donc ouvrir, fermer les disjoncteurs /sectionneurs.
- **De surveiller:** c'est la fonction qui consiste à mesurer le courant, la tension, les puissances, enregistrer et traiter les alarmes etc.....
- **De protéger:** c'est la fonction de protection des ouvrages (lignes, postes...) dans les réseaux par les disjoncteurs.

I.5.2. Les différents éléments du poste

Dans les postes électriques on trouve un certain nombre d'appareils électriques (transformateurs, disjoncteurs, sectionneurs.....) qui participent au bon fonctionnement du réseau (figure I.7).

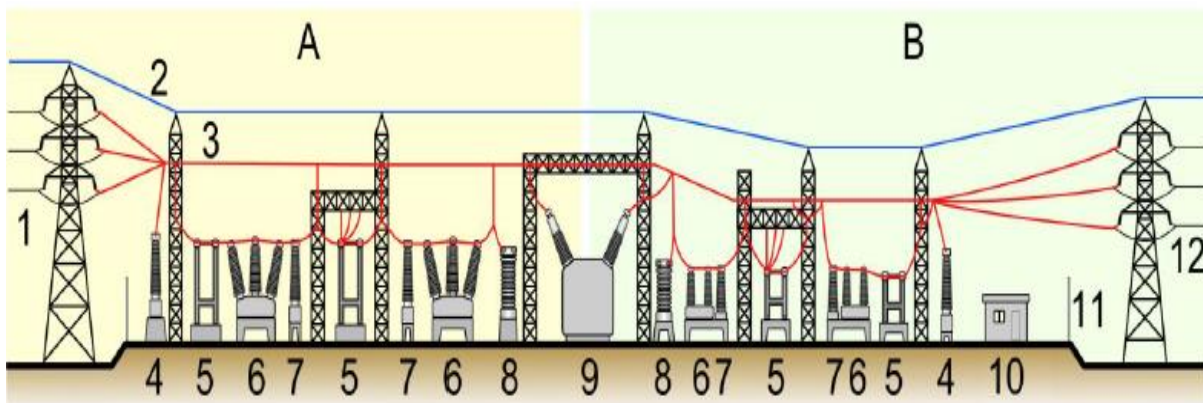


Figure I.7: Appareils électriques dans un poste (A : Côté primaire, B : Côté secondaire)

1: Ligne électrique primaire; 2: Câble de garde; 3: Ligne électrique; 4: Transformateur de tension; 5: Sectionneur; 6: Disjoncteur; 7: Transformateur de courant; 8: Parafoudre; 9: Transformateur de puissance; 10: Bâtiment secondaire; 11: Clôture; 12: Ligne électrique secondaire.

I.5.2.1. Transformateurs de puissance

Ils modifient la tension électrique à la hausse (par exemple de 20 kV à 400 kV en sortie de centrales) ou à la baisse (par exemple de 63 kV à 30 kV pour livrer l'énergie aux réseaux de distribution) (figure I.8).



Figure I.8: Transformateur de puissance triphasé

I.5.2.2. Transformateurs de mesure de courant et de tension

Ils sont utilisés pour permettre la mesure de la tension ou du courant quand ceux-ci ont une valeur trop élevée pour être mesurée directement. Ils doivent transformer la tension ou le courant de manière proportionnelle et sans déphasage. Ils sont destinés à alimenter des appareils de mesure, des compteurs, des relais et autres appareils analogues (figure I.9).



(a) Transformateur de courant



(b) Transformateur de tension

Figure I.9: Transformateur de mesure

I.5.2.3. Disjoncteurs

Ils protègent le réseau contre d'éventuelles surcharges dues à des courants de défaut (foudre, amorçage avec branche d'arbre) en mettant des portions de circuit sous ou hors tension (figure I.10).



Figure I.10: Disjoncteur

I.5.2.4. Sectionneurs

Ils assurent la coupure visible d'un circuit électrique et aiguillent le courant dans le poste (figure I.11).



Figure I.11: Sectionneur

I.5.2.5. Jeux de barres

Dans la distribution électrique un jeu de barres désigne un conducteur de cuivre ou d'aluminium qui conduit de l'électricité dans un tableau électrique, à l'intérieur de l'appareillage électrique ou dans un poste électrique. Les jeux de barres sont typiquement soit des barres plates, soit des tubes (figure I.12). Ils sont considérés comme des conducteurs de faible impédance auquel peuvent être reliés plusieurs circuits électriques en des points séparés.



Figure I.12: Jeux de barres

I.5.2.6. Parafoudres

Les parafoudres sont des appareils destinés à limiter les surtensions imposées aux transformateurs, instruments et machines électriques par la foudre et par les manœuvres de commutation. La partie supérieure du parafoudre est reliée à un des fils de la ligne à protéger et la partie inférieure est connectée au sol par une mise à la terre de faible résistance, généralement de moins d'un Ohm.

I.6. Les lignes électriques

Une ligne électrique est un ensemble de conducteurs, d'isolant et d'éléments accessoires destinés au transport de l'énergie électrique. Les conducteurs sont en général en aluminium, en cuivre.....

Une ligne électrique a haute tension peut être soit une ligne aérienne, soit un câble souterrain ou sous-marin. Son rôle est de transporter l'énergie électrique.

I.6.1. Eléments constitutifs d'une ligne aérienne

I.6.1.1. Les conducteurs de phase

Les conducteurs sont « nus » c'est-à-dire que leur isolation électrique est assurée par l'air. La distance des conducteurs entre eux et avec le sol garantit la bonne tenue de l'isolement. Cette distance augmente avec l'augmentation du niveau de tension. On général on utilise des conducteurs en aluminium, ou en alliage aluminium -acier.

I.6.1.2. Les éclateurs

L'éclateur est un dispositif simple constitué de deux électrodes, la première reliée au conducteur à protéger, la deuxième reliée à la terre. A l'endroit où il est installé dans le réseau, l'éclateur représente un point faible pour l'écoulement des surtensions à la terre et protège ainsi le matériel (figure I.13).



Figure I.13: Eclateurs

I.6.1.3. Les pylônes

Le rôle des supports (pylônes) est de maintenir les câbles à une distance minimale de sécurité du sol et des obstacles environnants, afin d'assurer la sécurité des personnes et des installations situées au voisinage des lignes. Le choix des pylônes se fait en fonction des lignes à réaliser, de leur environnement et des contraintes mécaniques liées au terrain et aux conditions climatiques de la zone. Leur silhouette est caractérisée par la disposition des câbles conducteurs. On a recours à des pylônes composés d'un treillis en acier. Plus la tension est élevée, plus l'envergure est grande et plus les poteaux sont élevés (figure I.14).



Figure I.14: Quelques structures de pylônes

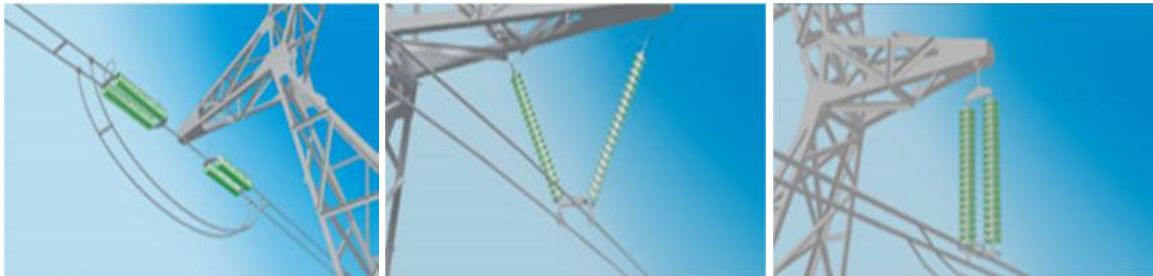
I.6.1.4. Les isolateurs

Les isolateurs assurent l'isolement électrique entre les câbles conducteurs et les supports. Ils sont utilisés en chaîne, dont la longueur augmente avec le niveau de tension : il faut compter environ 6 isolateurs en 63 [kV], 9 en 90 [kV], 12 en 225 [kV] et 19 en très haute tension de 400 [kV]. La chaîne d'isolateurs joue également un rôle mécanique, elle doit être capable de résister aux efforts dus aux conducteurs, qui subissent les effets du vent, de la neige ou du

givre (figure I.15).

Les isolateurs ont deux fonctions principales :

- Ils empêchent le courant électrique de phase de passer dans les pylônes.
- Ils accrochent les conducteurs de phase au pylône



Chânes d'ancrage

Chânes V

Chânes droite

Figure I.15: Isolateur

I.6.1.5. Câbles de garde

Les câbles de garde ne conduisent pas le courant. Ils sont situés au -dessus des conducteurs de lignes aériennes à haute tension. Ils jouent un rôle de paratonnerre au-dessus de la ligne, en attirant les coups de foudre, et en évitant le foudroiement des conducteurs. Ils sont en général réalisés en acier (figure I.16).

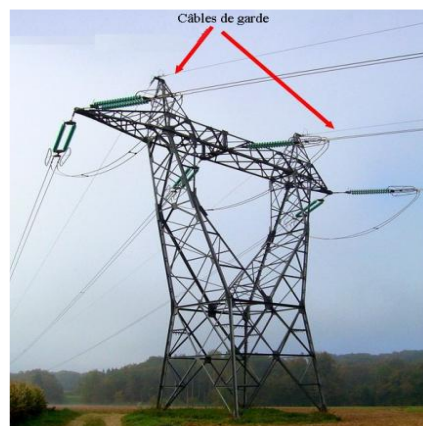


Figure I.16: Câble de garde

I.6.1.6. Prises de terre des pylônes

Les pylônes des lignes de transport d'énergie sont reliés à des prises de terre conçues avec grande précaution afin de leur assurer une faible résistance effectivement. Il ne faut pas que la chute de tension dans la prise de terre provoquée par un courant de foudre qui frappe le pylône dépasse la tension de contournement des isolateurs. Sinon les trois phases de la ligne se mettent en court-circuit entre elles et à la terre.

II.1. Introduction

Il ne suffit pas de produire l'énergie électrique dans les centrales, il faut aussi l'amener jusqu'à l'utilisateur final. Ainsi pour atteindre l'adéquation entre la production et la consommation, qui se traduit par la performance économique, la structure électrique d'un pays est généralement décomposée en plusieurs niveaux correspondant à différents réseaux électriques. Il est à noter qu'il n'existe aucune structure unique à travers le monde, et que le découpage en plusieurs réseaux avec les niveaux de tension associés peut être différent selon les pays. Dans la plupart des pays, les installations électriques doivent répondre à un ensemble de réglementations nationales ou établies par des organismes privés agréés. Il est essentiel de prendre en considération ces contraintes locales avant de démarrer la conception de l'installation.

II.2. Description des réseaux électriques

Les réseaux électriques sont constitués par l'ensemble des appareils destinés à la production, au transport, à la distribution et à l'utilisation de l'électricité depuis les centrales de génération jusqu'aux maisons de campagne les plus éloignées (figure II.1).

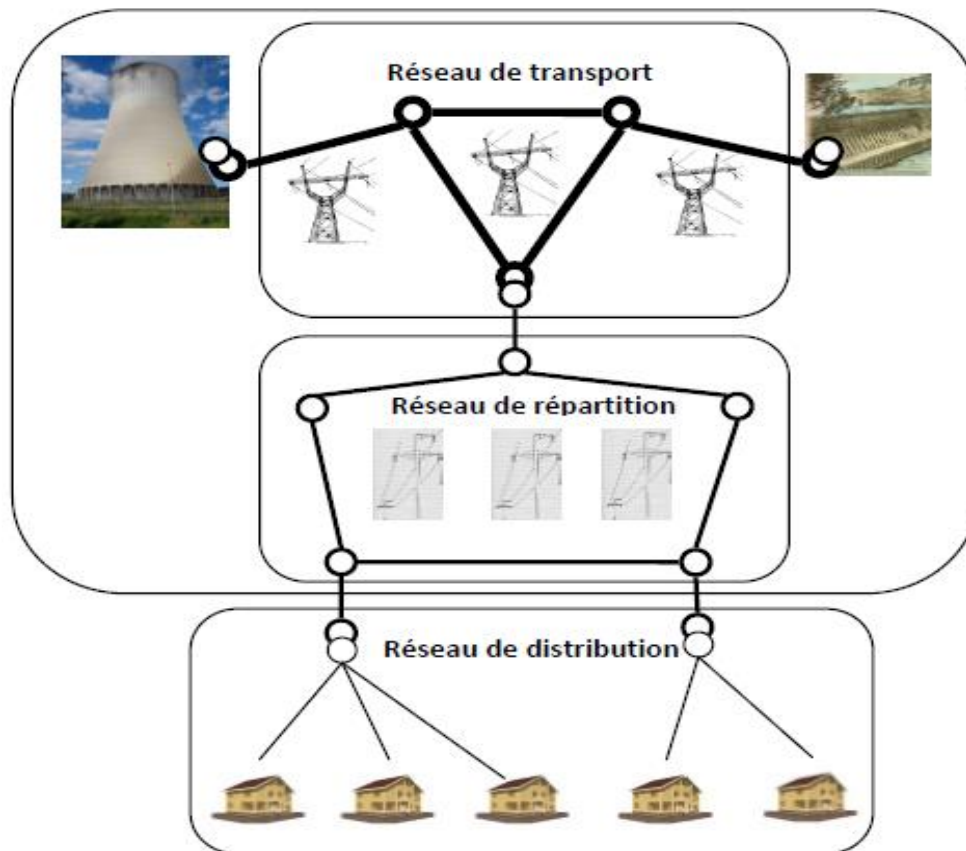


Figure II.1: Structure des réseaux de transport et de distribution

L'énergie électrique produite est directement injectée sur le réseau de transport maillé à très

haute tension pour être transportée sur de grandes distances avec un minimum de pertes. Elle "descend" ensuite sur les réseaux de répartition, puis ceux de distribution d'où elle est distribuée aux gros consommateurs et aux réseaux de distribution à basse tension.

Généralement, le réseau est composé dans le sens du transit de l'énergie comme montré sur la figure II.2:

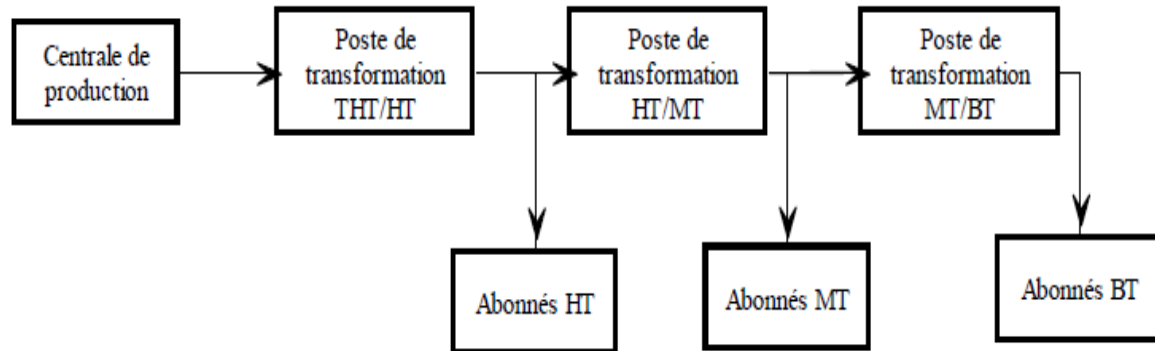


Figure II.2: Chemin de l'énergie électrique

Les réseaux électriques sont hiérarchisés. La plupart des pays mettent en œuvre (selon CEI) :

- Un réseau de transport THT 220 kV 800 kV.
- Un réseau de répartition HT 60 kV 170 kV.
- Un réseau de distribution MT 5 kV 36 kV.
- Un réseau de livraison de l'abonné BT 400/230 V.

La nouvelle norme en vigueur en France UTE C18-510 définit les niveaux de tension alternative comme suit :

- HTB → pour une tension composée supérieure à 50 kV.
- HTA → pour une tension composée comprise entre 1 kV et 50 kV.
- BTB → pour une tension composée comprise entre 500 V et 1 kV.
- BTA → pour une tension composée comprise entre 50 V et 500 V.
- TBT → pour une tension composée inférieure ou égale à 50 V.

II.3. Structure générale des réseaux électriques

De façon très générique, un réseau électrique est toujours dissocié en quatre grandes parties: la production, le transport, la répartition et la distribution (figure II.3).

II.3.1. Réseaux de transport et d'interconnexion

Il consiste à acheminer les puissances produites par les unités de production auprès des lieux de consommation. Un alternateur produit la puissance électrique sous moyenne tension (12 à 15 kV), et elle est injectée dans le réseau de transport à travers des postes de transformation pour être transmise sous haute ou très haute tension afin de réduire les pertes dans les lignes. Le niveau de la tension de transport varie selon les distances et les puissances transportées,

plus les distances sont grandes plus la tension doit être élevée, la même chose pour la puissance. Par exemple, le réseau de transport en Algérie utilise une tension de 220 kV (voir 400 kV pour certaines lignes dans le sud notamment), le réseau européen utilise 400 kV, et le réseau nord américain 735 kV.

Les réseaux de transport et d'interconnexion ont principalement pour mission :

- De collecter l'électricité produite par les centrales importantes et de l'acheminer par grand flux vers les zones de consommation (fonction transport).
- De permettre une exploitation économique et sûre des moyens de production en assurant une compensation des différents aléas (fonction interconnexion).

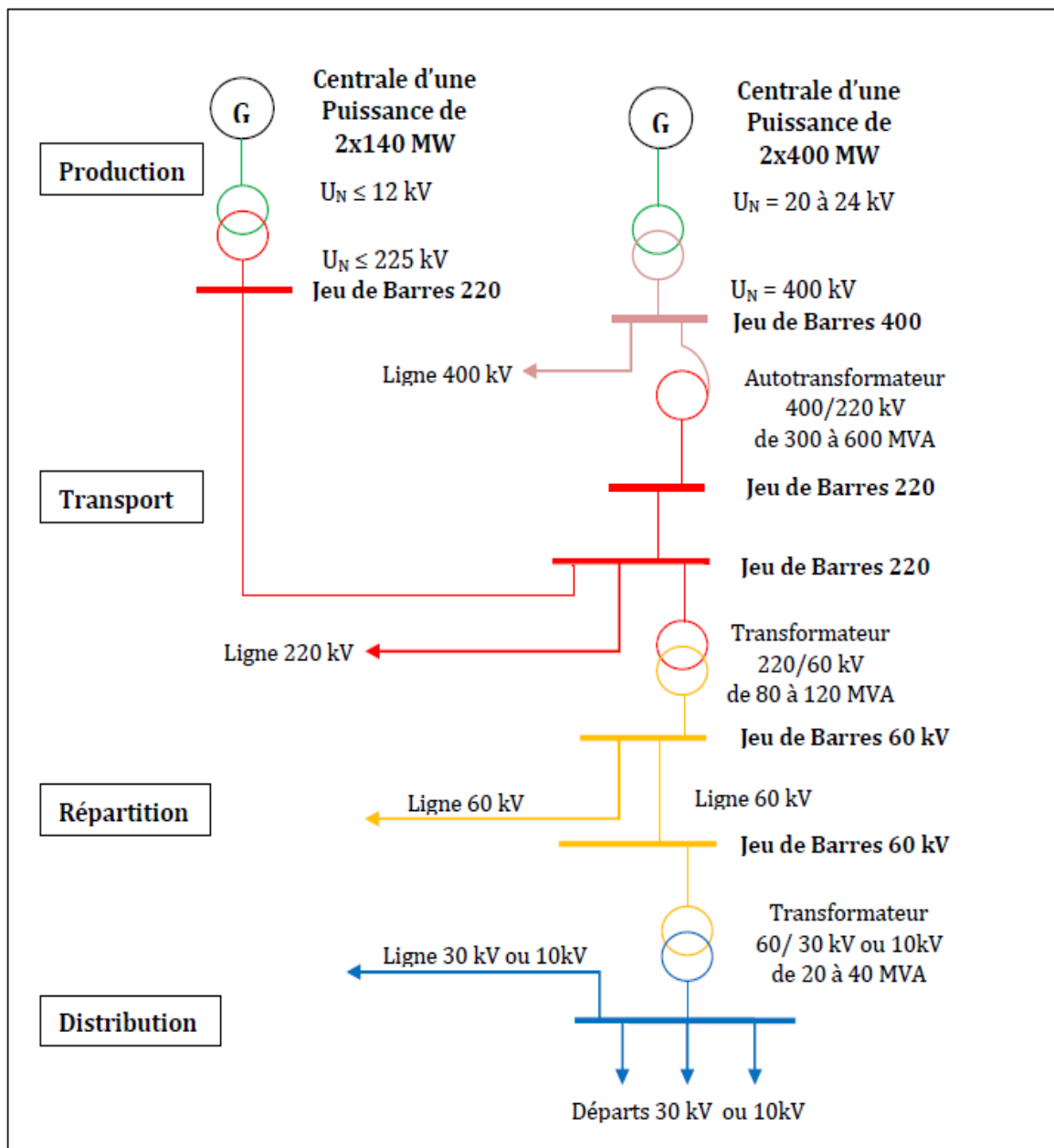


Figure II.3: Structure générale des réseaux électriques

II.3.2. Réseaux de répartition

Les réseaux de répartition ont pour fonction de faire la liaison entre le réseau de transport et les réseaux de distribution. La finalité de ce réseau est avant tout d'acheminer l'électricité du réseau de transport vers les grands centres de consommation à partir des postes d'interconnexion THT/HT(MT) et sert à fournir les gros consommateurs industriels sous haute ou moyenne tension, et à répartir les puissances dans différentes régions rurales ou urbaines. La structure de ces réseaux est généralement de type aérien (parfois souterrain à proximité de sites urbains). Les tensions sur ces réseaux sont comprises entre 63 kV et 90 kV.

II.3.3. Réseaux de distribution

Les réseaux de distribution sont destinés à acheminer l'électricité à l'échelle locale, c'est-à-dire directement vers les consommateurs de plus faible puissance. La distribution est assurée en moyenne tension (30 kV) et en basse tension (400 et 230 volts).

II.4. Topologies des réseaux électriques

Les topologies diffèrent d'un type de réseau à un autre. Cette topologie est dictée par : le niveau de fiabilité recherché, la flexibilité et la maintenance, ainsi que les coûts d'investissement et d'exploitation.

II.4.1. Réseau maillé

Les réseaux maillés sont des réseaux où toutes les lignes sont bouclées formant ainsi une structure analogue au maille d'un filet. Ils sont utilisés pour les réseaux de distribution à basse tension et pour les réseaux de transport (figure II.4).

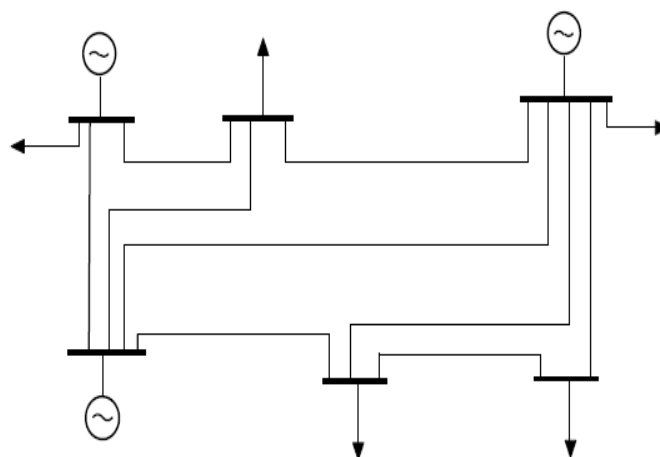


Figure II.4: Réseau maillé

II.4.2. Réseau bouclé

Cette topologie est surtout utilisée dans les réseaux de répartition et distribution MT. Les

postes de répartition HT ou MT alimentés à partir du réseau THT sont reliés entre eux pour former des boucles, ceci dans le but d'augmenter la disponibilité. Cependant, il faut noter que les réseaux MT ne sont pas forcément bouclés (figure II.5).

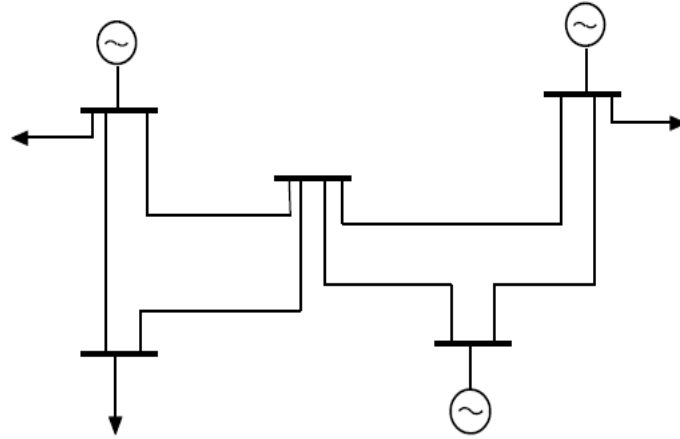


Figure II.5: Réseau bouclé

II.4.3. Réseau radial

C'est une topologie simple qu'on trouve usuellement dans la distribution MT et BT. Elle est composée d'une ligne alimentée par des postes de distribution MT ou BT alimentés au départ par un poste source HT ou MT. En moyenne tension cette structure est souvent alimentée des deux côtés afin d'assurer la disponibilité (figure II.6).

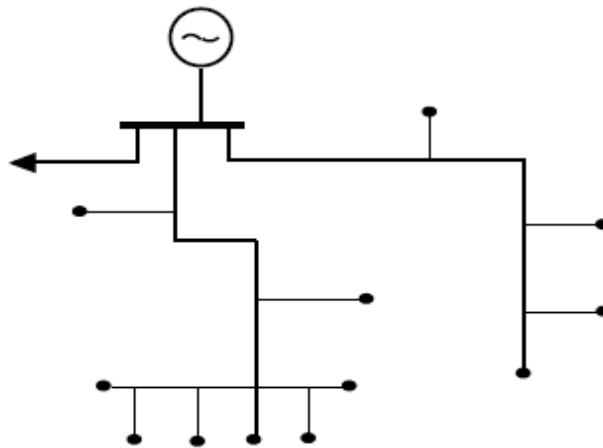


Figure II.6: Réseau radial

II.4.4. Réseau arborescent

Cette structure est très utilisée en milieu rural et quelque fois en milieu urbain où la charge n'est pas très sensible aux interruptions. Elle est constituée d'un poste de répartition qui alimente plusieurs postes de distribution (BT) grâce à des piquages à différents niveaux des lignes alimentant les postes MT/BT (figure II.7).

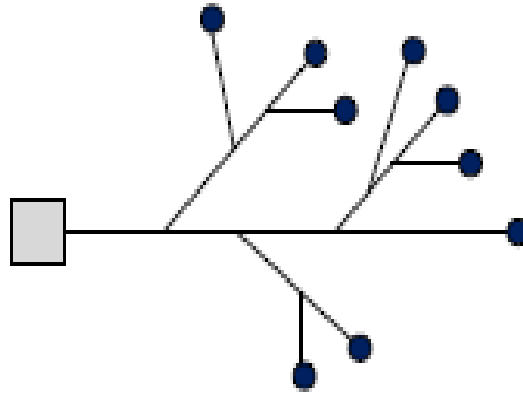


Figure II.7: Réseau arborescent

II.5. Architectures des réseaux de distribution urbains et ruraux

La qualité de service en milieu urbain est primordiale à cause des infrastructures sensibles comme les hôpitaux, usines. . .etc.

Le réseau urbain est plus souvent enterré avec des postes maçonnés. Ce choix réduit la fréquence des défauts, mais la durée d'intervention est souvent plus longue.

Les architectures rencontrées habituellement en milieu urbain utilisent des topologies bouclées (parfois radiales) avec des dérivations double ou en coupure d'artère.

II.5.1. Réseau en double dérivation simple

Ce type de réseaux se compose de deux postes source HTB/HTA qui sont connectés par deux circuits triphasés placés en parallèle. Les charges (transformateurs HTA/BTA) sont connectées soit à un circuit, soit à un second qui peut être un circuit de secours dédié. L'exploitation du réseau ayant cette structure peut être facilement automatisée. La figure II.8 montre un réseau en double dérivation simple.

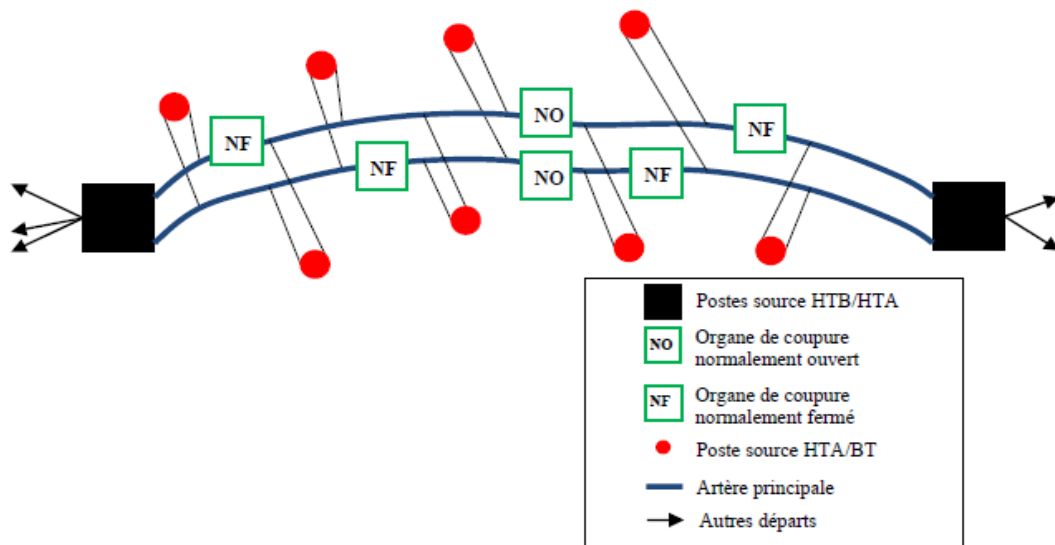


Figure II.8: Topologie de réseau urbain en double dérivation.

II.5.2. Réseau en dérivation multiples

Dans cette structure on trouve plusieurs départs du poste HT/MT. Chaque poste source HTA/BTA ne dispose que de deux voies d'alimentation mais ces deux voies sont raccordées alternativement à entre trois et six câbles partant du poste source HTB/HTA. En cas de défaut, la charge peut être basculée soit sur un câble secours, soit sur les autres câbles (secours intégrés) comme le montre la figure II.9.

Dans tous les cas, on a intérêt à mettre un poste de coupure réparti tous les 10 à 15 postes HTA/BTA de façon à limiter les manœuvres lors de l'élimination du défaut. La figure II.10 donne un exemple d'un poste de coupure sur deux départs d'une structure en double dérivation multiple de la Figure II.9.

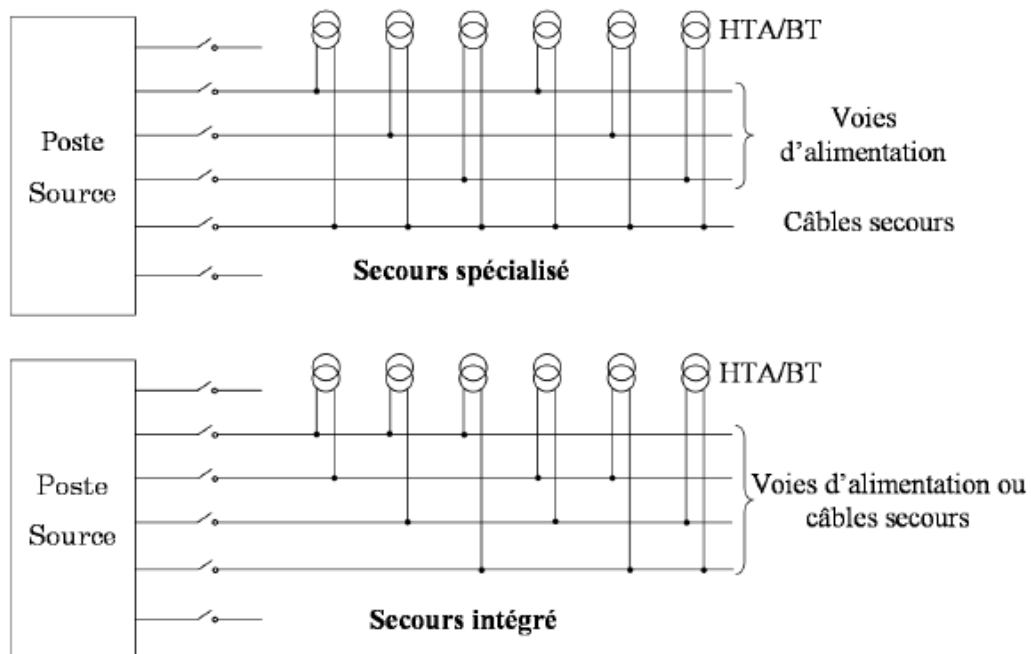


Figure II.9: Topologie de réseau urbain en double dérivation multiple

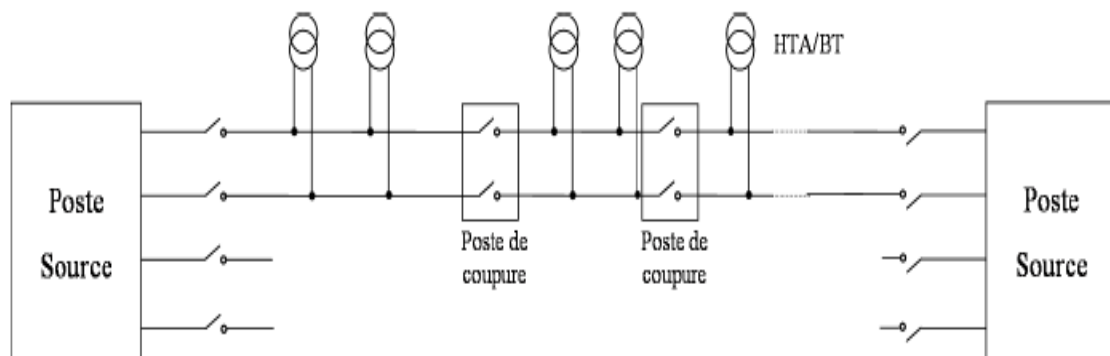


Figure II.10: Poste de coupure

II.5.3. Réseaux à structure en coupure d'artère

Dans les réseaux de ce type, les postes source HTB/HTA sont raccordés deux à deux par des circuits dit artères. Chaque charge (postes HTA/BTA) est connectée directement à une artère qui contient un ou plusieurs organes de coupure ayant l'état normalement ouvert ou fermé afin de réaliser l'exploitation dans une structure radiale. Dans certains cas, la connexion entre les postes HTB/HTA peut être renforcée par un câble de secours. Il existe les variantes de la structure en coupure d'artère appelées le fuseau et l'épi. La figure II.11 présente les trois structures en coupure d'artère.

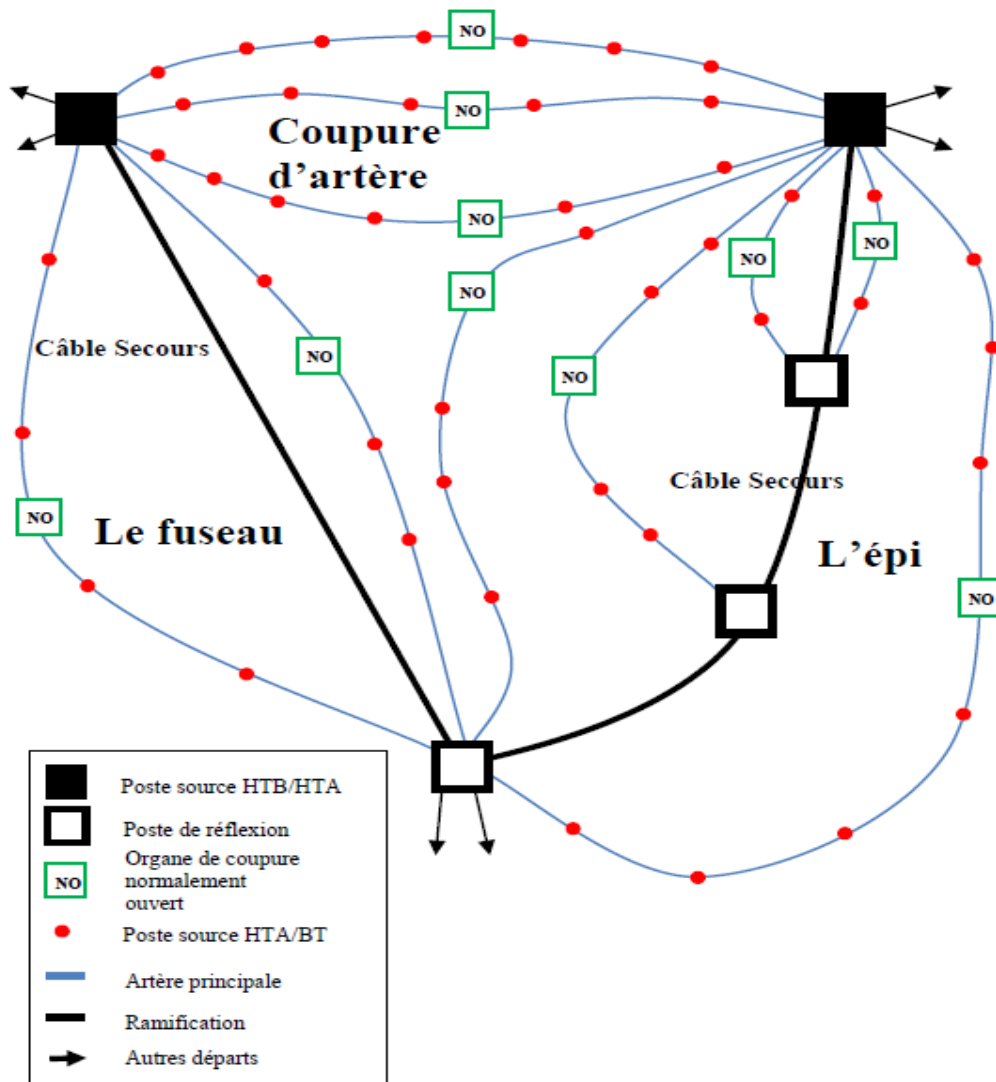


Figure II.11: Les trois variations des réseaux en coupure d'artère

Dans la structure en fuseau (sur la gauche de la figure II.11), tous les câbles issus d'un même poste convergent vers un même point appelé point de réflexion. Ce point peut être considéré comme un lieu privilégié pour la création, dans le futur, d'un nouveau poste source HTB/HTA. Le point de réflexion peut être aussi connecté par un câble secours (comme

illustré sur la figure) avec le poste HTB/HTA. L'exploitation de cette structure simple est facile.

La structure en épi montrée sur la partie droite de la figure II.11 se caractérise par la présence de plusieurs postes de réflexion connectés successivement par le câble de secours et ensuite par les câbles de travail avec le poste source HTB/HTA. Cette architecture permet de développer le réseau autour d'un même poste de façon plus économique et plus souple que dans le fuseau. De plus elle tient compte de la répartition réelle des charges ce qui minimise, au final, la longueur totale des lignes par rapport à la structure en fuseau.

II.5.4. Réseaux ruraux

Les réseaux ruraux ont une topologie très faiblement maillée, avec des boucles entre des différents postes source ou les ramifications, mais l'exploitation se réalise via une structure arborescente. Il existe ainsi des organes de manœuvre normalement ouverts, pouvant être manœuvrés pour isoler un défaut éventuel. Une telle structure avec un poste source est illustrée sur la figure II.12.

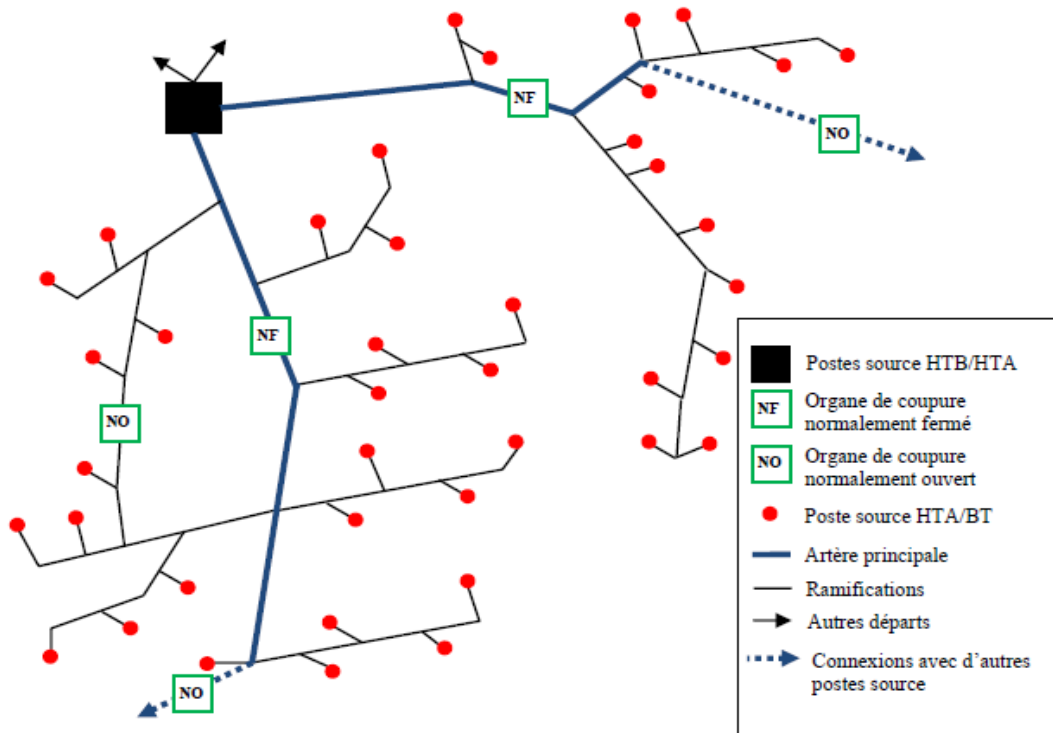


Figure II.12: Topologie du réseau rural

II.5.5. Postes sources HT/MT

Ce type de poste (figure II.13) est constitué d'un transformateur (T1) alimenté par une ligne HT (HT1). Avec l'augmentation des charges à desservir, on peut y adjoindre un deuxième (T2), puis, en stade final, un troisième transformateur (T3) généralement en double attache.

En même temps que le deuxième transformateur, on raccorde généralement une deuxième arrivée HT (HT2), dite garantie ligne, opérant en cas de défaut sur la première. Le ou les transformateurs débitent sur un tableau MT qui forme un jeu de barres composé de rames. Chaque rame est un ensemble d'une dizaine de cellules environ, organisée en deux demi-rames reliées entre elles par un organe de couplage, en sectionnement de barre (figure II.14). La demi-rame élémentaire comprend :

- une arrivée de transformateur ;
- plusieurs départs MT ;
- une cellule de condensateurs (compensation de l'énergie réactive) ;
- éventuellement, un disjoncteur shunt.

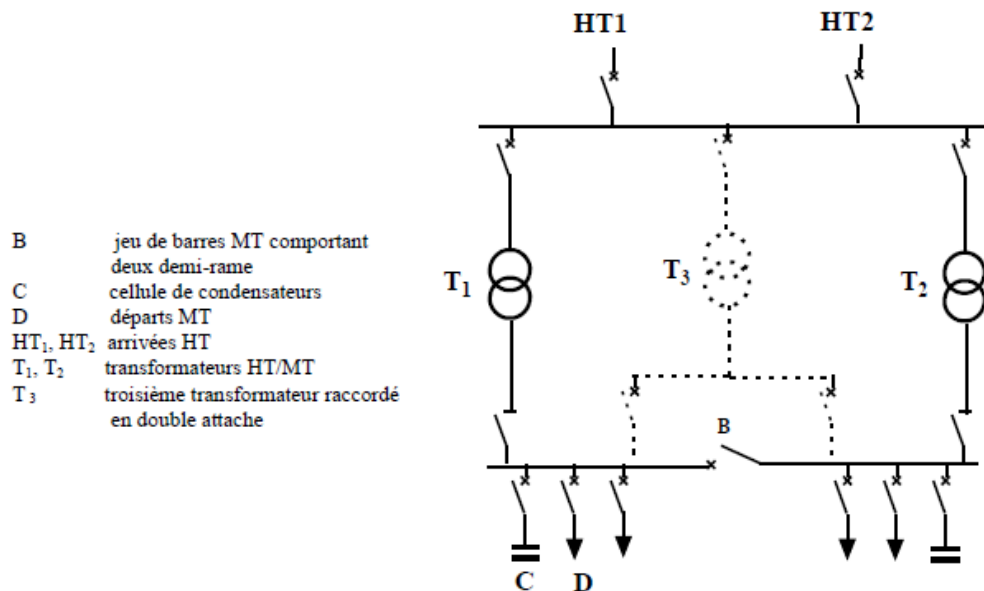


Figure II.13: Schéma d'un poste HT/MT

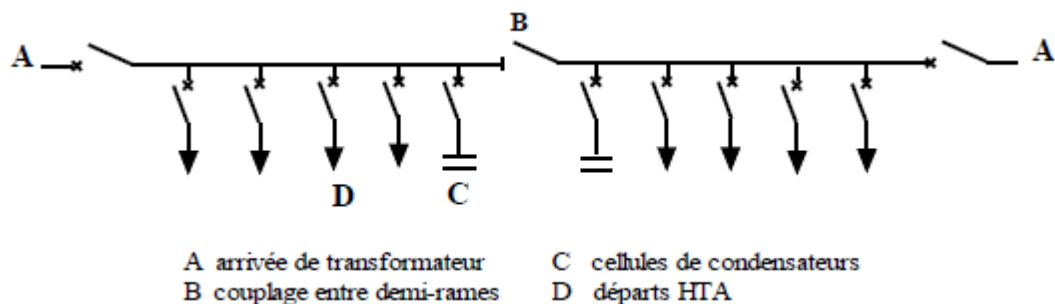


Figure II.14: Schéma du principe d'une rame MT

II.5.6. Postes de distribution BT

Les postes de distribution basse tension (MT/BT) sont relativement plus simples. En terme de puissance, se sont des postes qui ne dépassent pas 10 MW. selon leurs puissances ils peuvent

être soit mis sur poteaux (en zones rural surtout ou semi urbaine) soit dans des cellules maçonnées (zone urbaine). La figure II.15 montre deux schémas de poste de distribution BT;

a) Poste MT/BT en zone rural ou semi urbaine

- Le poste est alimenté côté MT par une arrivée aérienne simple, et alimente un ou plusieurs départ BT ;
- L'organe de protection côté MT peut être un simple sectionneur ou un disjoncteur si le courant nominal est supérieur à 45 A.
- Le poste est soit mis sur le poteau pour des puissances faible (inférieures ou égales à 160 kVA, 63, 100, 160 kVA), soit dans une cellule au bas du poteau pour des puissances plus grandes 250 ou 400 kVA.

b) Poste MT/BT en zone urbaine

- Le poste est alimenté côté MT par une arrivée souterraine en double dérivation ou en coupure d'artère. Côté BT, souvent plusieurs départs;
- L'organe de protection côté MT peut être un simple sectionneur ou un disjoncteur si le courant nominal est supérieur à 45 A.
- Le poste est obligatoirement mis en cellule maçonnée.

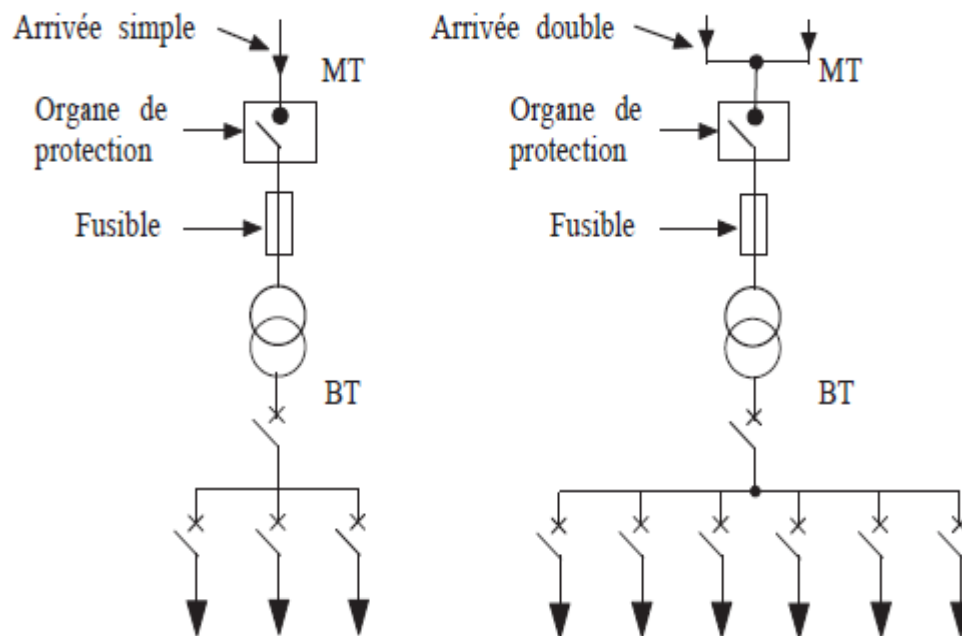


Figure II.15: Postes de distribution basse tension

III.1. Introduction

Une ligne électrique à haute tension peut être soit une ligne aérienne, soit un câble souterrain. Son rôle est de transporter l'énergie électrique.

D'après le principe de conservation de puissance, la haute tension est pour deux raisons :

- L'augmentation de la tension permet de diminuer le courant.
- La réduction du courant permet d'utiliser de plus petites tailles de conducteurs.

Les lignes de transmissions utilisent plusieurs conducteurs par phase appelée faisceaux.

L'objectif de cette dernière est d'augmenter la capacité de transport d'énergie d'une ligne électrique.

Les lignes aériennes constituent des circuits de transmission des réseaux triphasés reliant des générateurs aux charges. Chacune possède ses propres caractéristiques résistive, inductive et capacitive. Ces impédances sont réparties uniformément sur toute la longueur de la ligne si bien qu'on peut représenter la ligne par une série de section R , L , C , G identiques. Chaque section représente un tronçon de ligne d'une longueur donnée (1km, par exemple) et les éléments (R , L) représentent les paramètres séries longitudinaux et (C , G) représentent les paramètres parallèles transversaux (figure suivante).

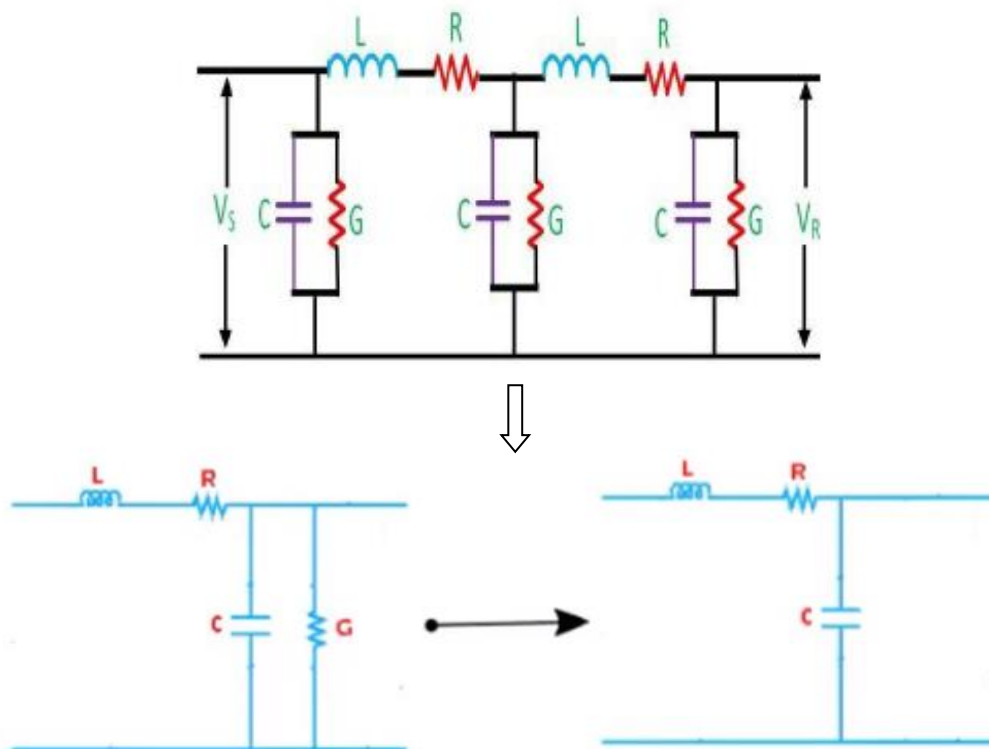


Figure III.1: Circuit équivalent d'une ligne électrique

Avec :

R : Résistance linéique de la ligne ;

L : Inductance linéique de la ligne ;

C : Capacité linéique de la ligne ;

G : Conductance linéique de la ligne ($G = 0$ pour les lignes de transport d'énergie).

III.2. Les paramètres séries longitudinaux (résistance et inductance)

III.2.1. la résistance linéique de la ligne

Malgré que la valeur de la résistance de la ligne soit négligeable devant son impédance série dans la plupart des cas, étant une source de pertes, elle doit être prise en compte pour une transmission économique d'énergie.

La résistance en courant alternatif dans une ligne de transmission est basée sur le calcul de la résistance ohmique (en courant continu).

Si le courant continu transite à travers un conducteur cylindrique, alors ce courant est uniformément réparti sur la section du conducteur et sa résistance est donnée par la formule

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad [\Omega] \quad (\text{III.1})$$

Avec : $\rho(T) = \rho(T_0)(1 + \alpha(T - T_0))$

Où :

$\rho(T)$ est la résistivité à une température T en $[\Omega.m]$.

l est la longueur de la ligne en [m].

S est la section du conducteur en $[m^2]$.

$\rho(T_0)$ est la résistivité du matériau à 20 °C.

α est le coefficient de température en $[1/^\circ C]$.

Or que si c'est un courant alternatif qui y transite, il ne sera pas uniforme sur toute la section du conducteur suite à la fréquence, c'est ce qu'on appelle l'effet de peau, et la résistance effective sera plus grande.

III.2.1.1. Effet de Peau

La distribution uniforme du courant sur la section d'un conducteur n'existe qu'en courants continus. Cette uniformité se perd au fur et à mesure qu'on augmente la fréquence, le courant se concentre alors à la périphérie du conducteur, c'est l'effet de peau.

La résistance effective en courant alternatif R_a est plus grande que la résistance réelle en courant continu R_c .

En pratique, le taux d'effet de peau ou coefficient d'augmentation de résistance s'exprime par le rapport suivant:

$$k = \frac{R_a}{R_c} \Rightarrow R_a = k * R_c \quad (\text{III.2})$$

Avec : R_a est la résistance effective en courant alternatif.

R_c est la résistance en courant continu.

Ou

$$k = \sqrt[6]{\left(\frac{3}{4}\right)^6 + \left(\frac{S}{P\delta}\right)^6} + 0,25 \quad (\text{III.3})$$

Avec : S est la section du conducteur en $[\text{m}^2]$

P est le périmètre du conducteur en $[\text{m}]$

δ est l'épaisseur de peau en $[\text{m}]$

$$\delta = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot \rho}{\mu \cdot f}} \quad (\text{III.4})$$

Avec : ρ est la résistivité exprimée en $[\Omega \cdot \text{m}]$

μ est la perméabilité valant : $4\pi 10^{-7} [\text{H/m}]$ pour le vide

f est la fréquence est exprimée en $[\text{Hz}]$

En plus de ce facteur, il existe d'autres facteurs induisant la variation de la résistance comme:

- La température,
- L'effet de spirallage des conducteurs toronnés,
- L'arrangement des conducteurs en faisceaux.

a. Effet de température

La résistivité de chaque matériau conducteur varie linéairement avec la température du service suivant la relation:

$$\rho(T) = \rho(T_0)(1 + \alpha(T - T_0)) \quad (\text{III.5})$$

Et la résistance à son tour varie linéairement avec la résistivité suivant la relation:

$$R = \rho(T) \cdot \frac{l}{S} \quad (\text{III.6})$$

Alors la résistance varie aussi linéairement avec la température, suivant la formule:

$$R_2 = R_1 \cdot \left[\frac{T+t_1}{T+t_2} \right] \quad (\text{III.7})$$

Avec : R_1 et R_2 des résistances des conducteurs respectivement à des températures t_1 et t_2 , et T est une constante de température liée à la nature du conducteur.

Pour permettre de déterminer la constante T , on place les températures sur l'axe des ordonnées et les résistances sur l'axe des abscisses, on obtient la valeur de T de l'intersection de la courbe $t = f(R)$ avec l'axe des ordonnées comme illustré sur la figure III.2 suivante:

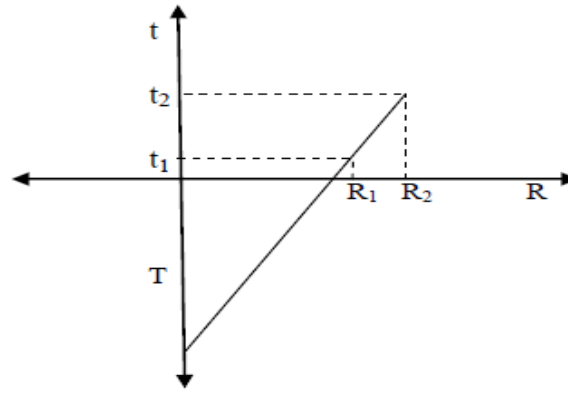


Figure III.2: Détermination de la constante T.

b. Effet de spirilage du conducteur

Le spirilage est une technique qui consiste à entourer les conducteurs de phases d'un matériau ferromagnétique, sous forme de spirales, qui absorbe de l'énergie du champ magnétique créé par le conducteur pour produire un échauffement positif (du au cycle hystérésis) pour faire fondre le givre qui s'y accumule.

L'effet du spirilage d'un conducteur fait augmenter la résistance de 1% environ pour les conducteurs à 3 brins et de 2% environ pour les conducteurs de brins supérieure.

Quant aux conducteurs composites, les sous conducteurs sont rassemblés dans des couches spiralées, chaque couche est spiralée dans le sens opposé de la couche qui la précède afin d'éviter le relâchement des conducteurs (figure III.3).



Figure III.3: Couches des sous conducteurs spiralés

La résistance de chaque sous conducteur par unité de longueur dans chaque couche, est donnée par la relation suivante:

$$R_{cond} = \frac{\rho(T)}{s} \cdot \sqrt{1 + \left(\pi \frac{l}{p}\right)^2} \quad [\Omega / m] \quad (III.8)$$

Avec :

R_{cond} est la résistance d'un sous conducteur en $[\Omega]$.

$\sqrt{1 + \left(\pi \frac{l}{p}\right)^2}$ est la longueur d'un sous conducteur en $[m]$.

$p = \frac{l}{2r}$, où :

l est la longueur d'un tour de spirale en [m]

$2r$ est le diamètre de la couche en [m]

c. Conducteurs en faisceaux

Dans le cas des conducteurs en faisceaux :

$$R_{eq} = \frac{1}{n} \cdot R \quad (\text{III.9})$$

Avec :

R_{eq} est la résistance équivalente du faisceau.

n est le nombre de conducteurs.

R est résistance d'un conducteur du faisceau.

III.2.2. Inductance linéique de la ligne

L'inductance est le quotient entre le flux total embrassé par la boucle conductrice et le courant qui la traverse. Elle est déterminée par la relation:

$$L = \frac{\emptyset}{I} \text{ [H]} \quad (\text{III.10})$$

avec :

$\emptyset$ est le flux total induit par les courants variables en [Wb].

I est le courant circulant à travers le conducteur [A].

L'inductance est le paramètre le plus dominant dans les lignes électriques de point de vue des spécialistes des réseaux d'énergie électrique.

III.2.2.1. Calcul de l'inductance d'un conducteur simple

a. Calcul de l'inductance due au flux interne

Supposons un conducteur traversé par un courant I sur sa longueur l , x est le rayon interne variable et r le rayon entier fixe du conducteur, comme indiqué sur la figure III.4.

La surface de la section correspondante au rayon x est πx^2 et I_x le courant circulant à travers cette surface (pas d'effet de peau). La valeur de I_x peut être exprimée en fonction du courant I circulant à travers le conducteur entier et sa surface πr^2 , comme suit :

$$\frac{I_x}{I} = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \Rightarrow I_x = I \cdot \frac{\pi x^2}{\pi r^2} = I \cdot \frac{x^2}{r^2} \quad (\text{III.11})$$

Prenons à présent une petite portion dx et 1 m de longueur pour le conducteur, H_x est le champ magnétique du au courant I_x à travers l'aire πx^2 :

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x^2} = \frac{I}{2\pi r^2} * x \text{ [A/m]} \quad (\text{III.12})$$

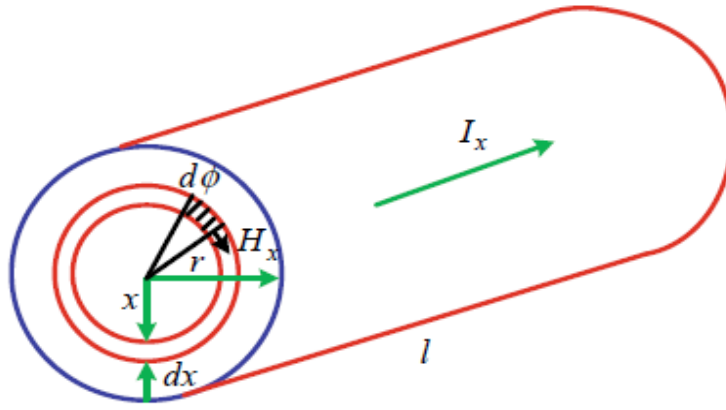


Figure III.4: Flux interne d'un conducteur simple.

Comme : $I_x = I \cdot \frac{x^2}{r^2}$

On a : $B_x = \mu \cdot H_x = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_x$

La perméabilité relative μ_r de ce matériau est prise $\mu_r = 1$,

Alors : $B_x = \mu_0 \cdot H_x = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi r^2} \cdot x$

$$B_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{x \cdot I}{r^2} \quad [\text{T}] \quad (\text{III.13})$$

On a :

$$d\phi = B_x dx = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{x \cdot I}{r^2} dx \quad [\text{Wb/m}] \quad (\text{III.14})$$

Ce flux est le flux dans l'aire dont le rayon est le rayon variable x , le flux à travers la section dont le rayon est r est :

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \cdot d\phi = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{x^3 \cdot I}{r^4} dx \quad [\text{Wb/m}] \quad (\text{III.15})$$

$$\lambda_x = \int_0^r d\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r^4} \int_0^r x^3 \cdot dx \quad (\text{III.16})$$

L'intégration d'équation (III.16) de 0 à r , on obtient la liaison de flux interne :

$$\lambda_{int} = \frac{\mu_0 I}{8\pi} \quad (\text{III.17})$$

Puis à partir d'équation (III.17) de nous obtenons l'inductance interne par unité de longueur :

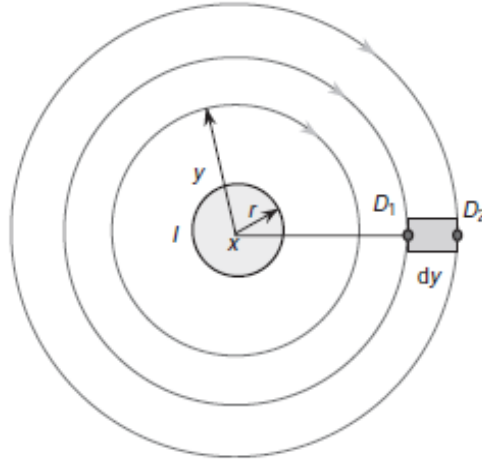
$$L_{int} = \frac{\mu_0}{8\pi} = \frac{1}{2} 10^{-7} \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.18})$$

b. Calcul de l'inductance due au flux externe

Supposons qu'à cause de l'effet de peau le courant circulant à travers le conducteur est concentré près de la surface du conducteur, et y le rayon entier du conducteur (figure III.5).

Considérons $d\phi$ est le flux magnétique présent dans la portion dy entre D_1 et D_2 pour 1[m] de longueur, donc :

$$d\phi = B_x dy = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{y} dy \quad [\text{Wb/m}] \quad (\text{III.19})$$

Figure III.5: Liaison de flux entre D_1 et D_2 .

Et comme le courant circule près de la surface (présence d'effet de peau) nous avons :

$$d\lambda = d\Phi = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{y} dy \quad \Rightarrow \quad \lambda = \int_{D_1}^{D_2} d\lambda$$

$$\lambda = \int_{D_1}^{D_2} d\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I \cdot \int_{D_1}^{D_2} \frac{1}{y} dy = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I \cdot \ln \frac{D_2}{D_1} \quad [\text{Wb/m}] \quad (\text{III.20})$$

Mais on doit considérer le flux pour n'importe quelle distance d près de la surface du conducteur, de r à D , On aura donc :

$$\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I \cdot \ln \frac{D}{r} \quad \Rightarrow \quad L_{ext} = \frac{\lambda}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{D}{r} \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.21})$$

$$L_{ext} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{D}{r} \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.22})$$

c. Calcul de l'inductance due au flux totale

$$L_{tot} = L_{int} + L_{ext} \quad (\text{III.23})$$

Alors:

$$L_{tot} = \frac{\mu_0}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{D}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{r} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\ln \left(e^{\frac{1}{4}} \right) + \ln \frac{D}{r} \right)$$

$$L_{tot} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{r} - \ln(e^{-1/4}) \right)$$

$$L_{tot} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r \cdot e^{-1/4}} \right) \quad \Rightarrow \quad L_{tot} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r'} \right) \quad (\text{III.24})$$

Avec :

$r' = r \cdot e^{-1/4} = 0,7788 \cdot r$ est le rayon moyen géométrique du conducteur (RMG).

D : est la distance moyenne géométrique (DMG).

Donc :

$$L_{tot} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{DMG}{RMG} \right) \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.25})$$

III.2.2.2. Calcul de l'inductance d'une ligne monophasée

Soit une ligne monophasée de deux conducteurs solides ronds de rayon r_1 et r_2 chaque conducteur est parcouru par un courant $I_1 = -I_2$ (Figure III.6). Les deux conducteurs sont séparés par une distance D tel que ($r_a \ll D$ et $r_b \ll D$).

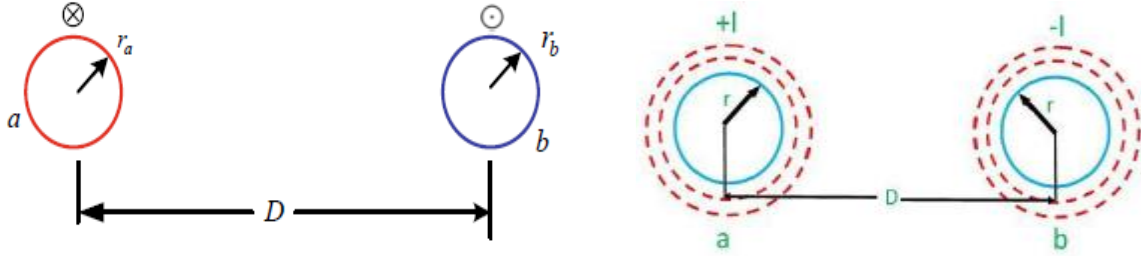


Figure III.6: Ligne monophasée à deux fils.

L'inductance du conducteur (a) est :

$$\begin{aligned}
 L_a &= L_{a \text{ int}} + L_{a \text{ ext}} \\
 &= \frac{\mu_0}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{D}{r_a} \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{r_a} \right) \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\ln \left(e^{\frac{1}{4}} \right) + \ln \frac{D}{r_a} \right) \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r_a \cdot e^{-1/4}} \right) \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r_a'} \right) \quad [\text{H/m}] , r_a' = r_a \cdot e^{-1/4} = 0,7788 \cdot r_a
 \end{aligned} \tag{III.26}$$

De même, on trouve l'inductance du conducteur (b) comme suit :

$$L_b = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r_b'} \right) \quad [\text{H/m}] , r_b' = r_b \cdot e^{-1/4} = 0,7788 \cdot r_b \tag{III.27}$$

Le terme ($r' = r \cdot e^{-1/4} = 0,7788 \cdot r$) est connu mathématiquement comme le rayon moyen géométrique propre (RMG) d'un cercle de rayon r .

L'inductance totale d'une ligne monophasée par phase et par mètre de longueur est donnée par :

$$\begin{aligned}
 L_{\text{tot}} &= L_a + L_b = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r_a'} \right) + \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r_b'} \right) \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{1}{r_a'} \right) + \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{1}{r_b'} \right) - 2 \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{1}{D} \right)
 \end{aligned} \tag{III.28}$$

Si les deux conducteurs sont identiques $r_a = r_b = r$ et $L_a = L_b$ l'inductance totale d'une ligne monophasée par phase et par mètre de longueur est donnée par :

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r'} \right) = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{\text{RMG}} \right) = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \left(\frac{D}{\text{RMG}} \right) \quad [\text{H/m}] \tag{III.29}$$

III.2.2.3. Calcul de l'inductance d'une ligne monophasée à multiconducteurs par phase

Considérons une ligne monophasée constituée de deux conducteurs composites X et Y comme la montre la figure III.7. Le courant est assume être divisé uniformément sur les sous-conducteurs.

Le courant par brin est de $(1/n)$ pour le conducteur X et $(-1/m)$ pour le conducteur Y .

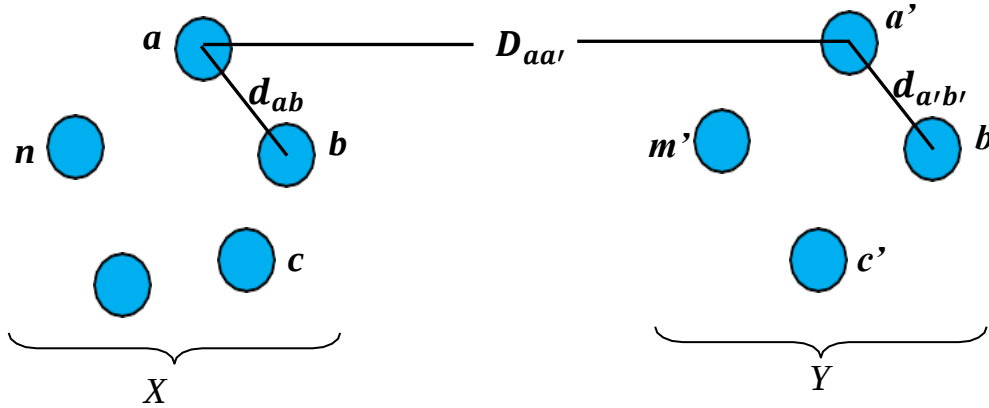


Figure III.7: Ligne monophasée à multiconducteurs par phase

Le flux du filament (a) est :

$$\begin{aligned}
 \phi_a &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\sum_{j=a}^n I_j \ln \frac{1}{d_{aj}} + \sum_{k=a'}^{m'} I_k \ln \frac{1}{d_{ak}} \right) ; \quad d_{ii} = r_i' \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left(I_a \ln \frac{1}{d_{aa}} + I_b \ln \frac{1}{d_{ab}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{d_{an}} \right) + \frac{\mu_0}{2\pi} \left(I_{a'} \ln \frac{1}{d_{aa'}} + I_{b'} \ln \frac{1}{d_{ab'}} + \dots + I_{m'} \ln \frac{1}{d_{am'}} \right) \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\left(\frac{I}{n} \ln \frac{1}{d_{aa} \cdot d_{ab} \dots d_{an}} \right) - \left(\frac{I}{m} \ln \frac{1}{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \dots D_{am'}} \right) \right) \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \frac{\sqrt[n]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \dots D_{am'}}}{\sqrt[n]{d_{aa} \cdot d_{ab} \dots d_{an}}} \quad (III.30)
 \end{aligned}$$

de la même manière pour les autres filaments :

$$\begin{cases} \phi_b = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \frac{\sqrt[n]{D_{ba'} \cdot D_{bb'} \dots D_{bm'}}}{\sqrt[n]{d_{ba} \cdot d_{bb} \dots d_{bn}}} \\ \phi_c = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \frac{\sqrt[n]{D_{ca'} \cdot D_{cb'} \dots D_{cm'}}}{\sqrt[n]{d_{ca} \cdot d_{cb} \dots d_{cn}}} \\ \vdots \\ \phi_n = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \frac{\sqrt[n]{D_{na'} \cdot D_{nb'} \dots D_{nm'}}}{\sqrt[n]{d_{na} \cdot d_{nb} \dots d_{nn}}} \end{cases} \quad (III.31)$$

L'inductance du sous conducteur (a) est alors :

$$L_a = \frac{\phi_a}{\left(\frac{I}{n}\right)} = n \frac{\phi_a}{I} = \frac{\mu_0 \cdot n}{2\pi} \ln \frac{\sqrt[n]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \dots D_{am'}}}{\sqrt[n]{d_{aa} \cdot d_{ab} \dots d_{an}}} \quad (III.32)$$

On procède de la même manière pour le deuxième conducteur (b) :

$$L_b = \frac{\phi_b}{\left(\frac{I}{n}\right)} = n \frac{\phi_b}{I} = \frac{\mu_0 \cdot n}{2\pi} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} \cdot D_{bb'} \dots D_{bm'}}}{\sqrt[n]{d_{ba} \cdot d_{bb} \dots d_{bn}}} \quad (\text{III.33})$$

En suivant le même raisonnement, on obtiendra les inductances de tous les autres sous conducteurs :

$$\begin{cases} L_c = \frac{\phi_c}{\left(\frac{I}{n}\right)} = n \frac{\phi_c}{I} = \frac{\mu_0 \cdot n}{2\pi} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{ca'} \cdot D_{cb'} \dots D_{cm'}}}{\sqrt[n]{d_{ca} \cdot d_{cb} \dots d_{cn}}} \\ \vdots \\ L_n = \frac{\phi_n}{\left(\frac{I}{n}\right)} = n \frac{\phi_n}{I} = \frac{\mu_0 \cdot n}{2\pi} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{na'} \cdot D_{nb'} \dots D_{nm'}}}{\sqrt[n]{d_{na} \cdot d_{nb} \dots d_{nn}}} \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

L'inductance moyenne de n'importe quel sous conducteur du groupe X est :

$$L_{moy} = \frac{L_a + L_b + \dots + L_n}{n} \quad (\text{III.35})$$

Chaque conducteur possède cette valeur :

$$L_{moy} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{\left[\sqrt[m]{(D_{aa'} \cdot D_{ab'} \dots D_{am'}) \cdot (D_{ba'} \cdot D_{bb'} \dots D_{bm'}) \dots (D_{na'} \cdot D_{nb'} \dots D_{nm'})} \right]}{\left[\sqrt[n]{(d_{aa} \cdot d_{ab} \dots d_{an}) \cdot (d_{ba} \cdot d_{bb} \dots d_{bn}) \dots (d_{na} \cdot d_{nb} \dots d_{nn})} \right]}$$

Puisque les sous conducteurs de groupe X sont électriquement en parallèle, on peut écrire :

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{L_{moy}}{n} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{\left[\sqrt[m \cdot n]{(D_{aa'} \cdot D_{ab'} \dots D_{am'}) \cdot (D_{ba'} \cdot D_{bb'} \dots D_{bm'}) \dots (D_{na'} \cdot D_{nb'} \dots D_{nm'})} \right]}{\left[\sqrt[n \cdot n]{(d_{aa} \cdot d_{ab} \dots d_{an}) \cdot (d_{ba} \cdot d_{bb} \dots d_{bn}) \dots (d_{na} \cdot d_{nb} \dots d_{nn})} \right]} \\ L_x &= \frac{L_{moy}}{n} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{DMG_{xy}}{RMG_x} \quad [\text{H/m}] \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

Avec :

DMG_{xy} et RMG_x est la distance moyenne géométrique et le rayon moyen géométrique tel que:

$$\begin{aligned} DMG_{xy} &= \left(\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m D_{ij} \right)^{\frac{1}{nm}} \\ &= \sqrt[m \cdot n]{(D_{aa'} \cdot D_{ab'} \dots D_{am'}) \cdot (D_{ba'} \cdot D_{bb'} \dots D_{bm'}) \dots (D_{na'} \cdot D_{nb'} \dots D_{nm'})} \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

$$\begin{aligned} RMG_x &= \left(\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n d_{ij} \right)^{\frac{1}{n^2}} \\ &= \sqrt[n \cdot n]{(d_{aa} \cdot d_{ab} \dots d_{an}) \cdot (d_{ba} \cdot d_{bb} \dots d_{bn}) \dots (d_{na} \cdot d_{nb} \dots d_{nn})} \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Avec :

$$d_{aa} = d_{bb} = d_{cc} = \dots = d_{nn} = r' = 0,7788 \cdot r \quad (\text{III.39})$$

de même manière pour le groupe Y :

$$L_y = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{DMG_{xy}}{RMG_y} \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.40})$$

$$RMG_y = \sqrt[m \cdot m]{(d_{aa} \cdot d_{ab} \dots d_{an}) \cdot (d_{ba} \cdot d_{bb} \dots d_{bn}) \dots (d_{na} \cdot d_{nb} \dots d_{nn})} \quad (\text{III.41})$$

Donc l'inductance totale d'une ligne monophasée composée est donnée par :

$$L_{tot} = L_x + L_y = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{DMG_{xy}}{RMG_x \cdot RMG_y} \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.42})$$

III.2.2.4. Calcul d'inductance pour les conducteurs en faisceaux

Une technique pratique, pour diminuer les pertes par effet couronne, est utilisée en remplaçant le conducteur de phase par un faisceau de cordes dont le diamètre effectif est équivalent à celui du conducteur remplacé. En haute tension (HT) et THT le diamètre du conducteur de phase doit être suffisamment grand à fin de minimiser les pertes couronne, cet agrandissement se fait à l'aide des faisceaux.

Typiquement, les conducteurs en faisceaux sont constitués de deux, trois, ou quatre sous conducteurs arrangés symétriquement en configuration comme montré en figure III.8.

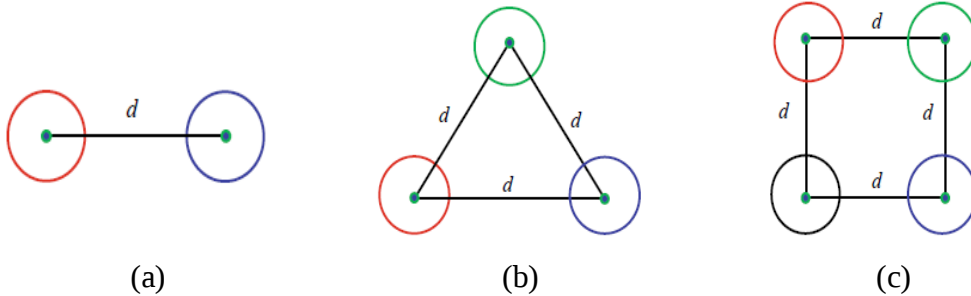


Figure III.8: Exemple d'arrangements en faisceaux, (a) : faisceaux de deux conducteurs, (b) : faisceaux de trois conducteurs, (c) : faisceaux de quatre conducteurs.

Les conducteurs d'un faisceau sont séparés par des entretoise-amortisseurs (spacer-damper) à des intervalles réguliers.

Les entretoise-amortisseurs préviennent les contacts électriques, fournissent un amortissement, et maintiennent les conducteurs d'un faisceau en parallèle.

Le RMG du conducteur équivalent singulier est obtenu en utilisant l'expression de RMG_x . Si D_s est le RMG de chaque sous-conducteur:

- Pour le faisceau de deux sous-conducteurs:

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s \cdot d)^2} = \sqrt{D_s \cdot d} \quad (\text{III.43})$$

- Pour le faisceau de trois sous-conducteurs:

$$D_s^b = \sqrt[9]{(D_s \cdot d \cdot d)^3} = \sqrt[3]{D_s \cdot d^2} \quad (\text{III.44})$$

- Pour quatre sous-conducteurs :

$$D_s^b = \sqrt[16]{(D_s \cdot d \cdot d \cdot d \cdot \sqrt{2})^4} = 1,09 \sqrt[4]{D_s \cdot d^3} \quad (\text{III.45})$$

Le D_s^b peut être nommé rayon équivalent qui se détermine par :

$$D_s^b = \sqrt[n]{R^{(n-1)} \cdot n \cdot D_s} \quad (\text{III.46})$$

Où n est le nombre de sous-conducteur du faisceau, R est tel que:

$$R = \frac{d}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} \quad (\text{III.47})$$

III.2.2.5. Inductance linéique d'une ligne triphasée

a. Disposition triangle équilatéral (espacements symétrique)

Considérons une ligne triphasée d'un mètre de longueur avec un conducteur par phase, chacun de rayon r , symétriquement espacés en configuration triangulaire (Figure III.9)

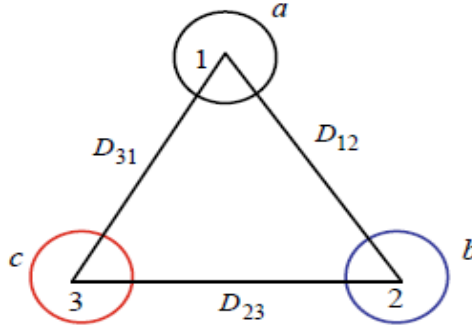


Figure III.9: Disposition des conducteurs en triangle équilatéral

Assumant des courants triphasés équilibrés, nous avons :

$$I_a + I_b + I_c = 0 \Rightarrow I_b + I_c = -I_a \quad (\text{III.48})$$

Le flux enveloppant totalement le conducteur de phase (a) est :

$$\begin{aligned} \phi_a &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left(I_a \ln \frac{1}{r'} + I_b \ln \frac{1}{D} + I_c \ln \frac{1}{D} \right) \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left(I_a \ln \frac{1}{r'} + (I_b + I_c) \cdot \ln \frac{1}{D} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

Puisque : $(I_b + I_c) = -I_a$

Donc,

$$\phi_a = \frac{\mu_0}{2\pi} I_a \ln \frac{D}{r'} \quad (\text{III.50})$$

L'inductance du conducteur (a) est :

$$L_a = \frac{\phi_a}{I_a} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{r'} \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.51})$$

Il en est de même pour ϕ_b et ϕ_c .

À cause de la symétrie on trouve que :

$$\phi_a = \phi_b = \phi_c = \phi \quad (\text{III.52})$$

ainsi les trois inductances sont symétriques, donc :

L'inductance linéique par phase de la ligne est donnée par:

$$L = 2 * 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} = 2 * 10^{-7} \ln \frac{D}{R_{MG}} \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.53})$$

D : est la distance entre deux conducteurs.

$r' = RMG$: est le rayon moyen géométrique du conducteur (RMG).

b. Disposition quelconque (espacement asymétrique) et ligne triphasée transposée

Dans ce cas, les distances entre les phases diffèrent les unes des autres ($D_{ac} \neq D_{ab} \neq D_{bc}$) comme le montre la figure III.10 (a).

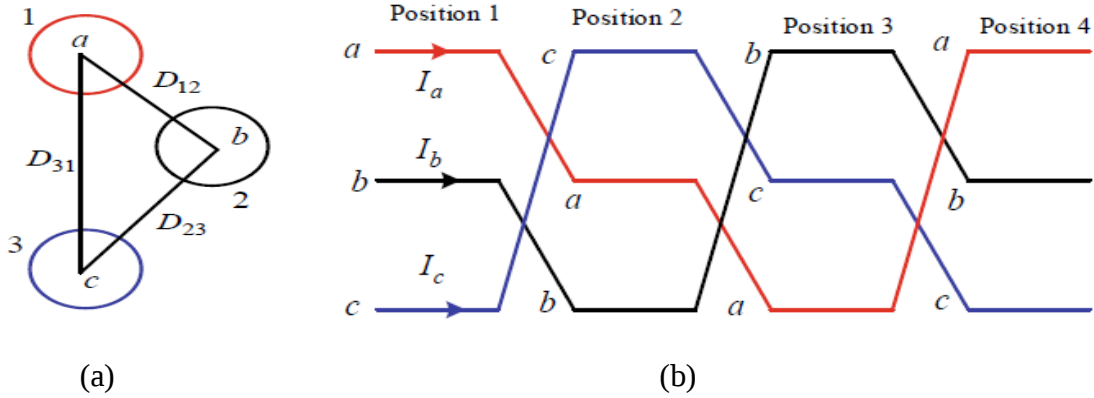


Figure III.10: (a) Ligne triphasée à espacement asymétrique, (b) Ligne triphasée transposée
Les flux embrassés sont donnés pour chaque conducteur par :

$$\begin{cases} \phi_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(I_a \ln \frac{1}{r'_a} + I_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \ln \frac{1}{D_{ac}} \right) \\ \phi_b = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(I_b \ln \frac{1}{r'_b} + I_a \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \ln \frac{1}{D_{bc}} \right) \\ \phi_c = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(I_c \ln \frac{1}{r'_c} + I_b \ln \frac{1}{D_{bc}} + I_a \ln \frac{1}{D_{ac}} \right) \end{cases} \quad (III.54)$$

Pour des courants triphasés équilibrés avec I_a comme référence, nous avons :

$$I_b = a^2 I_a$$

$$I_c = a I_a$$

Donc :

$$\begin{cases} \phi_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{r'_a} + a^2 \ln \frac{1}{D_{ab}} + a \ln \frac{1}{D_{ac}} \right) I_a \\ \phi_b = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{r'_b} + a \ln \frac{1}{D_{ab}} + a^2 \ln \frac{1}{D_{bc}} \right) I_b \\ \phi_c = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{r'_c} + a \ln \frac{1}{D_{bc}} + a^2 \ln \frac{1}{D_{ac}} \right) I_c \end{cases} \quad (III.55)$$

On déduit les inductances par phase et par mètre :

$$\begin{cases} L_a = \frac{\phi_a}{I_a} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{r'_a} + a^2 \ln \frac{1}{D_{ab}} + a \ln \frac{1}{D_{ac}} \right) \\ L_b = \frac{\phi_b}{I_b} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{r'_b} + a \ln \frac{1}{D_{ab}} + a^2 \ln \frac{1}{D_{bc}} \right) \\ L_c = \frac{\phi_c}{I_c} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{r'_c} + a \ln \frac{1}{D_{bc}} + a^2 \ln \frac{1}{D_{ac}} \right) \end{cases} \quad [V] \quad (III.56)$$

On constate que les inductances de chaque phase sont différentes, ce qui provoque un déséquilibre dans le réseau électrique. En utilisant dans ce cas la transposition de phase pour trouver la symétrie en bonne mesure et d'obtenir un modèle par phase.

Dans une ligne triphasée transposée, l'inductance est :

$$L = \frac{L_a + L_b + L_c}{3} \quad (\text{III.57})$$

et notons aussi que : $a^2 + a = -1$

$$\begin{aligned} L &= \frac{2 \cdot 10^{-7}}{3} \left(3 \ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{D_{ab}} - \ln \frac{1}{D_{bc}} - \ln \frac{1}{D_{ac}} \right) \\ L &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{(D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ac})^{\frac{1}{3}}} \right) \\ L &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{(D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ac})^{\frac{1}{3}}}{r'} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{DMG}{RMG} \quad [\text{H/m}] \end{aligned} \quad (\text{III.58})$$

DMG (Distance Moyenne Géométrique),

$$DMG = (D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ac})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ac})} \quad [\text{m}] \quad (\text{III.59})$$

RMG est le rayon moyen géométrique (RMG) pour un conducteur rond solide avec :

$$RMG = r' = 0,7788 r$$

c. Inductance d'une ligne triphasée double circuit

La ligne triphasée à double circuit se constitue de 2 conducteurs pour chaque circuit. Comme les conducteurs de cette ligne ne sont pas à disposition équilatérale, pour calculer l'inductance de la ligne, les conducteurs doivent être transposés (comme montré sur la Figure III.11).

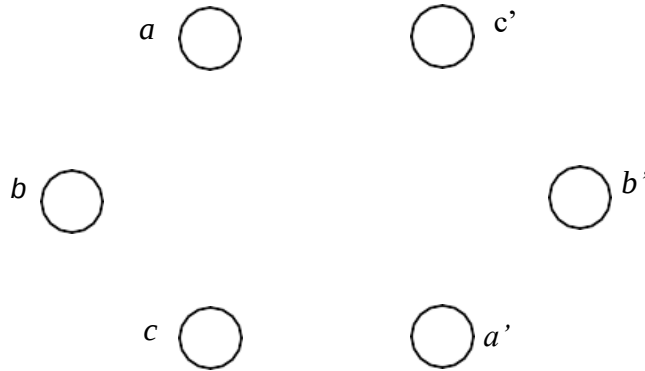


Figure III.11: Arrangement des conducteurs d'une ligne triphasée à double circuit

L'inductance par unité de longueur est alors donnée comme suit :

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{DMG_{eq}}{RMG_{eq}} \quad [\text{H/m}] \quad (\text{III.60})$$

Avec,

$$DMG_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}} \quad [\text{m}] \quad (\text{III.61})$$

DMG_{eq} : la distance moyenne géométrique équivalente d'une ligne.

Où,

$$\begin{cases} D_{ab} = \sqrt[4]{d_{ab} d_{ab'} d_{a'b} d_{a'b'}} \\ D_{ac} = \sqrt[4]{d_{ac} d_{ac'} d_{a'c} d_{a'c'}} \\ D_{bc} = \sqrt[4]{d_{bc} d_{bc'} d_{b'c} d_{b'c'}} \end{cases} \quad [\text{m}] \quad (\text{III.62})$$

De même, le *RMG* de chaque groupe de phase est :

$$\begin{cases} D_{Sa} = \sqrt{r' \cdot d_{aa'}} \\ D_{Sb} = \sqrt{r' \cdot d_{bb'}} \\ D_{Sc} = \sqrt{r' \cdot d_{cc'}} \end{cases} \quad [\text{m}] \quad (\text{III.63})$$

$$r' = 0,7788 r = \text{RMG} \quad (\text{III.64})$$

Le rayon moyen géométrique équivalent (RMG_{eq}) pour le calcul de l'inductance par phase au neutre est :

$$\text{RMG}_{eq} = \sqrt[3]{D_{Sa} \cdot D_{Sb} \cdot D_{Sc}} \quad [\text{m}] \quad (\text{III.65})$$

III.3. Les paramètres parallèles transversaux (conductance et capacité)

III.3.1. La conductance linéique de la ligne

Le terme G , en effet, dû aux courants superficiels le long des chaînes d'isolateurs et à l'effet couronne des conducteurs et par temps sec, G est inférieur à $0,005 C\omega$; ce n'est que sous très forte pluie, lorsque les courants superficiels et les pertes par effet couronne sont les plus élevés, que G peut atteindre $0,1 C\omega$. Ces conditions étant particulièrement rares, il est donc généralement admis de négliger la conductance transversale G des lignes.

III.3.2. La capacité linéique de la ligne

III.3.2.1. Capacitance d'un seul conducteur solide

Considérons un long conducteur rond de rayon r portant une charge q [coulombs/m]. comme montré sur la figure III.12. En supposant que la charge uniformément répartie se concentre au centre du conducteur en raison de sa surface équipotentielle, les points P_1 et P_2 sont situés respectivement aux distances D_1 et D_2 du centre du conducteur.

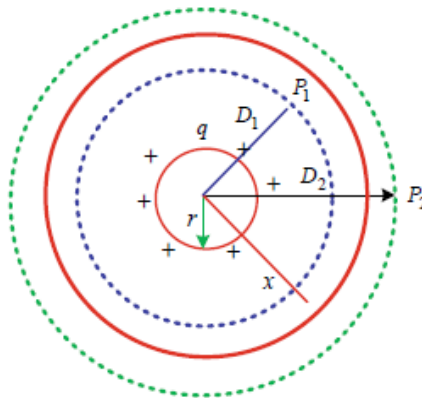


Figure III.12: Champ électrique autour d'un long conducteur rond

Par définition la capacité C est le rapport entre la charge q et la tension V donnée par :

$$C = \frac{q}{V} \quad (\text{III.66})$$

La densité de flux électrique d'un conducteur cylindrique de rayon x et d'un mètre de longueur est calculé à travers le théorème de Gauss:

$$D = \frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi x(1)} \quad (\text{III.67})$$

L'intensité électrique E est définie comme le rapport de la densité de flux électrique à la permittivité du milieu.

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{q}{2\pi x \varepsilon_0} \quad (\text{III.68})$$

Avec :

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ [F/m]} \text{ est la permittivité du vide.}$$

La différence de potentiel V_{12} entre D_1 et D_2 créée par une charge q est :

$$V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E \cdot dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 x} dx = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.69})$$

La capacité du conducteur peut être exprimée comme suit :

$$C_{12} = \frac{q}{V_{12}} = \frac{2\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{D_2}{D_1}} \quad [\text{F/m}] \quad (\text{III.70})$$

III.3.2.2. Capacité linéique d'une ligne monophasée

Considérons une ligne monophasée d'un mètre constituée de deux longs conducteurs ronds solides de rayon r_1 et r_2 comme le montre la Figure III.13:

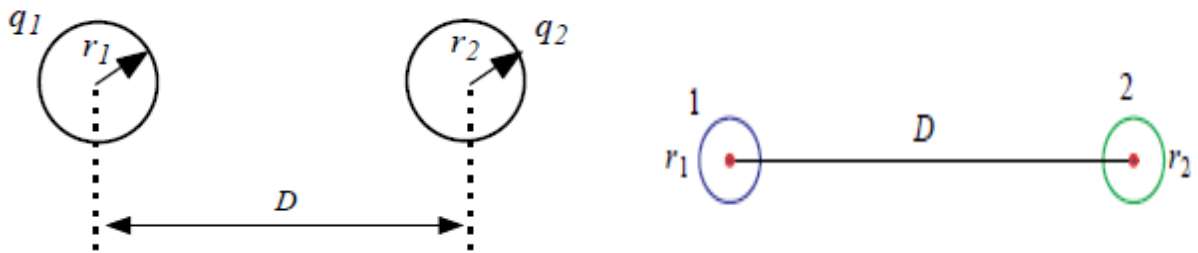


Figure III.13: Ligne monophasée à deux conducteurs

Supposons que le conducteur (1) seul à avoir une charge q_1 , la tension entre les conducteurs (1) et (2) est donnée par:

$$V_{12}(q_1) = \frac{q_1}{2\pi \varepsilon_0} \cdot \ln \frac{D}{r_1} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.71})$$

Supposons à présent que le conducteur (2) seul à avoir une charge q_2 , la tension entre les conducteurs (2) et (1) est donnée par:

$$V_{21}(q_2) = \frac{q_2}{2\pi \varepsilon_0} \cdot \ln \frac{D}{r_2} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.72})$$

Puisque $V_{12}(q_1) = -V_{21}(q_2)$, La différence de potentiel due aux deux charges est alors:

$$V_{12} = V_{12}(q1) + V_{21}(q2) = \frac{q1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{D}{r_1} + \frac{q2}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{D} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.73})$$

Pour une ligne monophasée $q1 = -q2 = -q$ on obtient:

$$V_{12} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{D}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.74})$$

Si les conducteurs ont le même rayon, $r_1 = r_2 = r$, alors la capacité entre les conducteurs C_{12} , pour une longueur de ligne de 1 [m] est :

$$C_{12} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} \quad [\text{F/m}] \quad (\text{III.75})$$

Pour trouver la capacité entre chaque conducteur et le neutre (Figure III.14(b)).

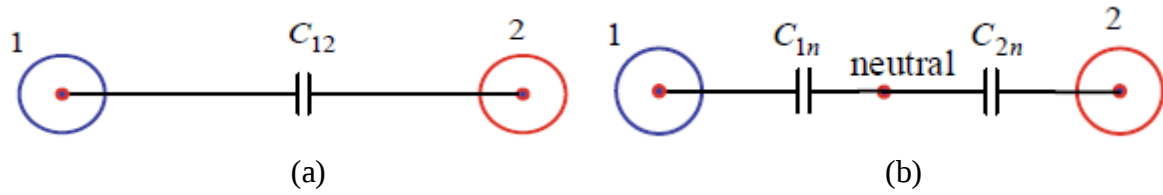


Figure III.14: (a) Capacité entre deux conducteurs, (b) capacité entre conducteur et neutre.

Nous savons que :

$$V_{1n} = \frac{1}{2} V_{12} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.76})$$

par la suite :

$$C = C_{1n} = C_{2n} = 2C_{12} \quad (\text{III.77})$$

où :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} \quad [\text{F/m}] \quad \text{ou} \quad C = \frac{0,0556}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} \quad [\mu\text{F/km}] \quad (\text{III.78})$$

La capacité par phase contient des termes analogues à celles de l'inductance par phase. Cependant, contrairement à l'inductance où le rayon moyen géométrique RMG du conducteur est utilisé, dans la formule de capacité, le rayon réel du conducteur r est utilisé.

III.3.2.3. Capacité linéique d'une ligne triphasée

a. Disposition triangle équilatéral (espacements symétrique)

Considérons une ligne triphasée d'un mètre de longueur avec un conducteur par phase, chacun de rayon r , symétriquement espacés en configuration triangulaire de côté D , comme le montre en Figure III.15.

Considérons les tensions V_{ab} et V_{ac} :

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} + q_c \ln \frac{D}{D} \right] \quad [\text{V}] \quad (\text{III.79})$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{D}{D} + q_c \ln \frac{r}{D} \right] \quad [\text{V}] \quad (\text{III.80})$$

La somme $V_{ab} + V_{ac}$ donne (avec $\ln(D/D) = 0$):

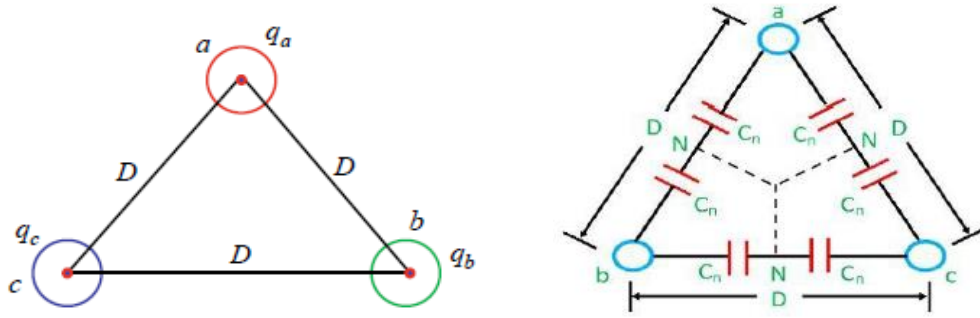


Figure III.15: Ligne triphasée avec espacement de phase égal.

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[2 \cdot q_a \ln \frac{D}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{r}{D} \right] \quad [\text{V}] \quad (\text{III.81})$$

Dans des conditions équilibrées ($q_a + q_b + q_c = 0$) ou ($q_b + q_c = -q_a$) alors :

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[2 \cdot q_a \cdot \ln \frac{D}{r} - q_a \cdot \ln \frac{r}{D} \right] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[3 \cdot q_a \cdot \ln \frac{D}{r} \right] \quad [\text{V}]$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D}{r} \right) \quad [\text{V}] \quad (\text{III.82})$$

Dans un système de tension triphasé équilibré, appliqué à une ligne, on a :

$$V_{ab} + V_{ac} = 3 \cdot V_{an} = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D}{r} \right) \quad [\text{V}]$$

Donc l'expression finale pour la tension de ligne à neutre est :

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D}{r} \right) \quad [\text{V}] \quad (\text{III.83})$$

La capacité de la ligne avec le neutre est alors :

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} \quad [\text{F/m}] \quad (\text{III.84})$$

b. Lignes triphasée à disposition quelconque (espacement asymétrique)

Considérant une ligne triphasée avec trois longs conducteurs d'un mètre de longueur, chacun de rayon r , avec espacement des conducteurs inégal comme montré en figure III.16.

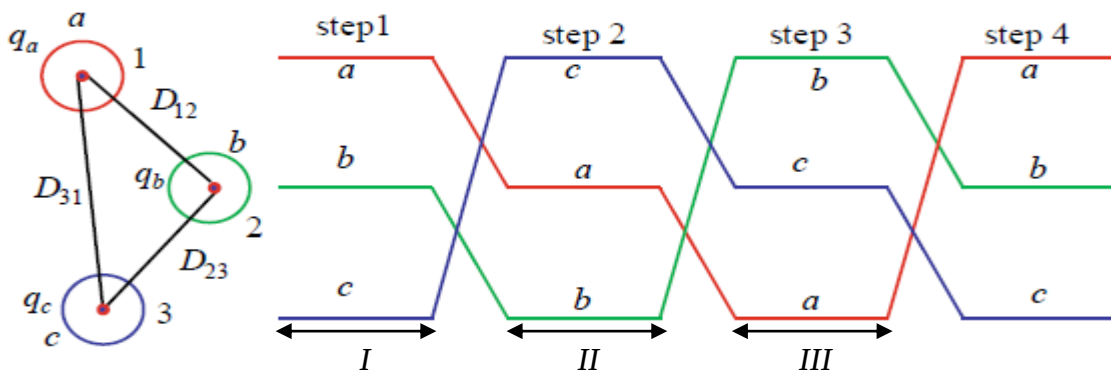


Figure III.16: Ligne triphasée asymétrique

Pour avoir un équilibre sur les trois phases de ligne, les conducteurs sont disposés de façon que chaque phase occupe une position pour la même distance, alors : $(q_1 + q_2 + q_3 = 0)$.
Négligeant l'effet du sol et les câbles de garde et en assumant que la ligne est transposée :

$$\begin{cases} V_{ab(I)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \cdot \ln \frac{D_{12}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D_{12}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{23}}{D_{13}} \right) \\ V_{ab(II)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \cdot \ln \frac{D_{23}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D_{23}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{13}}{D_{12}} \right) \\ V_{ab(III)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \cdot \ln \frac{D_{13}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D_{13}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{12}}{D_{23}} \right) \end{cases} \quad (\text{III.85})$$

La valeur moyenne de la tension V_{ab} est :

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \frac{V_{ab(I)} + V_{ab(II)} + V_{ab(III)}}{3} \quad [\text{V}] \\ V_{ab} &= \frac{1}{3.2\pi\epsilon_0} \left(q_a \cdot \ln \frac{D_{13} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}{r^3} + q_b \cdot \ln \frac{r^3}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}} \right) \quad [\text{V}] \\ V_{ab} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \cdot \ln \frac{\sqrt[3]{D_{13} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{\sqrt[3]{D_{13} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \cdot \ln \frac{DMG}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{DMG} \right) \quad [\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{III.86})$$

Avec, (DMG : la Distance Moyenne Géométrique entre les phases)

$$DMG = \sqrt[3]{D_{13} \cdot D_{23} \cdot D_{13}} \quad [\text{m}] \quad (\text{III.87})$$

De même manière on aura :

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \cdot \ln \frac{DMG}{r} + q_c \cdot \ln \frac{r}{DMG} \right) \quad [\text{V}] \quad (\text{III.88})$$

Sachant que :

$$q_b + q_c = -q_a \quad (\text{III.89})$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} V_{ab} + V_{ac} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(2 \cdot q_a \cdot \ln \frac{DMG}{r} + (q_b + q_c) \cdot \ln \frac{r}{DMG} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(2 \cdot q_a \cdot \ln \frac{DMG}{r} - q_a \cdot \ln \frac{r}{DMG} \right) = \frac{3 \cdot q_a}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{DMG}{r} \quad [\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{III.90})$$

Pour des tensions triphasées équilibrées :

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.91})$$

Donc :

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{DMG}{r} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.92})$$

La capacité entre chaque conducteur et le neutre est donnée par:

$$C = C_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{DMG}{r}\right)} \quad [\text{F/m}] \quad \text{ou} \quad C = C_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} = \frac{0,0556}{\ln\left(\frac{DMG}{r}\right)} \quad [\mu\text{F/km}] \quad (\text{III.93})$$

c. Capacité des conducteurs en faisceaux

La procédure pour trouver la capacité d'une ligne triphasée transposée avec des conducteurs en faisceaux suit les mêmes étapes que dans la section précédente :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{DMG}{R_{eq}}\right)} \quad [\text{F/m}] \quad (\text{III.94})$$

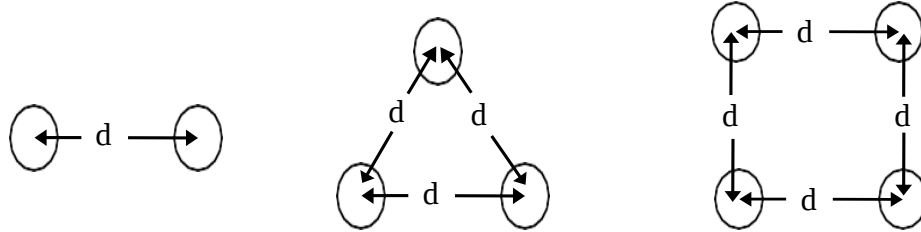


Figure III.17: La configuration des conducteurs en faisceaux

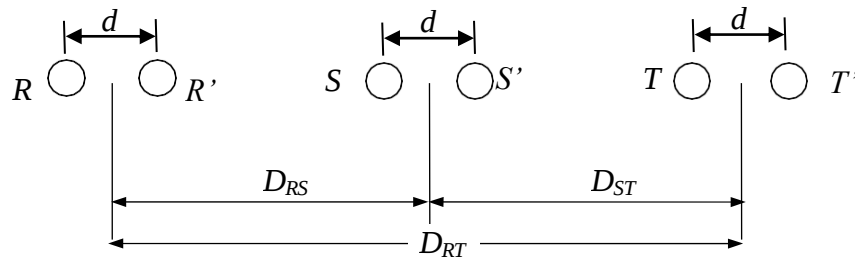


Figure III.18: Dispositions des phases pour une ligne en faisceaux de deux conducteurs

L'effet des faisceaux est d'introduire un rayon équivalent R_{eq} .

R_{eq} : est similaire au RMG calculé pour la capacité à l'exception que le rayon r de chaque sous-conducteur. Donc :

- Pour le faisceau de deux sous-conducteurs :

$$R_{eq} = \sqrt[2]{r \cdot d} \quad (\text{III.95})$$

- Pour le faisceau de trois sous-conducteurs:

$$R_{eq} = \sqrt[3]{r \cdot d^2} \quad (\text{III.96})$$

- Pour le faisceau de quatre sous-conducteurs :

$$R_{eq} = 1,09 \sqrt[4]{r \cdot d^3} \quad (\text{III.97})$$

d. Capacité d'une ligne triphasée à double circuit

Concéder une ligne triphasée à double circuit avec position de phase relative $a_1 b_1 c_1 - c_2 b_2 a_2$, comme illustré à la figure III.19. Chaque conducteur de phase doit être transposé au sein de son groupe et doit être en parallèle par rapport à la ligne triphasée. Pour atteindre l'équilibre, l'effet des fils blindés et de la terre sont considérés comme négligeables. les tensions moyennes, V_a , V_b et V_c sont calculées et la capacité équivalente par phase au neutre est obtenue pour être :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{DMG_{eq}}{RMG_c}\right)} \quad [\text{F/m}] \quad (\text{III.98})$$

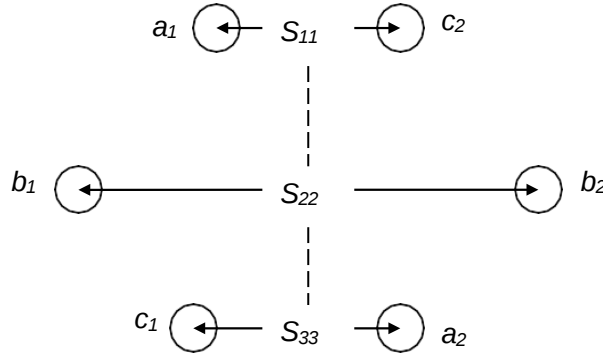


Figure III.19: Ligne à double circuit transposée

L'expression du DMG est la même de celle de l'inductance entre chaque groupe de phases :

$$\begin{cases} D_{ab} = \sqrt[4]{D_{a1b1} \cdot D_{a1b2} \cdot D_{a2b1} \cdot D_{a2b2}} \\ D_{bc} = \sqrt[4]{D_{b1c1} \cdot D_{b1c2} \cdot D_{b2c1} \cdot D_{b2c2}} \\ D_{ac} = \sqrt[4]{D_{a1c1} \cdot D_{a1c2} \cdot D_{a2c1} \cdot D_{a2c2}} \end{cases} \quad (\text{III.99})$$

La DMG_{eq} (distance moyenne géométrique équivalente par phase) est :

$$DMG_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ac}} \quad (\text{III.100})$$

Le rayon moyen géométrique équivalent pour le calcul de la capacité par phase au neutre est :

$$RMG_c = \sqrt[3]{r_a \cdot r_b \cdot r_c}$$

Pour trouver RMG_c entre chaque groupe de phases, on a déterminé les éléments r_a , r_b et r_c :

$$\begin{cases} r_a = \sqrt{R_{eq} \cdot D_{a1a2}} \\ r_b = \sqrt{R_{eq} \cdot D_{b1b2}} \\ r_c = \sqrt{R_{eq} \cdot D_{c1c2}} \end{cases} \quad (\text{III.101})$$

Où R_{eq} est le rayon moyen géométrique équivalent des conducteurs en faisceaux.

e. Effet de la terre sur la capacité de la ligne

En réalité, le sol affecte la capacité des lignes de transmission, car sa présence altère les lignes du champ électrique (figure III.20).

Si on suppose que la terre est un conducteur parfait de longueur infinie, de forme horizontale plane, les valeurs des capacités calculées précédemment seront différentes, puisqu'on doit introduire le terme qui est en fonction du sol.

On applique la méthode des images à une ligne à 2 conducteurs (figure III.21), qui consiste à remplacer la terre, par un conducteur identique à celui qui est tendu parallèle à la surface du sol, de charge contraire disposé symétrique au conducteur réel par rapport à la surface du sol.

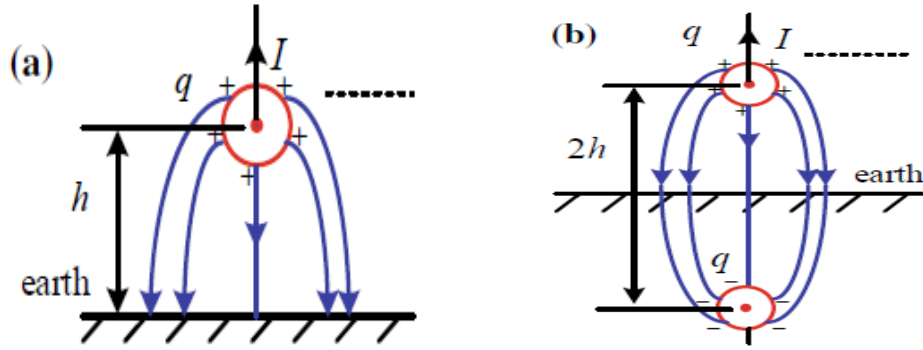


Figure III.20: Ligne de champ électrique en présence du sol

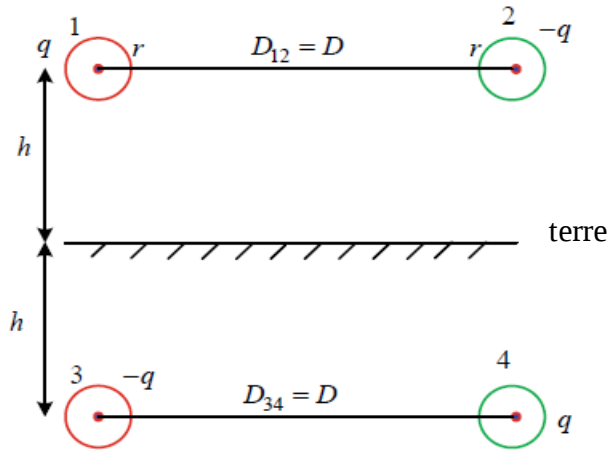


Figure III.21: Capacité d'une ligne monophasée avec effet de la terre

En appliquant l'équation générale trouvée précédemment, on peut écrire :

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{m=1}^4 q_m \cdot \ln \frac{D_{2m}}{D_{1m}} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.102})$$

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_1 \cdot \ln \left(\frac{D_{21}}{D_{11}} \right) + q_2 \cdot \ln \left(\frac{D_{22}}{D_{12}} \right) + q_3 \cdot \ln \left(\frac{D_{23}}{D_{13}} \right) + q_4 \cdot \ln \left(\frac{D_{24}}{D_{14}} \right) \right]$$

À partir de la figure III.21, les équations suivantes peuvent être écrites sous la forme :

$$D_{11} = D_{22} = r \quad [\text{m}] \quad (\text{III.103})$$

$$D_{12} = D_{21} = D \quad [\text{m}] \quad (\text{III.104})$$

$$D_{13} = D_{24} = 2h \quad [\text{m}] \quad (\text{III.105})$$

$$D_{14} = D_{23} = \sqrt{4h^2 + D^2} \quad [\text{m}] \quad (\text{III.106})$$

$$q_1 = q, \quad q_2 = -q, \quad q_3 = -q, \quad q_4 = q \quad (\text{III.107})$$

On obtient après remplacement :

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q \cdot \ln \left(\frac{D}{r} \right) - q \cdot \ln \left(\frac{r}{D} \right) - q \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{4h^2 + D^2}}{2h} \right) + q \cdot \ln \left(\frac{2h}{\sqrt{4h^2 + D^2}} \right) \right] \quad [\text{V}] \quad (\text{III.108})$$

Après simplifications, on obtient l'expression suivante :

$$C_{12} = \frac{q}{V_{12}} = \frac{\pi\epsilon_0}{\left[\ln \left(\frac{D}{r} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt{4h^2 + D^2}}{2h} \right) \right]} \quad [\text{F/m}] \quad (\text{III.109})$$

Alors, l'expression de la capacité neutre est :

$$C_{1n} = C_{2n} = 2 \cdot C_{12} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\left[\ln\left(\frac{D}{r}\right) - \ln\left(\frac{\sqrt{4h^2 + D^2}}{2h}\right) \right]} \quad [\text{F/m}] \quad (\text{III.110})$$

f. Effet de la terre sur la capacité de la triphasée

Le même raisonnement a été appliqué pour les conducteurs d'une ligne triphasée (abc). Considérons dans la figure III.22 une ligne transposée et des conducteurs (a, b, c) portant des charges q_a, q_b et q_c occupent les positions 1, 2 et 3, respectivement, dans la première partie du cycle de transposition. Au-dessous se trouvent les conducteurs avec les charges images $-q_a, -q_b, -q_c$, dans les trois tronçons de la ligne composée, tel que :

$$\begin{cases} V_{ab(I)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{12}}{D_{11}}\right) - \ln\left(\frac{H_{12}}{H_{11}}\right) \right) + q_b \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{22}}{D_{12}}\right) - \ln\left(\frac{H_{22}}{H_{12}}\right) \right) + q_c \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{23}}{D_{13}}\right) - \ln\left(\frac{H_{23}}{H_{13}}\right) \right) \right] \\ V_{ab(II)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{23}}{D_{22}}\right) - \ln\left(\frac{H_{23}}{H_{22}}\right) \right) + q_b \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{33}}{D_{23}}\right) - \ln\left(\frac{H_{33}}{H_{23}}\right) \right) + q_c \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{13}}{D_{12}}\right) - \ln\left(\frac{H_{13}}{H_{12}}\right) \right) \right] \\ V_{ab(III)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{13}}{D_{33}}\right) - \ln\left(\frac{H_{13}}{H_{33}}\right) \right) + q_b \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{11}}{D_{13}}\right) - \ln\left(\frac{H_{11}}{H_{13}}\right) \right) + q_c \cdot \left(\ln\left(\frac{D_{12}}{D_{23}}\right) - \ln\left(\frac{H_{12}}{H_{23}}\right) \right) \right] \end{cases} \quad (\text{III.111})$$

Où :

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = r \quad [\text{m}]$$

La valeur moyenne de la tension peut s'écrire :

$$V_{ab} = \frac{V_{ab(I)} + V_{ab(II)} + V_{ab(III)}}{3} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.112})$$

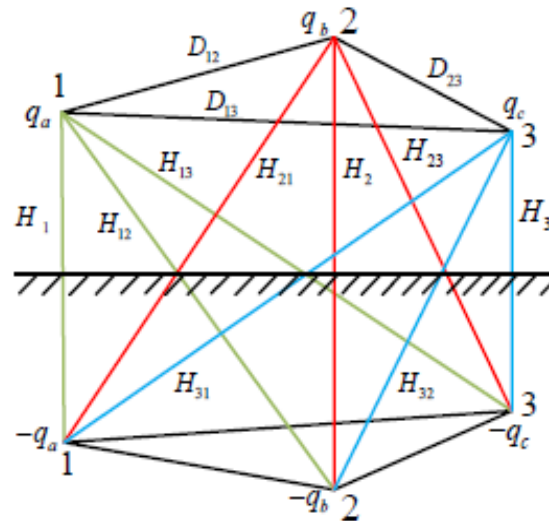


Figure III.22: Capacitance d'une ligne triphasée avec effet de la terre

En remplaçant les équations (III.111) dans l'équation. (III.112) on obtient:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \cdot \left(\ln \left(\sqrt[3]{\frac{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}{r^3}} \right) - \ln \left(\sqrt[3]{\frac{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{13}}{H_{11} \cdot H_{22} \cdot H_{33}}} \right) \right) + q_b \cdot \left(\ln \left(\sqrt[3]{\frac{r^3}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}} \right) - \ln \left(\sqrt[3]{\frac{H_{11} \cdot H_{22} \cdot H_{33}}{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{13}}} \right) \right) \right] \quad [\text{V}] \quad (\text{III.113})$$

De même, la tension entre a et c peut s'écrire :

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \cdot \left(\ln \left(\sqrt[3]{\frac{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}{r^3}} \right) - \ln \left(\sqrt[3]{\frac{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{13}}{H_{11} \cdot H_{22} \cdot H_{33}}} \right) \right) + q_c \cdot \left(\ln \left(\sqrt[3]{\frac{r^3}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}} \right) - \ln \left(\sqrt[3]{\frac{H_{11} \cdot H_{22} \cdot H_{33}}{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{13}}} \right) \right) \right] \quad [\text{V}] \quad (\text{III.114})$$

Pour des tensions triphasées équilibrées :

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an} \quad [\text{V}] \quad (\text{III.115})$$

Donc :

$$V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \cdot \left(\ln \left(\frac{\sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}}{r} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{13}}}{\sqrt[3]{H_{11} \cdot H_{22} \cdot H_{33}}} \right) \right) \right] \quad [\text{V}] \quad (\text{III.116})$$

Remplacement $\sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}} = DMG_{eq}$ dans l'équation. (III.116) donne:

$$V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \cdot \left(\ln \left(\frac{DMG_{eq}}{r} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{13}}}{\sqrt[3]{H_{11} \cdot H_{22} \cdot H_{33}}} \right) \right) \right] \quad [\text{V}] \quad (\text{III.117})$$

L'expression de la capacité peut s'écrire :

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{DMG_{eq}}{r} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{13}}}{\sqrt[3]{H_{11} \cdot H_{22} \cdot H_{33}}} \right)} \quad [\text{F/m}] \quad (\text{III.118})$$

III.4. Modélisation et performance des lignes électriques

Dans les sections précédentes les paramètres par phase des lignes de transport sont obtenus. Dans ce qui va suivre, nous allons établir la représentation de la performance des lignes de transport sous les conditions d'opération normales. Les lignes de transport sont représentées par un modèle équivalent avec les paramètres 'par phase' appropriés du circuit. Le modèle utilisé pour calculer les tensions, les courants, et les écoulements de puissance dépend de la longueur de la ligne.

Les lignes de transport sont classées en fonction de leurs longueurs :

- Les lignes courtes dont la longueur est inférieure à 80 Km
- Les lignes moyennes dont la longueur est entre 80 Km et 250 Km.
- Les lignes longues dont la longueur est supérieure à 250 Km.

Les systèmes triphasés équilibrés peuvent être analysés en les représentant par des schémas unifilaires monophasés dont l'impédance du fil neutre est nulle, ces schémas unifilaires sont

des circuits quadripôles, deux pôles d'entrée et deux pôles de sortie, ces circuits peuvent être représentés par un modèle à constantes localisées (en T ou en π), ou en modèle à constantes uniformément réparties (cas des lignes longues).

Ces modèles seront discutés dans ce chapitre. Cependant, avant cela, introduisons les paramètres $ABCD$ qui sont utilisés pour relier la tension et le courant d'émission à la tension et aux courants de réception.

III.4.1. Paramètres de transfert de la ligne

Considérez le système d'alimentation montré dans la figure III.23. Dans ce cas, les tensions d'extrémité d'émission et de réception sont désignées par V_s et V_r respectivement. Les courants I_s et I_r entrent et sortent respectivement du réseau. La tension finale et le courant d'émission sont ensuite définis en fonction des paramètres $ABCD$.

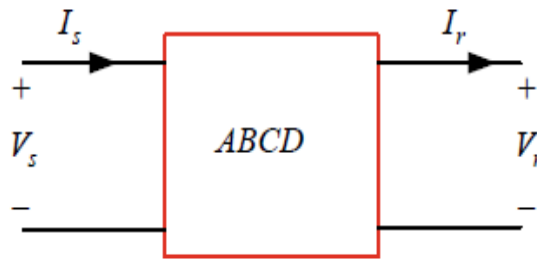


Figure III.23: Modèle en quadripôle d'une ligne de transmission.

La relation entre les tensions et les courants à la source et à la charge sont données par :

$$\begin{cases} V_s = A \cdot V_r + B \cdot I_r \\ I_s = C \cdot V_r + D \cdot I_r \end{cases} \quad (\text{III.119})$$

$ABCD$ sont des constants du réseau, on donne la :

Signification de chaque constante :

$$A = \left. \frac{V_s}{V_r} \right|_{I_r=0} \quad (\text{III.120})$$

A est le rapport entre la tension coté source et la tension coté charge, quand le circuit est ouvert au coté charge, A est sans dimension.

$$B = \left. \frac{V_s}{I_r} \right|_{V_r=0} \quad (\text{III.121})$$

B est le rapport entre la tension coté source et le courant coté charge, quand le circuit est court-circuité au coté charge, c'est ce qu'on appelle l'impédance de transfert.

$$C = \left. \frac{I_s}{V_r} \right|_{I_r=0} \quad (\text{III.122})$$

C est le rapport entre le courant coté source et la tension coté charge, quand le circuit est ouvert au coté charge, C a la dimension d'une admittance.

$$D = \left. \frac{I_s}{I_r} \right|_{V_r=0} \quad (\text{III.123})$$

D est le rapport du courant coté source et le courant coté charge, quand le circuit est court-circuité au coté charge, D est sans dimension.

Ces quatre constantes sont reliées par la relation suivante :

$$A \cdot D - B \cdot C = 1 \quad (\text{III.124})$$

III.4.2. Modèle de lignes courtes

Pour les lignes électriquement courtes ($l < 80 [km]$), la capacité et la conductance de la ligne peuvent souvent être ignorées, donc ($C \cong 0$)($G \cong 0$), son schéma équivalent est illustre a la Figure III.24.

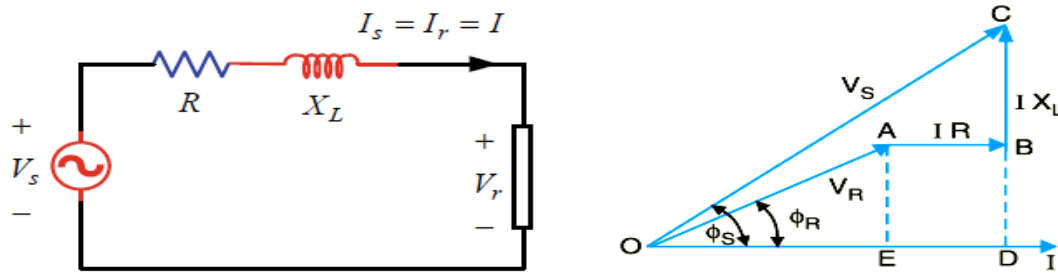


Figure III.24: Modèle d'une ligne courte

A partir de la Figure III.24, Les grandeurs d'entrée sont données en fonction des grandeurs de sortie par :

$$Z = R + jX_L = (R + j\omega L) \cdot l \quad (\text{III.125})$$

Où $\omega = 2\pi f$, dont f est la fréquence de fonctionnement du réseau électrique

La tension de source et le courant d'envoi pour cette approximation sont donnés par :

$$V_s = V_r + ZI_r \quad (\text{III.126})$$

$$I_s = I_r = I \quad (\text{III.127})$$

La puissance apparente S_r au coté charge de la ligne est :

$$S_r = 3 \cdot V_r \cdot I_r^* \quad (\text{III.128})$$

Par conséquent, les paramètres $ABCD$ sont donnés par identification des équations (III.126) et (III.127) et les équations (III.119), on trouve :

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = Z \\ C = 0 \\ D = 1 \end{cases}$$

III.4.3. Modèle de lignes moyennes

Les expressions de la tension et du courant dans les lignes moyennes peuvent être trouvées en utilisant des modèles à constantes localisées (en T ou en π), suite à la petitesse de la variation de la tension et du courant à travers ce type de ligne.

III.4.3.1. Représentation d'une ligne moyenne modèle en π

Dans cette représentation, l'impédance est placée au milieu de la ligne et l'admittance shunt est divisée en deux et sont placées aux deux extrémités (figure III.25). Cette représentation est utilisée dans l'étude de l'écoulement de puissance.

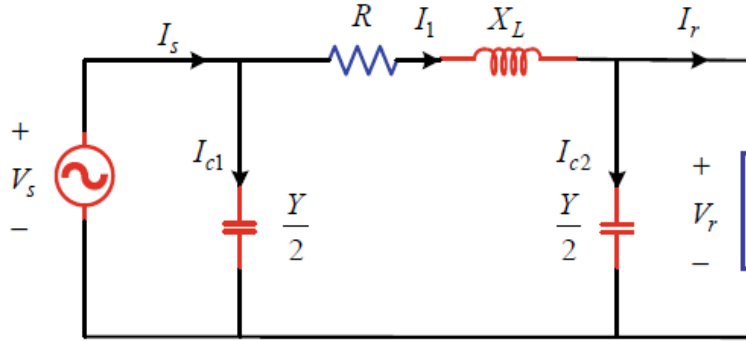


Figure III.25: Modèle en π d'une ligne moyenne.

En appliquant la loi des mailles et la loi des nœuds sur le modèle en π , on aura les expressions suivantes :

$$I_{c2} = V_r \cdot \frac{Y}{2} \quad (\text{III.129})$$

$$I_1 = I_{c2} + I_r = V_r \cdot \frac{Y}{2} + I_r \quad (\text{III.130})$$

$$\begin{aligned} V_s &= V_r + Z \cdot I_1 = V_r + Z \cdot \left(V_r \cdot \frac{Y}{2} + I_r \right) \\ &= V_r + Z \cdot I_1 = V_r + Z \cdot \left(V_r \cdot \frac{Y}{2} + I_r \right) \\ &= \left(1 + \frac{YZ}{2} \right) \cdot V_r + Z \cdot I_r \end{aligned} \quad (\text{III.131})$$

$$\begin{aligned} I_s &= I_1 + I_{c1} = I_1 + \frac{Y}{2} \cdot V_s \\ &= V_r \cdot \frac{Y}{2} + I_r + \frac{Y}{2} \left[\left(1 + \frac{YZ}{2} \right) \cdot V_r + Z \cdot I_r \right] \\ &= \left(\frac{Y}{2} + \frac{Y}{2} + \frac{ZY^2}{4} \right) \cdot V_r + \left(1 + \frac{YZ}{2} \right) \cdot I_r \\ &= Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) \cdot V_r + \left(1 + \frac{YZ}{2} \right) \cdot I_r \end{aligned} \quad (\text{III.132})$$

Par identification entre les équations (III.131) et (III.132) et les équations (III.119), on trouve les valeurs des constantes du réseau :

$$\begin{cases} A = 1 + \frac{ZY}{4} \\ B = Z \\ C = Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) \\ D = \left(1 + \frac{YZ}{2} \right) \end{cases}$$

En général, les constantes $ABCD$ sont des nombres complexes et puisque le modèle π est un quadripôle symétriques, $A = B$. En plus, la relation suivante peuvent s'écrire sous la forme :

$$AD - BC = \left(1 + \frac{YZ}{2}\right)^2 - YZ \left(1 + \frac{YZ}{4}\right) = 1$$

Résolvant l'équations III.119, les quantités de réception peuvent être exprimées en fonction des quantités de la source par l'équation suivante:

$$\begin{cases} V_r = D.V_s - B.I_s \\ I_r = -C.V_s + A.I_s \end{cases} \quad (\text{III.133})$$

III.4.3.2. Représentation d'une ligne moyenne modèle en T

Dans cette représentation, l'admittance shunt est placée au milieu de la ligne et les deux moitiés de l'impédance sont placées aux extrémités comme le montre la figure (III.26).

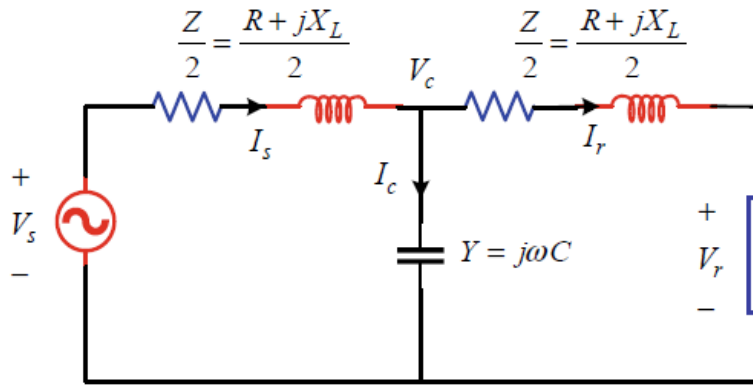


Figure III.26: Modèle en T d'une ligne moyenne

Les équations de la tension et du courant à travers la ligne du modèle en T sont donnés par les expressions suivantes:

$$V_c = V_r + \frac{Z}{2} \cdot I_r \quad (\text{III.134})$$

$$I_c = Y \cdot V_c \quad (\text{III.135})$$

D'après la loi des nœuds, on a :

$$\begin{aligned} I_s &= I_r + I_c = I_r + Y \cdot V_c \\ &= I_r + Y \left(V_r + \frac{Z}{2} \cdot I_r \right) \\ &= Y \cdot V_r + \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) \cdot I_r \end{aligned} \quad (\text{III.136})$$

D'après la loi des mailles, on a :

$$\begin{aligned} V_s &= V_c + \frac{Z}{2} \cdot I_s = V_r + \frac{Z}{2} \cdot I_r + \frac{Z}{2} \cdot \left[Y \cdot V_r + \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) \cdot I_r \right] \\ &= \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) \cdot V_r + Z \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) \cdot I_r \end{aligned}$$

$$= \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \cdot V_r + Z \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \cdot I_r \quad (\text{III.137})$$

En comparant les équations (III.136) et (III.137) avec le système d'équation (III.119), les constantes $ABCD$ pour le modèle T normal sont données par:

$$\begin{cases} A = 1 + \frac{ZY}{2} \\ B = Z \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \\ C = Y \\ D = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \end{cases}$$

III.4.4. Modèle de lignes longues

Dans une ligne de transmission longue, les paramètres de ligne sont répartis uniformément sur toute la longueur de la ligne. De ce fait, les tensions et le courant varient d'un point à l'autre de la ligne. La phase d'une ligne de transmission longue avec un modèle π est représentée sur la figure III.27. Les paramètres suivants sont définis comme.

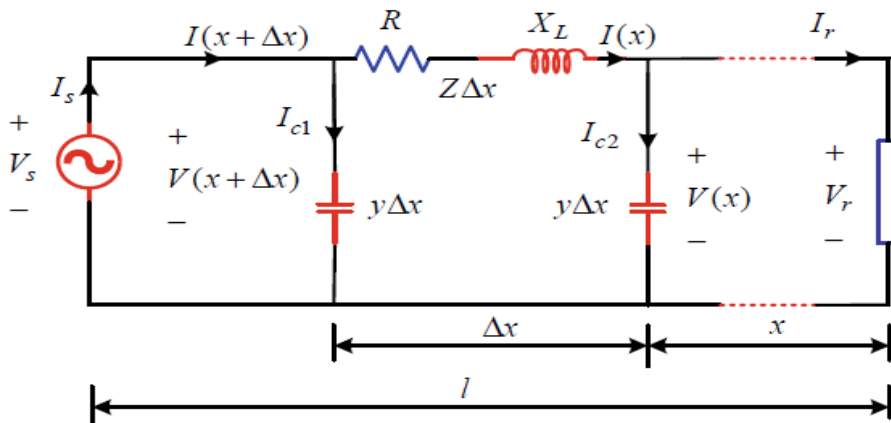


Figure III.27: Modèle d'une ligne longue

Posons :

$Z\Delta x$: impédance série de l'élément Δx

$Y\Delta x$: admission de dérivation de l'élément Δx

l : longueur de la ligne

V : valeur de la tension juste avant d'entrer l'élément Δx

I : valeur du courant juste avant d'entrer l'élément Δx

$V(x + \Delta x)$: tension quittant l'élément Δx .

$I(x + \Delta x)$: courant quittant l'élément Δx

$Z = z \cdot l$: Impédance série totale

$Y = y \cdot l$: admittance shunt total

Prenons un élément de longueur Δx de la ligne à une distance x de l'extrémité coté charge.

Par application des lois de Kirchhoff en tension:

$$\begin{aligned} V(x + \Delta x) &= V(x) + z\Delta x \cdot I(x) \\ \Rightarrow \frac{V(x+\Delta x)-V(x)}{\Delta x} &= z \cdot I(x) \end{aligned} \quad (\text{III.138})$$

En posant:

$$\Delta x \rightarrow 0 : \quad \frac{V(x+\Delta x)-V(x)}{\Delta x} = \frac{dV(x)}{dx} = z \cdot I(x) \quad (\text{III.139})$$

De même par application des lois de Kirchhoff en courant :

$$\begin{aligned} I(x + \Delta x) &= I(x) + y \cdot \Delta x \cdot V(x + \Delta x) \\ \Rightarrow \frac{I(x+\Delta x)-I(x)}{\Delta x} &= y \cdot V(x + \Delta x) \end{aligned} \quad (\text{III.140})$$

En posant :

$$\Delta x \rightarrow 0 : \quad \frac{I(x+\Delta x)-I(x)}{\Delta x} = \frac{dI(x)}{dx} = y \cdot V(x) \quad (\text{III.141})$$

En dérivant l'équation (III.139) et en substituant par (III.141) :

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = z \cdot \frac{dI(x)}{dx} = z \cdot y \cdot V(x) \quad (\text{III.142})$$

Mettons :

$$\gamma^2 = z \cdot y \Rightarrow \gamma = \sqrt{z \cdot y} \quad (\text{III.143})$$

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} - \gamma^2 V(x) = 0 \quad (\text{III.144})$$

La solution de cette équation est de la forme:

$$V(x) = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (\text{III.145})$$

Où γ est la constante de propagation, est une expression complexe donnée par l'équation (III.143):

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{z \cdot y} = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} \quad (\text{III.146})$$

La partie réelle α est la constante d'atténuation, et la partie imaginaire β est la constante de phase mesurée en radian par unité de longueur.

A partir de l'équation (III.139), le courant est :

$$I(x) = \frac{1}{z} \cdot \frac{dV(x)}{dx} = \frac{\gamma}{z} (A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x}) \quad (\text{III.147})$$

$$I(x) = \frac{\gamma}{z} (A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x})$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_c} (A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x}) \quad (\text{III.148})$$

Où Z_c est l'impédance caractéristique, donnée par :

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \quad (\text{III.149})$$

Pour déterminer les constantes A_1 et A_2 notons que lorsque :

$$\begin{cases} x = 0, & V(0) = V_r \\ x = 0, & I(0) = I_r \end{cases}$$

A partir de (III.145) and (III.148), ces constantes se révèlent être :

$$\begin{cases} A_1 = \frac{V_r + Z_c I_r}{2} \\ A_2 = \frac{V_r - Z_c I_r}{2} \end{cases} \quad (\text{III.150})$$

En substituant dans (III.145) and (III.148), l'expression générale de la tension et du courant le long d'une longue ligne de transmission devient :

$$\begin{cases} V(x) = \frac{V_r + Z_c I_r}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_r - Z_c I_r}{2} e^{-\gamma x} \\ I(x) = \frac{V_r + I_r}{Z_c} e^{\gamma x} - \frac{V_r - I_r}{Z_c} e^{-\gamma x} \end{cases} \quad (\text{III.151})$$

Les équations de la tension et du courant peuvent être réarrangées sous forme :

$$\begin{cases} V(x) = \left(\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \right) V_r + Z_c \left(\frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right) I_r \\ I(x) = \frac{1}{Z_c} \left(\frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right) V_r + \left(\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \right) I_r \end{cases} \quad (\text{III.152})$$

Reconnaissant la fonction hyperbolique $\sinh$ et $\cosh$, l'équation ci-dessus s'écrit comme suit:

$$\begin{cases} V(x) = \cosh(\gamma x) V_r + Z_c \sinh(\gamma x) I_r \\ I(x) = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) V_r + \cosh(\gamma x) I_r \end{cases} \quad (\text{III.153})$$

La tension et le courant entre l'extrémité de la ligne (émettrice et réceptrice) peuvent être déterminés en définissant les conditions suivantes :

$$\begin{cases} x = l, & V(l) = V_s \\ x = l, & I(l) = I_s \end{cases}$$

Les équations de tension et courants deviennent :

$$\begin{cases} V_s = \cosh(\gamma l) V_r + Z_c \sinh(\gamma l) I_r \\ I_s = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) V_r + \cosh(\gamma l) I_r \end{cases} \quad (\text{III.154})$$

Les paramètres $ABCD$ de la longue ligne de transmission peuvent alors être exprimés comme suit:

$$\begin{cases} A = D = \cosh(\gamma l) \\ B = Z_c \sinh(\gamma l) \\ C = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) \end{cases}$$

Il est maintenant possible de trouver un modèle π équivalent exact, montré en figure III.28, pour remplacer les constantes $ABCD$ du quadripôle.

D'une façon similaire aux expressions d'une ligne moyenne obtenues pour le modèle en π nominal, pour le modèle π équivalent, nous avons :

$$\begin{cases} V_s = \left(1 + \frac{Z'Y'}{2}\right) \cdot V_r + Z' \cdot I_r \\ I_s = Y' \left(1 + \frac{Z'Y'}{4}\right) \cdot V_r + \left(1 + \frac{Z'Y'}{2}\right) \cdot I_r \end{cases} \quad (\text{III.155})$$

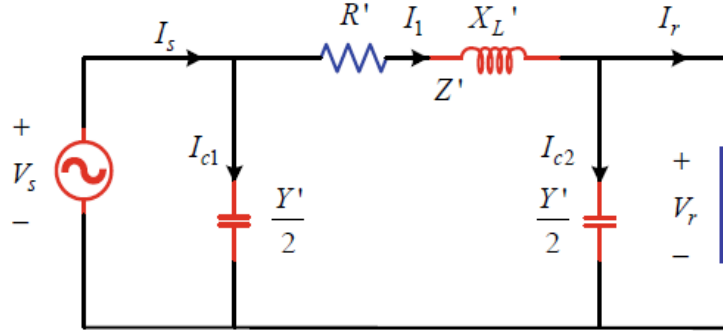


Figure III.28: Modèle en π équivalent pour une ligne longue

Par identification de ces équations avec les équations (III.154) et (III.155), on aura :

$$1 + \frac{Z'Y'}{2} = \cosh(\gamma l) \quad (\text{III.156})$$

$$Z' = Z_c \sinh(\gamma l) \quad (\text{III.157})$$

$$Y' \left(1 + \frac{Z'Y'}{4}\right) = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) \quad (\text{III.158})$$

$$1 + \frac{Z'Y'}{2} = \cosh(\gamma l) \quad (\text{III.159})$$

Prenons l'équation (III.157):

$$\begin{aligned} Z' &= Z_c \sinh(\gamma l) \\ &= \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \frac{\sqrt{zy}}{\sqrt{zy}} \sinh(\gamma l) \\ &= \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \frac{l \sqrt{zy}}{l \sqrt{zy}} \sinh(\gamma l) \\ &= \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \sqrt{zy} \cdot l \cdot \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} \\ &= z l \cdot \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} \\ Z' &= Z \cdot \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} \end{aligned} \quad (\text{III.160})$$

Pour déterminer les valeurs des éléments shunt pour le circuit en π équivalent, on substitue Z' dans l'équation (III.156):

$$1 + \frac{Z'Y'}{2} = \cosh(\gamma l)$$

$$\begin{aligned}
\frac{Z'Y'}{2} &= \cosh(\gamma l) - 1 \\
\frac{Y'}{2} \cdot Z \cdot \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} &= \cosh(\gamma l) - 1 \\
\frac{Y'}{2} &= \frac{\gamma l}{Z} \cdot \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{\sinh(\gamma l)} \\
\frac{Y'}{2} &= \frac{\sqrt{yz} l}{Z l} \cdot \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \\
\frac{Y'}{2} &= \frac{\sqrt{yz} l}{Z l} \cdot \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \\
\frac{Y'}{2} &= \sqrt{\frac{y}{z}} \cdot \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \\
\frac{Y'}{2} &= \frac{1}{Z_c} \cdot \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \\
\frac{Y'}{2} &= \sqrt{\frac{y}{z}} \cdot \frac{\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\frac{\gamma l}{2}} \cdot \frac{\gamma l}{2} \\
\frac{Y'}{2} &= \sqrt{\frac{y}{z}} \cdot \frac{\sqrt{yz} l}{2} \cdot \frac{\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\frac{\gamma l}{2}} \\
\frac{Y'}{2} &= \frac{y}{2} \cdot l \cdot \frac{\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\frac{\gamma l}{2}} \\
\frac{Y'}{2} &= \frac{Y}{2} \cdot \frac{\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\frac{\gamma l}{2}} \tag{III.161}
\end{aligned}$$

Donc :

$$Y' = Y \cdot \frac{\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\frac{\gamma l}{2}} \tag{III.162}$$

III.4.5. L'effet Ferranti dans les lignes en considérant un modèle π nominal

Dans le cas d'une ligne a vide la tension a son extrémité augmente jusqu'a des valeurs inadmissibles a cause de l'effet capacitive des lignes connu sous le nom effet Ferranti qui présente un état très dangereux surtout dans le cas des lignes longues auquel doit répondre rapidement les dispositifs de protection.

Dans le fonctionnement a vide ou la charge déconnectée le courant $I_r = 0$.

Le diagramme vectoriel dans ce cas peut être représenté par la figure III.29, on peut voir que la tension d'arrivée est plus grande que la tension de départ et dans certaines circonstances elle dépasse la valeur permise.

V_r : représente la tension de charge (récepteur) au neutre pris comme référence

I_c : représente le courant à travers le condensateur à la réception.

$I_c R$: représente la chute de tension à travers la résistance R .

$I_c X_L$: représente la chute de tension à travers le X_L (inductance).

V_s : représente la tension de source côté source qui est égale à la somme vectorielle de $(V_r + ZI_c)$.

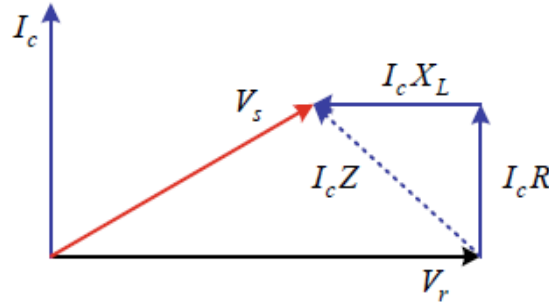


Figure III.29: Diagramme vectoriel d'une ligne à vide

Pour un modèle nominal π :

$$V_s = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r \quad (\text{III.163})$$

à vide, $I_r = 0$:

$$V_s = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r \quad (\text{III.164})$$

$$V_s - V_r = \left(\frac{ZY}{2}\right) V_r \quad (\text{III.165})$$

Avec :

$$Z = (r + j\omega L) \cdot l \quad (\text{III.166})$$

$$Y = (j\omega C) \cdot l \quad (\text{III.167})$$

Si la résistance r de la ligne est négligée,

$$Z = (j\omega L) \cdot l \quad (\text{III.168})$$

$$V_s - V_r = \frac{1}{2} ((j\omega L) \cdot l) ((j\omega C) \cdot l) \cdot V_r \quad (\text{III.169})$$

$$V_s - V_r = -\frac{1}{2} (\omega^2 l^2 LC) \cdot V_r \quad (\text{III.170})$$

On peut aussi approximer par :

$$V_s = \left(1 - \frac{\omega^2 l^2 LC}{2}\right) \cdot V_r \quad (\text{III.171})$$

$$\frac{V_r}{V_s} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2 l^2 LC}{2}\right)} \Rightarrow V_r > V_s \quad (\text{III.172})$$

III.4.6. Ligne sans pertes

Si pour une fréquence de fonctionnement on peut affirmer que dans les paramètres linéiques : Le réseau à haute et moyenne tension est généralement caractérisé par des pertes ohmiques négligeables, $R = G = 0$. Dans ce cas, les expressions des paramètres des lignes sont plus simples, et on pourrait avoir une idée initiale et qualitativement approchée sur les modes de fonctionnement du réseau.

a) Impédance caractéristique

Si $R = G = 0$,

donc :

$$\begin{cases} z = j\omega L \\ y = j\omega C \end{cases} \quad (\text{III.173})$$

$$\gamma = \sqrt{zy} = j\omega\sqrt{LC} = j\beta \quad [m^{-1}] \quad (\text{III.174})$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad [\Omega] \quad (\text{III.175})$$

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{L}{C}} \quad [m^{-1}] \quad (\text{III.176})$$

L'impédance caractéristique Z_c est donc purement réelle pour une ligne purement inductive, et la constante de propagation $\gamma = j\beta$ est purement imaginaire.

Les paramètres $ABCD$ deviennent :

$$\begin{cases} A(x) = D(x) = \cosh(\gamma x) \\ B(x) = Z_c \sinh(\gamma x) \\ C(x) = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A(x) = D(x) &= \cosh(\gamma x) = \cosh(j\beta x) = \frac{e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}}{2} \\ &= \frac{\cos(\beta x) + j\sin(\beta x) + \cos(-\beta x) + j\sin(-\beta x)}{2} = \cos(\beta x) \end{aligned} \quad (\text{III.177})$$

$$\begin{aligned} B(x) &= Z_c \sinh(\gamma x) = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{e^{j\beta x} - e^{-j\beta x}}{2} \\ &= \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{\cos(\beta x) + j\sin(\beta x) - \cos(-\beta x) + j\sin(-\beta x)}{2} = j \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\beta x) \quad [\Omega] \end{aligned} \quad (\text{III.178})$$

$$\begin{aligned} C(x) &= \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{e^{j\beta x} - e^{-j\beta x}}{2} \\ &= \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{\cos(\beta x) + j\sin(\beta x) - \cos(-\beta x) + j\sin(-\beta x)}{2} = j \sqrt{\frac{C}{L}} \sin(\beta x) \quad [\Omega^{-1}] \end{aligned} \quad (\text{III.179})$$

b) Longueur d'onde

La longueur d'onde est la distance que doit parcourir le courant ou la tension pour avancer de 2π radians. D'après les expressions de $V(x)$ et $I(x)$, la longueur d'onde notée par λ est donnée par :

$$\beta\lambda = 2\pi \quad (\text{III.180})$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad [m] \quad (\text{III.181})$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (\text{III.182})$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{f\sqrt{LC}} \quad [\text{m}] \quad (\text{III.183})$$

Pour les lignes aériennes, la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques sur les lignes de transmission est donnée par :

$$\nu = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3.10^8 \quad [\text{m/s}] \quad (\text{III.184})$$

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{3.10^8} \quad (\text{III.185})$$

$$LC = \frac{1}{(3.10^8)^2} \quad (\text{III.186})$$

Pour une fréquence $f = 50$ [Hz], la longueur d'onde est :

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{LC}} = \frac{\nu}{f} = \frac{3.10^8}{50} = 6.10^6 \quad [\text{m}] \Rightarrow \lambda = 6000 \quad [\text{km}]$$

III.4.7. Transit de puissance à travers une ligne de transport

Les expressions spécifiques de transit de puissance complexe sur une ligne de transmission peuvent être obtenues en termes des tensions à l'entrée et à la sortie et les angles de phase et les constantes ABCD (figure III.23). Ou les relations de la tension V_s et le courant I_s sont données par les équations (III.119), comme suit :

$$\begin{cases} V_s = A.V_r + B.I_r \\ I_s = C.V_r + D.I_r \end{cases}$$

En donnant les constantes ABCD en forme complexes tel que :

$$A = |A| \angle \alpha \quad \text{et} \quad B = |B| \angle \varphi$$

La tension de source :

$$V_s = |V_s| \angle \delta$$

La tension de charge comme référence :

$$V_r = |V_r| \angle 0^\circ$$

A partir de l'expression de V_s , le courant I_r peut-être écrit comme suit:

$$I_r = \frac{V_s}{B} - \frac{A.V_r}{B} = \frac{|V_s|}{|B|} \angle (\delta - \varphi)^\circ - \frac{|A|.|V_r|}{|B|} \angle (\alpha - \varphi)^\circ \quad (\text{III.187})$$

Donc le conjugué de courant de charge I_r^* est donné comme suit :

$$I_r^* = \frac{|V_s|}{|B|} \angle (\varphi - \delta)^\circ - \frac{|A|.|V_r|}{|B|} \angle (\varphi - \alpha)^\circ \quad (\text{III.188})$$

La puissance complexe à l'extrémité de réceptrice :

$$S_{r(3\phi)} = P_{r(3\phi)} + jQ_{r(3\phi)} = 3.V_r.I_r^* \quad (\text{III.189})$$

En remplaçant I_r^* à partir de (III.188), nous avons :

$$S_{r(3\phi)} = P_{r(3\phi)} + jQ_{r(3\phi)} = 3.\frac{|V_s|.V_r|}{|B|} \angle (\varphi - \delta)^\circ - 3.\frac{|A|.V_r^2|}{|B|} \angle (\varphi - \alpha)^\circ \quad (\text{III.190})$$

En termes de tensions phase- phase (composée), nous avons :

$$S_{r(3\phi)} = P_{r(3\phi)} + Q_{r(3\phi)} = \frac{|U_s \cdot U_r|}{|B|} \angle (\varphi - \delta)^\circ - \frac{|A \cdot U_r^2|}{|B|} \angle (\varphi - \alpha)^\circ \quad (\text{III.191})$$

Les puissances active et réactive à l'extrémité réceptrice de la ligne sont :

$$\begin{cases} P_{r(3\phi)} = \frac{|U_s \cdot U_r|}{|B|} \cos(\varphi - \delta)^\circ - \frac{|A \cdot U_r^2|}{|B|} \cos(\varphi - \alpha)^\circ \\ Q_{r(3\phi)} = \frac{|U_s \cdot U_r|}{|B|} \sin(\varphi - \delta)^\circ - \frac{|A \cdot U_r^2|}{|B|} \sin(\varphi - \alpha)^\circ \end{cases} \quad (\text{III.192})$$

Pour une ligne sans pertes ($R=0, G=0$), donc : ($B = jX$ $\varphi = 90^\circ$ et $A = \cos \beta l$ $\alpha = 0^\circ$)

$$\begin{cases} P_{r(3\phi)} = \frac{|U_s \cdot U_r|}{X} \sin \delta \\ Q_{r(3\phi)} = \frac{|U_s \cdot U_r|}{|X|} \cos \delta - \frac{|U_r^2|}{|X|} \cos(\beta l)^\circ \end{cases}$$

La puissance complexe de la source est :

$$S_{s(3\phi)} = P_{s(3\phi)} + Q_{s(3\phi)} = 3 \cdot V_s \cdot I_s^* \quad (\text{III.193})$$

A partir de l'expression (III.133), on peut écrire pour la deuxième extrémité :

$$I_s = \frac{A \cdot V_s}{B} - \frac{V_r}{B} = \frac{|A| \cdot |V_s|}{|B|} \angle (\alpha + \delta - \varphi)^\circ - \frac{|V_r|}{|B|} \angle (0 - \varphi)^\circ \quad (\text{III.194})$$

Donc le conjugué de courant de charge I_r^* est donné comme suit :

$$I_s^* = \frac{|A| \cdot |V_s|}{|B|} \angle (\varphi - \alpha - \delta)^\circ - \frac{|V_r|}{|B|} \angle (\varphi - 0)^\circ \quad (\text{III.195})$$

En remplaçant I_s^* dans (III.191) on obtient:

$$S_{s(3\phi)} = P_{s(3\phi)} + Q_{s(3\phi)} = 3 \cdot \frac{|A \cdot V_s^2|}{|B|} \angle (\varphi - \alpha - \delta + \delta)^\circ - 3 \cdot \frac{|V_r \cdot V_s|}{|B|} \angle (\varphi - 0 + \delta)^\circ \quad (\text{III.196})$$

$$S_{s(3\phi)} = P_{s(3\phi)} + Q_{s(3\phi)} = 3 \cdot \frac{|A \cdot V_s^2|}{|B|} \angle (\varphi - \alpha)^\circ - 3 \cdot \frac{|V_r \cdot V_s|}{|B|} \angle (\varphi + \delta)^\circ \quad (\text{III.197})$$

Donc, en termes de tensions composées, nous avons :

$$\begin{cases} P_{s(3\phi)} = \frac{|A \cdot U_s^2|}{|B|} \cos(\varphi - \alpha)^\circ - \frac{|U_r \cdot U_s|}{|B|} \cos(\varphi + \delta)^\circ \\ Q_{s(3\phi)} = \frac{|A \cdot U_s^2|}{|B|} \sin(\varphi - \alpha)^\circ - \frac{|A \cdot U_r^2|}{|B|} \sin(\varphi + \delta)^\circ \end{cases} \quad (\text{III.198})$$

Les pertes actives et réactives de la ligne de transport :

$$\begin{cases} P_{L(3\phi)} = P_{s(3\phi)} - P_{r(3\phi)} \\ Q_{L(3\phi)} = Q_{s(3\phi)} - Q_{r(3\phi)} \end{cases} \quad (\text{III.199})$$

III.4.8. Régulation de la tension d'une ligne et le rendement

La régulation de la tension d'une ligne est définie par le changement de tension au niveau du récepteur quand l'entité de la charge à un facteur de puissance donné est enlevée. La tension au niveau de la source est gardée constante. Donc c'est une fraction ou pourcentage de la tension de récepteur à charge totale. Par définition, cette régulation vaut :

$$V_r = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} \quad (\text{III.200})$$

Ou exprimée en pourcentage par :

$$V_r(\%) = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} \cdot 100 \% \quad (\text{III.201})$$

Avec :

$|V_{rnl}|$: L'Amplitude de la tension du récepteur sans charge (no load),

$|V_{rfl}|$: L'Amplitude de la tension du récepteur avec charge entière (full load).

Quand la charge est enlevée (ligne a vide) : $I_r = 0$ et $V_r = V_{r0}$, et à partir de l'équation (III.119) en peut écrire la relation suivante :

$$V_s = A \cdot V_{r0} \Rightarrow V_{r0} = \frac{V_s}{A} \quad (\text{III.202})$$

V_{r0} : Tension du récepteur à charge déconnectée (ligne à vide).

Donc la régulation de la tension de ligne est :

$$V_r = \frac{\frac{|V_s|}{|A|} - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} \quad (\text{III.203})$$

Le rendement de la ligne de transmission est donné par :

$$\eta = \frac{P_{r(3\phi)}}{P_{s(3\phi)}} \quad (\text{III.204})$$

Avec $P_{r(3\phi)}$ et $P_{s(3\phi)}$ sont les puissances actives totales à la sortie et à la rentrée de la ligne respectivement.

III.4.9. Compensation de l'énergie réactive

La compensation d'énergie réactive est un des éléments à prévoir pour toutes installations électriques lors de l'étude pour réduire les coûts de l'installation et lors de l'exploitation pour réduire la facture de la consommation électrique.

Le terme compensation est utilisé pour décrire l'insertion intentionnelle des dispositifs de la puissance réactive, capacitive ou inductive, à un réseau électrique pour obtenir un effet désiré. Cela peut inclure l'amélioration du profil de la tension, l'amélioration du facteur de puissance, l'augmentation des performances de la stabilité, et l'amélioration de la capacité de transmission.

Les dispositifs réactifs sont connectés soit en série ou en parallèle (shunt).

Le réseau de distribution fournit l'énergie apparente qui correspond à la puissance apparente S mesurée en kVA:

$$S = P + jQ = UI \quad [\text{kVA}] \quad (\text{III.205})$$

Où :

$$\begin{cases} P = U.I.\cos(\varphi) & [kW] \\ Q = U.I.\sin(\varphi) & [kVAR] \end{cases} \quad (\text{III.206})$$

Les trois puissances P , Q et S se représentent vectoriellement par un triangle des puissances (Figure III.30):

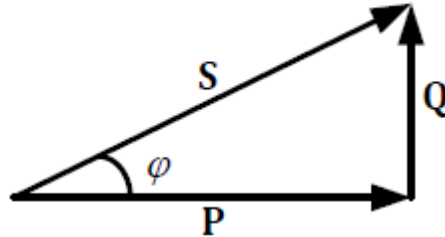


Figure III.30: Triangle des puissances

Le facteur de puissance de l'installation est le quotient de la puissance active en $[kW]$ consommée par l'installation sur la puissance apparente en $[kVA]$ fournie à l'installation.

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} \quad (\text{III.207})$$

Où, $\cos(\varphi)$ est compris entre 0 et 1.

Il est possible d'exprimer la $\tan(\varphi)$ avec :

$$\tan(\varphi) = \frac{Q}{P} \quad (\text{III.208})$$

La puissance réactive de compensation (figure III.31) est donner comme suit:

$$Q_c = Q_2 - Q_1 = P.\tan(\varphi_2) - P.\tan(\varphi_1) = P.(\tan\varphi_2 - \tan\varphi_1) \quad (\text{III.209})$$

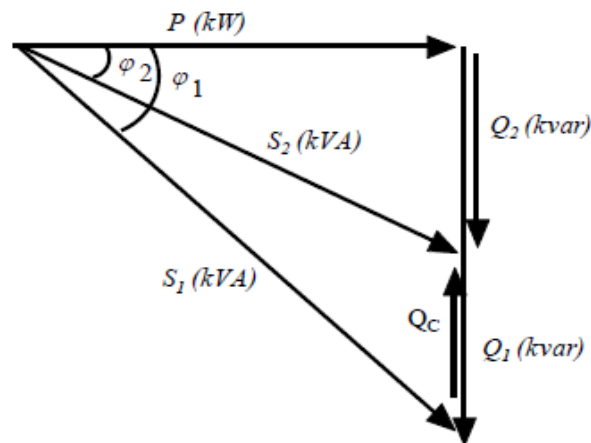


Figure III.31: Triangle des puissances active et réactive avant et après compensation

III.4.9.1. Calcul de la valeur des condensateurs selon le mode du couplage

➤ Couplage des condensateurs en triangle

La puissance réactive fournie par un condensateur :

$$|Q_c| = C.\omega.U^2 \quad (\text{III.210})$$

Puissance réactive absorbée par les trois condensateurs :

$$|Q_{c\ tot}| = 3. |Q_c| = 3. C. \omega. U^2 \quad (\text{III.211})$$

On en déduit la capacité du condensateur de la manière suivante :

$$C = \frac{P.(tg\varphi_2 - tg\varphi_1)}{3.C.\omega.U^2} \quad (\text{III.212})$$

➤ Couplage des condensateurs en étoile

En utilisant le même raisonnement que précédemment,

$$|Q_{c\ tot}| = 3. |Q_c| = 3. C. \omega. V^2 \quad (\text{III.213})$$

On montre que la capacité du condensateur est donnée par la relation :

$$C = \frac{P.(tg\varphi_2 - tg\varphi_1)}{\omega.U^2} \quad (\text{III.214})$$

Le couplage en étoile est donc moins intéressant puisque la capacité des condensateurs nécessaires est trois fois plus grande que pour le couplage en triangle (figure III.32). Plus la capacité est grande, plus le condensateur est volumineux et onéreux.

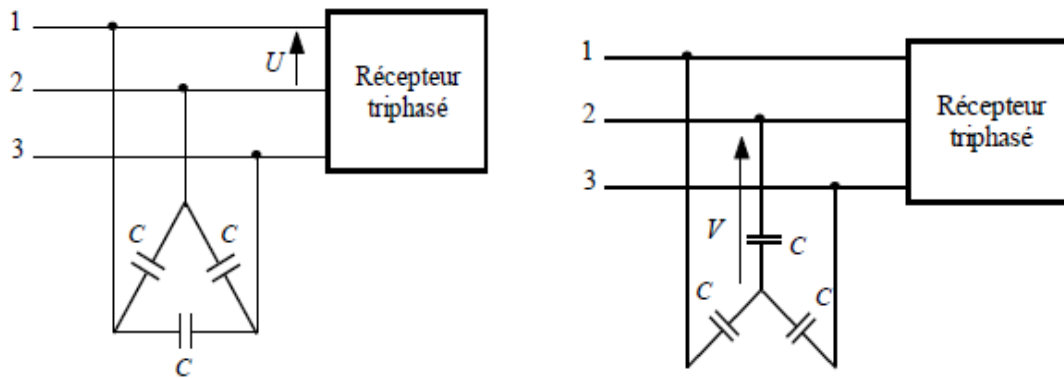


Figure III.32: Modes de couplage des batteries de compensation

IV.1. Introduction

Les transformateurs sont des machines entièrement statiques permettant, en alternatif, le changement des grandeurs (tension et intensité) sans changer leurs fréquences et leurs formes d'onde, cette absence de mouvement est d'ailleurs à l'origine de leurs excellents rendements. On peut rencontrer plusieurs types de transformateurs : monophasés, triphasés. Ils jouent un rôle important en électrotechnique car sont les appareils de base pour le transport de l'énergie électrique. Ils fonctionnent en éleveurs de tension entre la source et le réseau de transport, puis en abaisseurs de la tension du réseau vers l'utilisateur.

IV.2. Transformateur Monophasé

IV.2.1. Principe de fonctionnement du transformateur monophasé

La figure (IV.1) montre un diagramme schématisé d'un transformateur monophasé.

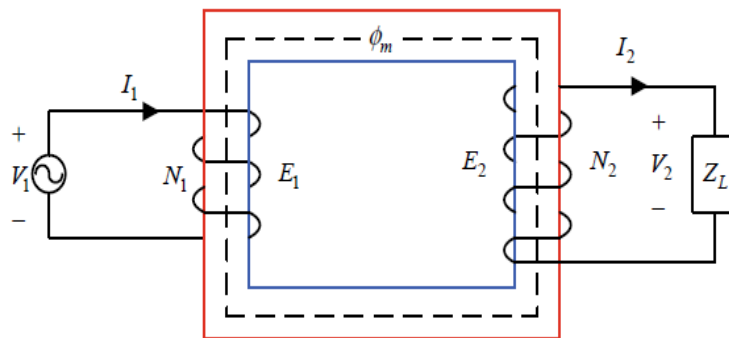


Figure IV.1: Schéma de principe d'un transformateur monophasé

Il est constitué de 2 enroulements placés sur un circuit magnétique fermé :

- Le primaire est alimenté par le réseau et se comporte comme un récepteur. Il crée un champ et un flux magnétique (Φ_m) dans le circuit magnétique feuilleté.
- Le secondaire est soumis à la variation de ce flux, il est le siège d'une f.é.m. induite due à la loi de Lenz et alimente la charge.

Un transformateur qui produit une tension plus grande est dit éleveur de tension, à l'inverse il est dit abaisseur de tension.

IV.2.2. Transformateur monophasé parfait

La figure IV.2 a montre un transformateur monophasé idéal qui comporte :

- Un circuit magnétique constitué de tôles de matériaux ferromagnétiques feuilletés.
- Deux (ou plus) bobinages, l'un est appelé primaire, les autres secondaires.

Le circuit magnétique d'un transformateur parfait présente:

- Une perméabilité magnétique infinie : sa reluctance $\mathcal{R}$ est nulle, il n'y a pas de fuites de flux, et pas de pertes ferromagnétiques (hystérésis et courants de Foucault).

- La résistance des enroulements est nul (pas de pertes par effet Joule).

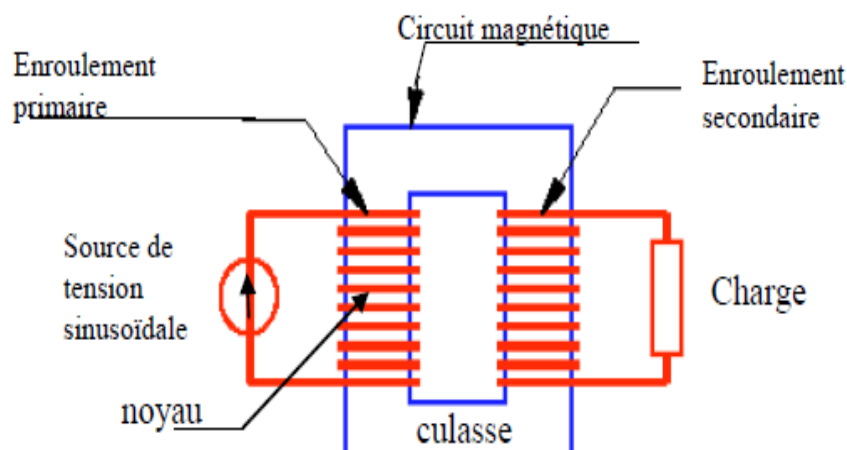


Figure IV.2: Schéma équivalent du transformateur monophasé

IV.2.2.1. Rapport de tension

On suppose que : L'enroulement est alimenté par la tension V_1 et parcouru par le courant I_1 . Cet enroulement possède n_1 spires, et le secondaire possède n_2 spires.

On suppose que les courants, les tensions et les flux sont sinusoïdaux, la f.e.m induite dans les enroulements primaire et secondaire selon la loi de Faraday et de Lenz s'écrit comme suit :

$$e_1 = -n_1 \frac{d\phi}{dt} = -j \cdot n_1 \cdot \omega \cdot \phi \quad (\text{IV.1})$$

$$e_2 = -n_2 \frac{d\phi}{dt} = -j \cdot n_2 \cdot \omega \cdot \phi \quad (\text{IV.2})$$

Et par l'application de la loi des mailles sur le circuit primaire et secondaire on trouve :

$$V_1 = e_1 = -j \cdot n_1 \cdot \omega \cdot \phi \quad (\text{IV.3})$$

$$V_2 = e_2 = -j \cdot n_2 \cdot \omega \cdot \phi \quad (\text{IV.4})$$

Le rapport transformation est défini par :

$$m = \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{IV.5})$$

IV.2.2.2. Rapport de courant

Selon la relation d'Hopkinton dans les circuits magnétiques ou (théorème d'Ampère) :

$$E = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mathcal{R} \cdot \phi = \sum \vec{I} = n_1 \cdot I_1 - n_2 I_2 \quad (\text{IV.6})$$

Puisque le transformateur est parfait $\mathcal{R} = 0$, alors :

$$m = \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{IV.7})$$

Les courants sont transformés dans un rapport inverse des tensions

IV.2.2.3. Puissance apparente

La puissance apparente complexe a l'entrée du transformateur vaut :

$$S_1 = V_1 \cdot I_1^* \quad (\text{IV.8})$$

A la sortie du transformateur, elle vaut :

$$S_2 = V_2 \cdot I_2^* = m \cdot V_1 \left(\frac{1}{m} \right) \cdot I_1^* = V_1 \cdot I_1^* = S_1 \quad (\text{IV.9})$$

Remarque : Le transformateur idéal est absolument passif et sans pertes.

Quand il élève la tension, il abaisse le courant (ou inversement) et ne modifie pas la puissance qui transite.

IV.2.3. Etude du transformateur monophasé réel

Le transformateur parfait n'existe pas dans la pratique en effet les enroulements possèdent des résistances et la reluctance magnétique est différente de zéro, et il existe toujours un flux de fuite et des pertes ferromagnétique.

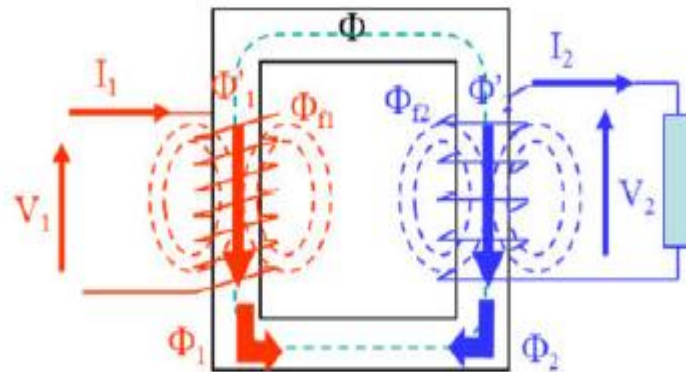


Figure IV.3: Représentation du flux de fuite au transformateur monophasé réel

On suppose que :

L'enroulement primaire est alimenté par la tension V_1 et parcouru par le courant I_1 . Qui possède n_1 spires et a une résistance R_1 . Le secondaire possède n_2 spires et a une résistance R_2 .

On définit :

- le flux total ϕ'_1 créé par le courant I_1
- le flux total ϕ'_2 créé par le courant I_2
- le flux de fuite ϕ_{f1}
- le flux de fuite ϕ_{f2}
- le flux ϕ_1 créé par l'enroulement 1 et qui traverse l'enroulement 2
- le flux ϕ_2 créé par l'enroulement 2 et qui traverse l'enroulement 1
- le flux utile ϕ dans le circuit magnétique
- le flux réel ϕ_{1r} dans l'enroulement 1
- le flux réel ϕ_{2r} dans l'enroulement 2

Le modèle équivalent du transformateur monophasé réel est montré en Figure IV.4. Le circuit équivalent est constitué d'un transformateur idéal de rapport de transformation m , ainsi que des éléments qui représentent les imperfections du transformateur réel :

- Résistance de l'enroulement primaire et secondaire : R_1 et R_2
- Réactance de fuites au primaire et secondaire: X_1 et X_2
- Echauffement du circuit magnétique appelé "pertes fer" sensiblement proportionnelles au carré de la tension d'entrée : on fait une équivalence avec une résistance appelée R_0 en parallèle avec l'entrée.
- Réactance équivalente du transformateur à vide dite "inductance magnétisante" qu'on notera X_0 .

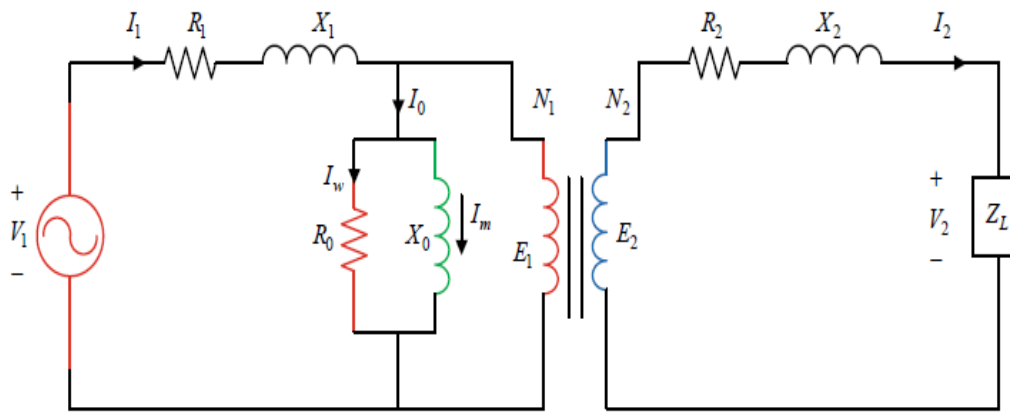


Figure IV.4: Circuit équivalent d'un transformateur réel

Relations entre les tensions

L'équation du circuit primaire s'écrit :

$$V_1 = E_1 + R_1 \cdot I_1 + jX_1 \cdot I_1 \quad (\text{IV.10})$$

Avec : $X_1 = \omega L_1$

L'équation du circuit secondaire s'écrit :

$$V_2 = E_2 - R_2 \cdot I_2 - jX_2 \cdot I_2 \quad (\text{IV.11})$$

Avec : $X_2 = \omega L_2$

Relations entre les intensités

Dans un transformateur réel pour le courant primaire on a l'expression :

$$I_1 = I_0 + \frac{n_2}{n_1} \cdot I_2 = I_0 + m \cdot I_2 \quad (\text{IV.12})$$

I_0 : courant absorbé par le primaire du transformateur à vide.

IV.2.4. Etude du transformateur avec l'hypothèse de Kapp

L'hypothèse de Kapp consiste à négliger le courant primaire à vide I_0 devant le courant I_1 et I'_1 et en charge donc on peut déplacer la branche magnétisante à l'entrée du schéma équivalent.

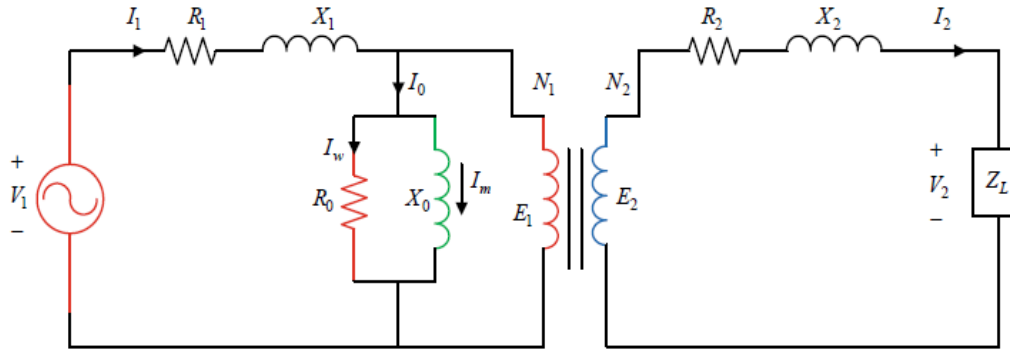


Figure IV.5: Circuit équivalent d'un transformateur par l'hypothèse de Kapp

$$V_1 = E_1 + (R_1 + jX_1).I'_1 \quad (IV.13)$$

$$E_2 = V_2 + (R_2 + jX_2).I_2 \quad (IV.14)$$

On multiplie l'équation (IV.13) par m et on remplace $I'_1 = m.I_2$ et $E_2 = m.E_1$, donc :

$$m.V_1 = (R_1 + jX_1).m^2.I_2 + E_2 \quad (IV.15)$$

On remplace E_2 par sa valeur de (IV.14) on trouve :

$$\begin{aligned} m.V_1 &= (R_1 + jX_1).m^2.I_2 + (R_2 + jX_2).I_2 + V_2 \\ m.V_1 &= V_2 = [(R'_1 + R_2) + j(X'_1 + X_2)].I_2 + V_2 \end{aligned} \quad (IV.16)$$

Avec :

R'_1 : La résistance primaire ramenée au secondaire

X'_1 : La réactance primaire ramenée au secondaire

En simplifiant le schéma équivalent du transformateur réel, on obtient le schéma dit "schéma équivalent ramené au secondaire" représenté ci-dessous (figure IV.6), et ces paramètres sont:

$$R'_1 = m^2.R_1 \quad (IV.17)$$

$$X'_1 = m^2.X_1 \quad (IV.18)$$

$$I'_1 = \frac{I_1}{m} \quad (IV.19)$$

$$V'_1 = m.V_1 \quad (IV.20)$$

$$I'_w = \frac{I_w}{m} \quad (IV.21)$$

$$I'_m = \frac{I_m}{m} \quad (IV.22)$$

$$I'_0 = \frac{I_0}{m} \quad (\text{IV.23})$$

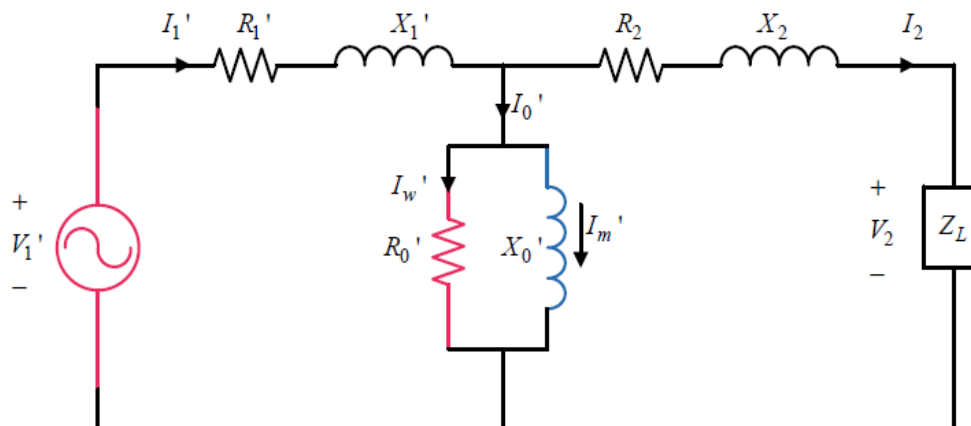


Figure IV.6: Circuit équivalent d'un transformateur aux éléments ramenés au secondaire
La même chose on trouve le circuit équivalent du transformateur avec les éléments ramenés au primaire (figure IV.7), et ses paramètres sont:

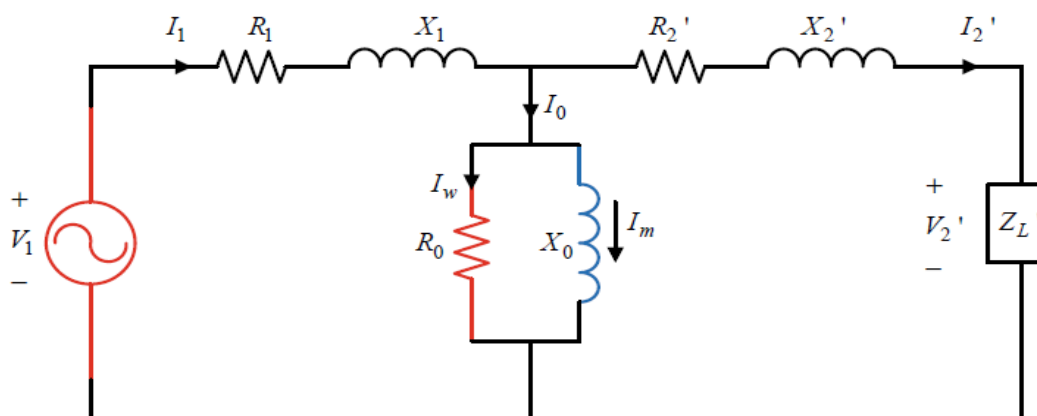


Figure IV.7: Circuit équivalent d'un transformateur aux éléments ramenés au primaire

$$R'_2 = \frac{R_2}{m^2} \quad (\text{IV.24})$$

$$X'_2 = \frac{X_2}{m^2} \quad (\text{IV.25})$$

$$Z'_L = \frac{Z_L}{m^2} \quad (\text{IV.26})$$

$$I'_2 = I_2 \cdot m \quad (\text{IV.27})$$

$$V'_2 = \frac{V_2}{m} \quad (\text{IV.28})$$

Avec :

R'_2 : La résistance secondaire ramenée au primaire

X'_2 : La réactance secondaire ramenée au primaire

IV.2.5. Détermination des paramètres du transformateur

On effectue deux essais : essai à vide et essai en court-circuit afin de déterminer les paramètres du transformateur :

IV.2.5.1. Essai à vide

A partir de cet essai, on peut calculer les grandeurs suivantes :

Les pertes fer P_{fer} :

$$P_{fer} = P_{10} - R_1 \cdot I_{10}^2 \quad (IV.29)$$

Le rapport de transformation à vide :

$$m = \frac{V_{20}}{V_{10}} \quad (IV.30)$$

La résistance équivalente aux pertes fer :

$$R_f = \frac{V_{10}^2}{P_{10}} \quad (IV.31)$$

Le courant active primaire :

$$I_{1a} = \frac{P_{10}}{V_{10}} \quad (IV.32)$$

Le courant réactive primaire :

$$I_{1r} = \sqrt{I_{10}^2 - I_{1a}^2} \quad (IV.33)$$

La réactance de magnétisation vue du primaire :

$$X_m = \frac{V_{10}}{I_{1r}} \quad (IV.34)$$

Le facteur de puissance primaire à vide :

$$\cos(\varphi_{10}) = \frac{P_{10}}{V_{10} \cdot I_{10}} \quad (IV.35)$$

IV.2.5.2. Essai en court-circuit

On court-circuite le secondaire et on applique une tension réduite V_{1cc} (V_{1cc} représente quelques pour cent de V_{1n}) au primaire afin d'avoir au secondaire un courant $I_{2cc} = I_{2n}$.

A partir de cet essai, on peut calculer les grandeurs suivantes :

Le rapport de transformation en court-circuit :

$$m = \frac{I_{1cc}}{I_{2cc}} \quad (IV.36)$$

La résistance totale ramenée au secondaire :

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} \quad (IV.37)$$

La réactance totale ramenée au secondaire :

$$X_s = \sqrt{\left(\frac{m \cdot V_{1cc}}{I_{2cc}}\right)^2 - R_s^2} \quad (IV.38)$$

IV.2.5.3. Calcul de la chute de tension au secondaire

Après avoir formé l'équation de maille de la figure IV.6 qui relie les grandeurs électriques au secondaire du transformateur, on représente sur la figure IV.8 le diagramme de Fresnel correspondant. On a considéré le cas général d'une charge linéaire de facteur de puissance ($\cos\varphi$) donné.

$$m.V_1 = V_2 + R_s.I_2 + j.X_s.I_2 \quad (IV.39)$$

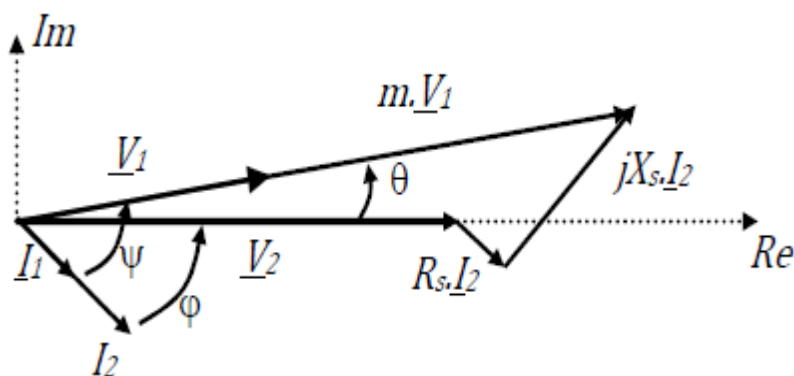


Figure IV.8: Représentation de Fresnel

Remarque :

Il est à noter d'après ce schéma qu'il existe en général, et à cause des imperfections, un déphasage entre les tensions V_2 et V_1 , on le note θ .

Plus important: IL existe une chute de tension entre V_2 et $m.V_1$, la tension à vide. On exprime cette « chute de tension secondaire » comme :

$$\Delta V_2 = m.V_1 - V_2 \quad (IV.40)$$

En faisant l'approximation très classique et généralement justifiée comme quoi θ est faible, on retiendra la formule donnant la chute de tension secondaire en fonction du courant et des éléments d'imperfection :

$$\Delta V_2 = m.V_1 - V_2 = R_s.I_2.\cos\varphi + X_s.I_2.\sin\varphi \quad (IV.41)$$

IV.2.5.4. Facteur de régulation d'un transformateur

Le facteur de régulation d'un transformateur indique la variation relative de la tension au secondaire en fonction de la charge :

$$reg = \frac{V_{20} - V_2}{V_2} \quad (IV.42)$$

Avec : V_{20} est la tension à vide et est la tension en charge.

Dans certains cas, on fixe la tension au secondaire à sa valeur nominale, et alors la tension au primaire est plus élevée que la valeur nominale. Dans ce cas, le facteur de régulation est :

$$reg = \frac{V_1 - V_{10}}{V_{10}} \quad (IV.43)$$

IV.2.5.5. Rendements des transformateurs

Le rendement du transformateur s'exprime facilement en fonction des données à courant de charge I_2 constant :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{fer} + P_{joul}} \quad (IV.44)$$

On peut également le déterminer à l'aide de la relation suivante :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2}{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + P_{10} + R_S I_2^2} \quad (IV.45)$$

IV.3. Transformateur triphasé

La production de l'énergie électrique et son transport se fait généralement en triphasé. Par ailleurs, on démontre facilement que le transport de l'énergie en haute tension est plus économique, d'où la nécessité d'employer des transformateurs élévateurs à la sortie de centrale de production et abaisseurs tout proche des centres de consommation. En effet, pour modifier la tension d'un système triphasé, on peut choisir d'utiliser :

- Soit 3 transformateurs monophasés identiques
- Soit un seul transformateur triphasé (la solution la plus économique).

IV.3.1. Constitution d'un transformateur triphasé

Nous pourrions pour réaliser la transformation d'un réseau triphasé utiliser trois transformateurs monophasés. Dans ce cas, chacun de ces derniers serait alimenté par une phase. En fonction des enroulements primaires, les enroulements haute tension et basse tension seront couplés en triangle ou en étoile. Cette méthode est toutefois coûteuse (la masse totale de fer et l'encombrement seraient trop grands) et complique l'installation.

Ces trois transformateurs représentés par la figure IV.9 peuvent être réunis de façon à créer une colonne centrale unique comme montré dans la figure IV.10.

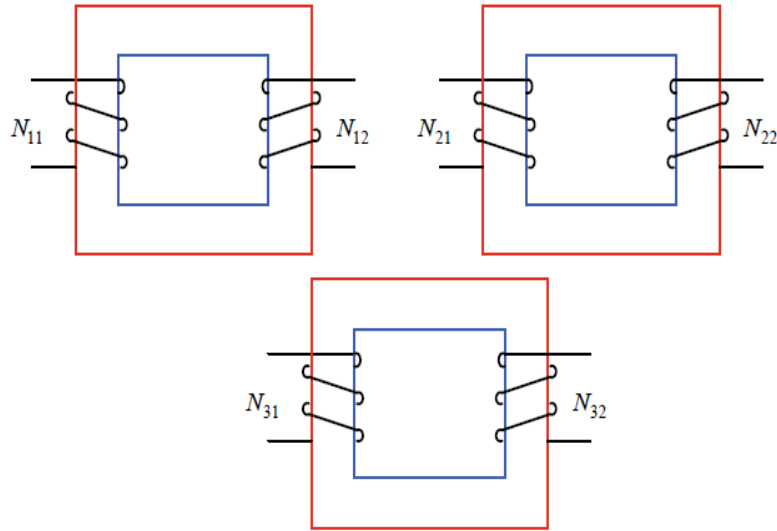


Figure IV.9: Transformateur triphasé constitué de trois transformateur monophasé

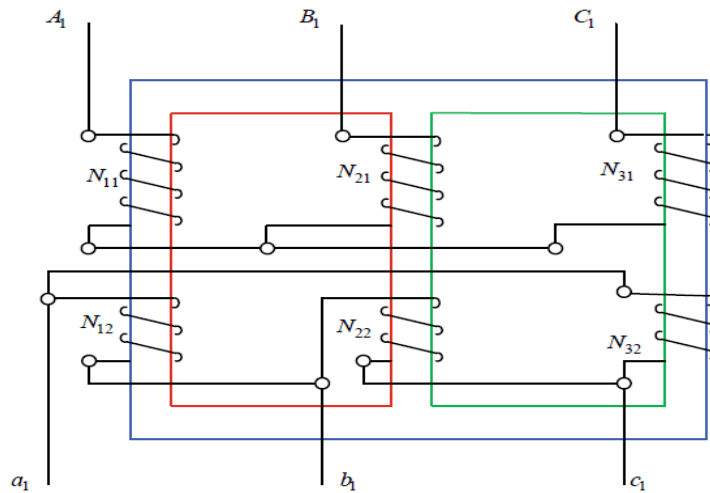


Figure IV.10: Transformateur triphasé

Le transformateur triphasé est composé de trois bobinages primaires et trois bobinages secondaires enroulés sur un ou plusieurs circuits magnétiques.

Dans ce cas, les tensions primaires et secondaires sont décalées par $(2\pi/3)$ avec :

$$i_{A1} + i_{B1} + i_{C1} = 0 \quad (\text{IV.46})$$

$$i_{a1} + i_{b1} + i_{c1} = 0 \quad (\text{IV.47})$$

IV.3.2. Couplage des transformateurs triphasés

Le circuit magnétique est formé de trois noyaux fermés par 2 culasses. Il est fabriqué en tôles magnétiques feuilletées. Chaque noyau porte :

- Un enroulement primaire
- Un ou plusieurs enroulements secondaires

Les enroulements primaires peuvent être connectés en étoile (Y) ou en triangle (Δ , D) (figure figure IV.11), et le secondaire en (y), triangle (Δ , d), ou en zig-zag (z) (figure figure IV.12).

On notera de façon conventionnelle les bobinages primaires en majuscule (A, B et C) et secondaires en minuscules (a, b et c).

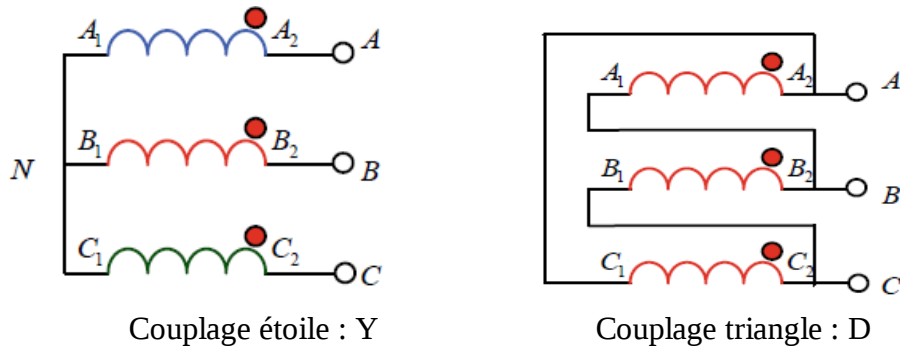


Figure IV.11: Différents types de couplage au primaire d'un transformateur triphasé

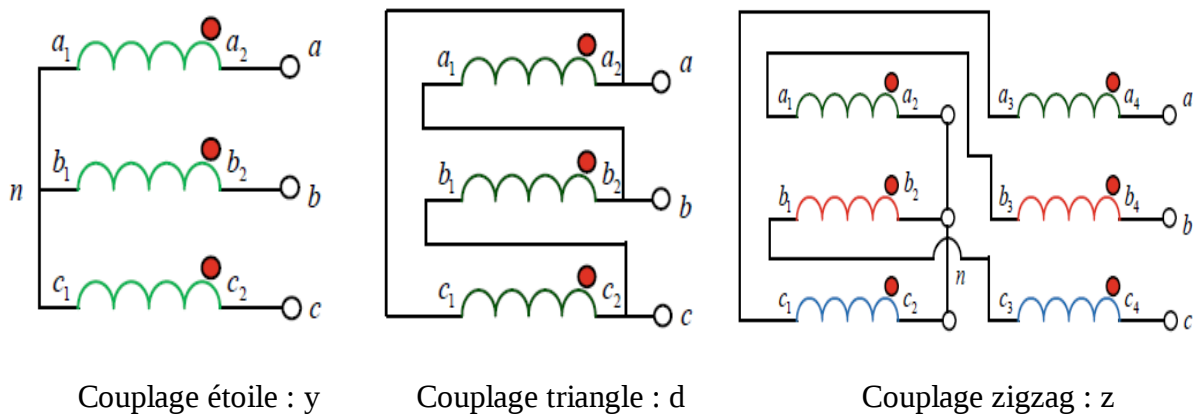


Figure IV.12: Différents types de couplage au secondaire d'un transformateur triphasé

Le couplage zig-zag est obtenu de la manière suivante :

En divisant les trois bobines d'un enroulement en six demi-bobines, et pour réaliser chaque phase, on met en série deux demi-bobines prises sur des noyaux différents et connectées en sens inverse. Les trois extrémités libres sont réunies et forment le neutre, les trois autres constituent les bornes.

On obtient ainsi 6 couplages possibles entre primaire et secondaire :

Y-y : étoile –étoile ; Y-d : étoile-triangle ; Y-z : étoile-zigzag ; D-y : triangle- étoile ;
D-d : triangle –triangle ; D-z : triangle-zigzag

IV.3.3. Choix du couplage

On a intérêt à choisir :

➤ **Un couplage étoile** : au très haute tension (chaque enroulement supporte une tension $V = U/\sqrt{3}$)

➤ **Un couplage triangle** : au fort courant (l'intensité par enroulement est $i = I/\sqrt{3}$)

Si on souhaite disposer de deux tensions : une tension basse pour l'éclairage et une tension élevée pour le chauffage d'un moteur, on adopte un couplage étoile au secondaire : cas du transformateur de distribution.

➤ **Couplage étoile-étoile Yy** : c'est un couplage utilisé dans les transformateurs abaisseur de tension qui assure la liaison entre réseau haute tension moyenne tension.

➤ **Couplage triangle-étoile Dy** : c'est un couplage utilisé dans les transformateurs de distribution comme transformateur élévateur de tension à la sortie de centrale de production d'électricité.

➤ **Couplage étoile-zig-zag Yz** : c'est un couplage utilisé dans les transformateurs de distribution pour compenser le déséquilibre.

IV.3.4. Indice horaire

Le déphasage θ existant entre une tension primaire quelconque et une tension secondaire correspondante est toujours un multiple de $\frac{\pi}{6}$.

L'indice horaire h est souvent exprimé en heures pour plus de commodité, ce qui correspond à $2\pi = 12h$. donc, L'indice horaire $1h$ correspond ainsi à $\frac{\pi}{6}$.

L' indice horaire est :

$$h = \frac{\theta}{\frac{\pi}{6}} \quad (IV.48)$$

θ varie de 0 à $330^\circ \rightarrow$ donc h varie de 0 à 11 ($0 \leq h \leq 11$)

Par exemple (figure IV.13):

l'indice 5 signifie que V_{an} est en retard de $\frac{5\pi}{6}$ par rapport à V_{AN}

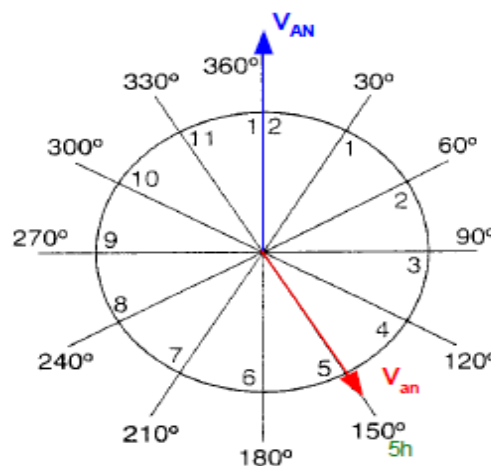


Figure IV.13: Exemple de couplage horaire 5 heures

IV.3.5. Rapport de transformation triphasé

Le rapport de transformation est approximativement le quotient des valeurs efficaces des tensions au primaire par celles au secondaire à vide. Ce rapport dépend non seulement des nombres de spires au primaire et au secondaire, mais aussi des types de couplage au primaire et au secondaire. Sachant que chaque colonne du transformateur triphasé est similaire à un transformateur monophasé d'où :

$$\frac{V_{anv}}{V_{AN}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{IV.49})$$

Donc, on peut déterminer le rapport de transformation définit par :

$$m = \frac{U_{abv}}{U_{AB}} \quad (\text{IV.50})$$

Exemples :

- Le transformateur Y-d (figure IV.14)

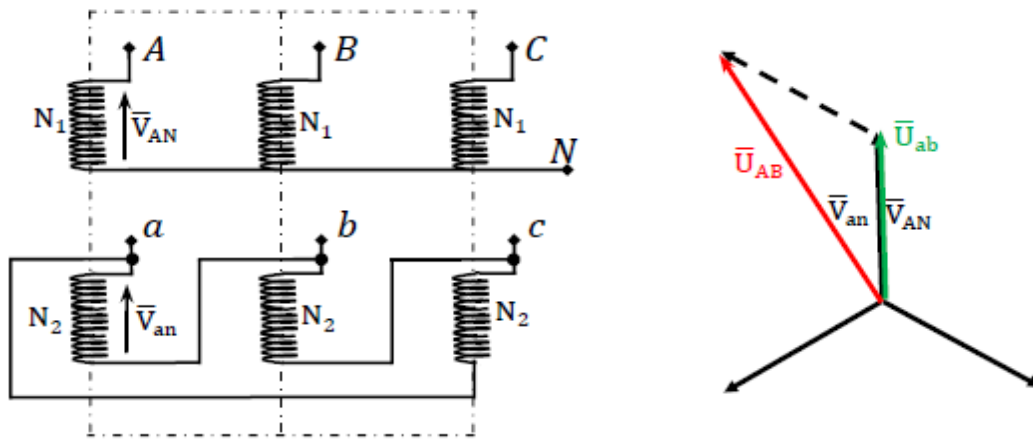


Figure IV.14: Couplage étoile-triangle Y-d

$$U_{AB} = V_{AN} - V_{BN}$$

$$U_{ab} = V_{an}$$

$$\theta = (U_{AB}, U_{ab}) = \frac{\pi}{6}$$

$$h = 1$$

$$m = \frac{n_2}{\sqrt{3} n_1}$$

- Le transformateur D-y (figure IV.15)

$$U_{AB} = V_{AN}$$

$$U_{ab} = V_{an} - V_{bn}$$

$$\theta = (U_{AB}, U_{ab}) = \frac{11\pi}{6}$$

$$h = 11$$

$$m = \frac{\sqrt{3} n_2}{n_1}$$

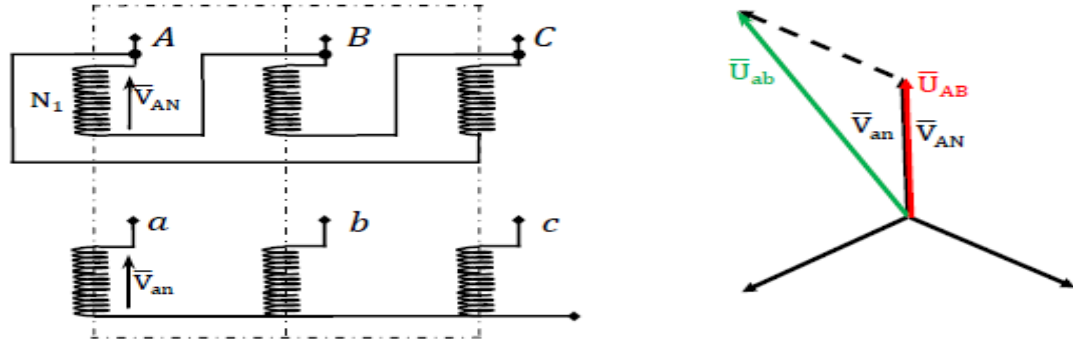


Figure IV.15: Couplage étoile-triangle D-y

➤ Le transformateur Y-z (figure IV.16)

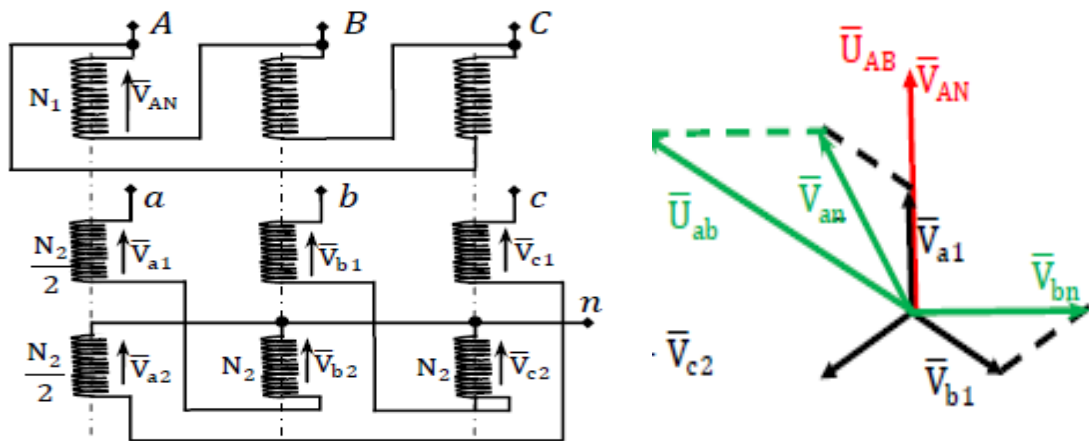


Figure IV.16: Couplage étoile-triangle Y-z

$$U_{AB} = V_{AN}$$

$$U_{ab} = V_{an} - V_{bn}$$

$$V_{an} = V_{a1} - V_{b2} \text{ et } V_{bn} = V_{b1} - V_{c2}$$

$$\theta = (U_{AB}, U_{ab}) = \frac{10\pi}{6}$$

$$h = 10$$

$$m = \frac{n_2}{2 n_1}$$

Remarque

➤ Le couplage étoile-étoile (Y-y) : permet de relier deux parties d'un réseau avec la présence d'un point neutre au primaire et au secondaire.

- Le couplage triangle-triangle (D-d) : permet la connexion entre les deux parties du réseau à 3 fils.
- Le couplage étoile triangle (Y-d) : permet de passer de la partie réseau triphasé 4 fils à la partie du réseau 3 fils. Il est employé comme élévateur de tension au départ des centrales ou en distribution sur un réseau assez bien équilibré.
- Le couplage étoile-triangle (D-y) : permet de passer de la partie réseau triphasé 3 fils à la partie du réseau 4 fils, donc créer un point neutre localement. Il permet aussi de supprimer les harmoniques de rang multiple de 3 dans les lignes placées en amont du transformateur.
- Le couplage triangle-zizag D-z : permet le passage de la partie réseau triphasé 3 fils à la partie du réseau 4 fils sans déphasage (l'indice horaire est nul).
- Le couplage étoile-zizag Y-z : permet la connexion entre deux réseaux 4 fils avec indice horaire non nul. Il est peu utilisé car il a le même inconvénient que le couplage étoile-étoile. Il est employé en distribution sur réseau mal équilibré.

IV.3.6. Couplage en parallèle des transformateurs triphasés

IV.3.6.1. But

Pour répondre à une demande croissante en énergie électrique ;

Les intensités primaire et secondaire ayant alors des valeurs excessives provoquent un échauffement anormal des bobines et une chute de tension secondaire exagérée.

Pour remédier à ces inconvénients, il est possible de coupler des transformateurs en parallèle.

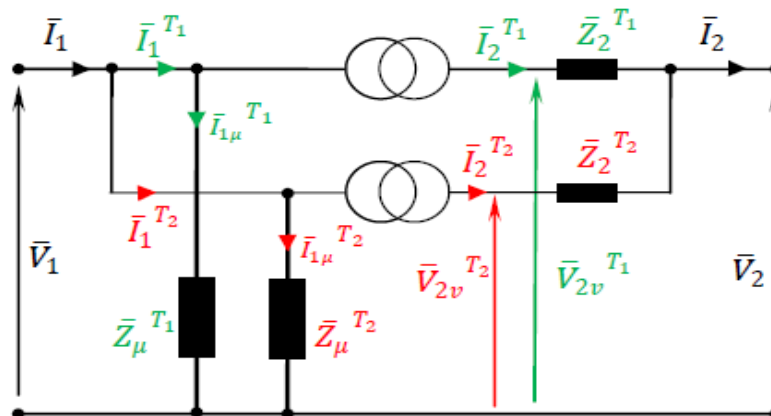


Figure IV.17: Schéma équivalent des deux transformateurs en parallèle

La figure IV.17 est un exemple, généralement T1 et T2 sont de même ordre de puissance pour garantir un bon rendement de l'ensemble, la charge est alors répartie sur les deux transformateurs et les récepteurs sont alimentés sous une tension normale.

IV.3.6.2. Conditions à satisfaire pour coupler des transformateurs

L'utilisation de deux ou plusieurs transformateurs en parallèle est suivant l'augmentation des charges dont la puissance dépasse la puissance que peut délivrer un transformateur existant.

Des transformateurs sont en parallèle lorsque leurs primaires sont alimentés par un même réseau et leurs secondaires connectés à une même ligne ou débitent dans une même charge.

La mise en parallèle de deux transformateurs triphasés n'est possible que si :

- Les transformateurs sont alimentés sous la même tension;
- Les rapports de transformations à vide sont identiques;
- Les tensions de court-circuit sont égales à 10 % près.
- Les transformateurs ont le même indice horaire ou des indices compatibles. Ainsi Deux transformateurs d'un même groupe et ayant le même rapport de transformation peuvent être mis en parallèle.

IV.3.6.3. Groupes d'indices horaires

Les groupes d'indices compatibles sont donnés dans le tableau IV.1.

Tableau IV.1: Indices compatibles pour la mise en parallèle des transformateurs.

Groupe	Indices	Couplages
I	0, 4, 8	Yy, Dd, Dz
II	2, 6, 10	Yy, Dd, Dz
III	1, 5	Dy, Yz, Yd
IV	7, 11	Dy, Yz, Yd

Si nous inversons les sens d'enroulement d'un des bobinages HT ou BT, les tensions correspondantes sont déphasées de 180° donc de 6h; l'indice augmente donc de 6. Nous passons du groupe I au groupe II ou du groupe III au groupe IV en inversant les bobines primaires ou secondaires, sans modifier le couplage.

Notons que seuls les couplages étoile-triangle et étoile-zigzag peuvent donner des indices impairs donc des couplages dans les groupes III et IV.

Exemple

Soit quatre transformateurs de couplage différents comme suit (figure IV.18):

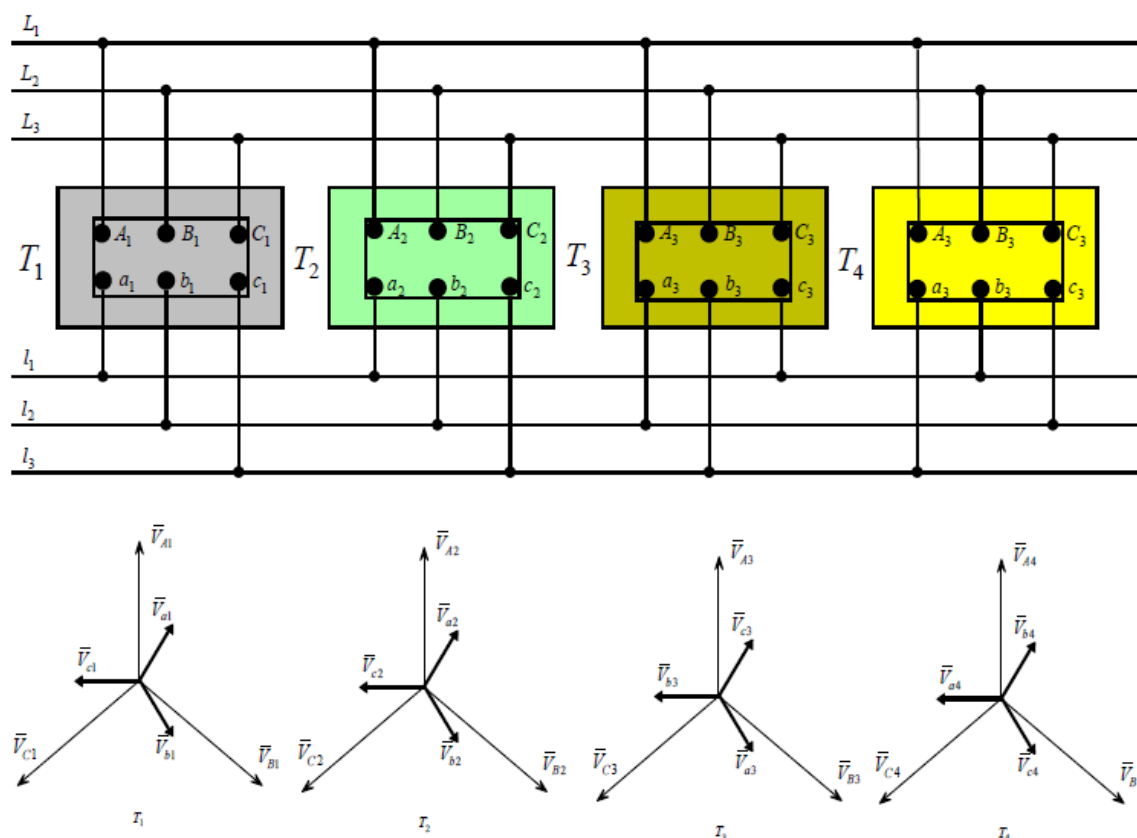


Figure IV.18: Mise en parallèle de quatre transformateurs triphasés

IV.4. Système d'unité relative

IV.4.1. Introduction

Le système per unit permet d'exprimer toutes les grandeurs des éléments du réseau (générateurs, transformateurs, lignes, etc...) dans un système unique de référence donnant lieu à des grandeurs réduites. Le système per unit était utilisé initialement pour faciliter les calculs manuels. Il continue cependant à l'être malgré le développement des outils informatiques. L'un de ses principaux avantages est qu'il permet de détecter rapidement les valeurs de calcul erronées dans un calcul de réseau. En effet, toutes les valeurs doivent être dans une plage de calcul étroite d'où la rapide détection des grandeurs qui s'écartent de cette plage.

Ce système associe, à une variable quelconque « α », une valeur de base « α_{base} » et la compare à sa valeur 'vraie' « α_{vraie} » de manière à l'exprimer dans un système adimensionnel « pu » (ou en % de sa valeur de base) dont les ordres de grandeur sont bien connus.

IV.4.2. Puissance, tension et courant de base

Dans un système triphasé équilibré, l'amplitude (module) de la tension entre phases et celle de la tension entre une phase (quelconque) et le point neutre sont liées entre-elles par la relation (IV.51) :

$$U = \sqrt{3}.V \quad (\text{IV.51})$$

La puissance complexe est donnée par :

$$\bar{S} = 3.\bar{V}.\bar{I}^* = \sqrt{3}.\bar{U}.\bar{I}^* = P + jQ \quad (\text{IV.52})$$

La tension (Phase-Neutre) et le courant sont liés entre eux par la loi d'Ohm :

$$\bar{V} = \bar{Z}.\bar{I} \quad (\text{IV.53})$$

Les grandeurs de base, indicées 'b', choisies judicieusement, permettent de simplifier considérablement les calculs dans les réseaux d'énergie électrique. Dans le système de base, la puissance se conserve et la loi d'Ohm reste également d'application.

Nous définissons le système de grandeurs réduites «per unit» de la manière suivante:

$$\bar{S}_{pu} = \frac{\bar{S}}{S_b} \quad (\text{IV.54})$$

$$\bar{U}_{pu} = \frac{\bar{U}}{U_b} \quad (\text{IV.55})$$

$$\bar{I}_{pu} = \frac{\bar{I}}{I_b} \quad (\text{IV.56})$$

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}}{Z_b} \quad (\text{IV.57})$$

$$U_b = \sqrt{3}.V_b \quad (\text{IV.58})$$

$$S_b = \sqrt{3}.U_b.I_b \quad (\text{IV.59})$$

$$V_b = Z_b.I_b \quad (\text{IV.60})$$

- L'existence de cinq relations (IV.53); (IV.54); (IV.55); (IV.56) et (IV.57) nous enseigne que seules deux parmi les quatre variables citées précédemment sont indépendantes. Nous disposons donc de deux degrés de liberté pour le choix des grandeurs de base.
- Ainsi, nous choisirons ' S_b ' pour ses propriétés de 'conservativité' et ' V_b ' pour son accessibilité (plus directe que courant et impédance par la normalisation des niveaux de tension pour le transport). Nous choisirons souvent les valeurs nominales du réseau pour la tension.
- Dès lors, si nous choisissons une puissance de base ' S_b ' et une tension de base ' U_b ', nous définissons implicitement le courant de base (définition de la puissance) ainsi que l'impédance de base (introduite via la loi d'Ohm).
- En divisant membre à membre les équations (IV.51) et (IV.58), nous obtenons :

$$\frac{U=\sqrt{3}.V}{U_b=\sqrt{3}.V_b} \Rightarrow \frac{U}{U_b} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V}{V_b} \Rightarrow U_{pu} = V_{pu} [pu] \quad (\text{IV.61})$$

- Premier avantage : Lors de la résolution d'un problème à partir d'un schéma unifilaire équivalent, nous n'avons plus besoin de nous poser la question de savoir s'il s'agit de

la tension entre phases ou entre phases et neutre car les valeurs sont identiques. En divisant membre à membre les équations (IV.52) et (IV.59), nous obtenons :

$$\frac{\bar{S}=\sqrt{3}\cdot\bar{U}\cdot\bar{I}^*}{S_b=\sqrt{3}\cdot U_b\cdot I_b} \Rightarrow \frac{\bar{S}}{S_b} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\bar{U}}{U_b} \cdot \frac{\bar{I}^*}{I_b} \Rightarrow \bar{S}_{pu} = \bar{U}_{pu} \cdot \bar{I}_{pu} \quad [pu] \quad (IV.62)$$

- Second avantage : Suppression du coefficient « $\sqrt{3}$ » dans l'expression de la puissance complexe.

IV.4.3. Impédance et admittance de base

La puissance complexe absorbée par ces charges peut s'exprimer en fonction de la tension entre phases (son module) et l'impédance complexe (son conjugué) :

$$\bar{S} = 3 \cdot \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}^*}{\bar{Z}^*} = 3 \cdot \frac{(V)^2}{\bar{Z}^*} = \frac{U^2}{\bar{Z}^*} \quad (IV.63)$$

Dans le système lié aux grandeurs de base (qui sont de préférence réelles), nous avons:

$$S_b = \frac{U_b^2}{Z_b} \quad (IV.64)$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} \quad (IV.65)$$

La puissance complexe en pu devient, en fonction de l'impédance ' Z_{pu} ' :

$$\bar{S}_{pu} = \frac{U_{pu}^2}{\bar{Z}_{pu}^*} \quad (IV.66)$$

Remarque: Nous définissons, de manière similaire à l'impédance (relations (IV.54); (IV.55); (IV.56); (IV.57) et (IV.65)), l'admittance de base et l'admittance en $[pu]$:

$$Y_b = \frac{S_b}{U_b^2} \quad (IV.67)$$

$$\bar{Y}_{pu} = \frac{\bar{Y}}{Y_b} \quad (IV.68)$$

La puissance complexe en pu devient, en fonction de l'admittance Y en $[pu]$:

$$\bar{S}_{pu} = \bar{Y}_{pu}^* \cdot U_{pu}^2 \quad (IV.69)$$

IV.4.4. Changement de base

Généralement, les valeurs d'impédances des générateurs et transformateurs fournies par les constructeurs sont données dans un système per unit dont les grandeurs de base correspondent aux tensions et puissances nominales de l'appareil. Le problème qui se pose alors est celui d'uniformiser les données, soit, de convertir les impédances et admittances - exprimées dans un système quelconque - dans le système lié aux grandeurs de base (S_b et V_b) choisies pour le tronçon considéré.

Nous pouvons écrire, pour deux systèmes de base différents :

$$\bar{Z} = \bar{Z}_{pu1} \cdot Z_{b1} = \bar{Z}_{pu2} \cdot Z_{b2} \quad (IV.70)$$

d'où :

$$\bar{Z}_{pu2} = \bar{Z}_{pu1} \cdot \frac{Z_{b1}}{Z_{b2}} = \bar{Z}_{pu1} \cdot \frac{U_{b1}^2 \cdot S_{b2}}{U_{b2}^2 \cdot S_{b1}} \quad (\text{IV.71})$$

Pour les admittances, nous obtenons une formule analogue :

$$\bar{Y}_{pu2} = \bar{Y}_{pu1} \cdot \frac{Y_{b1}}{Y_{b2}} = \bar{Y}_{pu1} \cdot \frac{U_{b2}^2 \cdot S_{b1}}{U_{b1}^2 \cdot S_{b2}} \quad (\text{IV.72})$$

V.1. Introduction

Les courts-circuits sont des cas particuliers des conditions anormales de fonctionnement des réseaux électriques qui peuvent être dues à deux sortes de causes :

- Celles liées à l'exploitation, ce sont les surcharges ou la non fermeture accidentelle d'une phase;
- Celles dues à des défauts d'isolement.

Le courant qui passe dans un défaut d'isolement est en générale la somme algébrique des courants de court-circuit provenant des générateurs et des courants de court-circuit provenant des utilisateurs, notamment des moteurs qui se comportent en génératrices au moment du défaut.

On distingue les valeurs sub-transitoires, transitoires et permanentes des courants de court-circuit. Chaque courant de court-circuit comporte en général une composante apériodique et une composante périodique dont l'amplitude décroît.

On a besoin des résultats d'un calcul de court circuit pour s'assurer du bon dimensionnement des éléments du réseau, mécaniquement et thermiquement, ou d'un bon dimensionnement des disjoncteurs après que l'on ait ajouté de nouveaux groupes de production sur un réseau et enfin pour réaliser le réglage des protections.

Toute installation électrique doit être protégée contre les courts-circuits et ceci, sauf exception, chaque fois qu'il y a une discontinuité électrique, ce qui correspond le plus généralement à un changement de section des conducteurs.

L'intensité du courant de court-circuit est à calculer aux différents étages de l'installation; ceci pour pouvoir déterminer les caractéristiques du matériel qui doit supporter ou couper ce courant de défaut.

Pour calculer les différents types de court circuit, il faut avoir modélisé le réseau selon ses trois schémas élémentaires: direct, inverse et homopolaire puisque le système est durant un défaut en état déséquilibré.

V.2. Les principaux défauts de court-circuit

Dans les installations électriques différents courts-circuits peuvent se produire.

Caractéristiques des courts-circuits

Ils sont principalement caractérisés par :

- Leurs durées : auto-extincteur, fugitif ou permanent ;
- leurs origines :
 - ✓ mécaniques (rupture de conducteurs, liaison électrique accidentelle entre deux

conducteurs par un corps étranger conducteur tel que outils ou animaux),

- ✓ Sur tensions électriques d'origine interne ou atmosphérique,
- ✓ Ou à la suite d'une dégradation de l'isolement, consécutive à la chaleur, l'humidité ou une ambiance corrosive;
- ✓ Leurs localisations: interne ou externe à une machine ou à un tableau électrique.

Outre ces caractéristiques, les courts-circuits peuvent être:

- ✓ monophasés: 80% des cas;
- ✓ biphasés: 15% des cas. Ces défauts dégénèrent souvent en défauts triphasés;
- ✓ triphasés: 5% seulement dès l'origine.

V.3. Calcul du court-circuit

L'intensité du courant de court-circuit est à calculer aux différents étages de l'installation; Ce calcul n'implique pas seulement la connaissance de ces courants sur les autres lignes et phases du réseau ainsi que leurs conséquences sur les tensions. Ces valeurs permettent ensuite de choisir les protections les plus adaptés pour chaque type de réseau.

Pour choisir et régler convenablement les protections, on utilise les courbes du courant en fonction du temps. Deux valeurs du courant de court-circuit doivent être connues:

- Le courant maximal de court-circuit qui détermine:
 - ✓ Le pouvoir de coupure des disjoncteurs,
 - ✓ Le pouvoir de fermeture des appareils,
 - ✓ La tenue électrodynamique des canalisations et de l'appareillage.

Il correspond à un court-circuit à proximité immédiate des bornes aval de l'organe de protection. Il doit être calculé avec une bonne précision (marge de sécurité).

- Le courant minimal de court-circuit indispensable au choix de la courbe de déclenchement des disjoncteurs et des fusibles, en particulier quand:
 - ✓ La longueur des câbles est importante et/ou que la source est relativement impédante (générateurs-onduleurs);
 - ✓ La protection des personnes repose sur le fonctionnement des disjoncteurs ou des fusibles, c'est essentiellement le cas avec les schémas de liaison à la terre du neutre TN ou IT.

V.4. Causes des courants de court-circuit

Les causes les plus courantes d'un court-circuit sont :

- Conditions atmosphériques (coup de foudre, vent, tempête, etc.) : dans ces conditions climatiques sévères, des claquages diélectriques (à cause d'une surtension

temporaires) ou la destruction partielle de matériel peuvent engendrer des courts-circuits;

- Vieillesse du matériel : ce phénomène engendre des ruptures ou défaillances locales pouvant engendrer des courts-circuits;
- Défauts d'isolation : ce défaut est souvent à l'origine de certains courts-circuits ou l'isolant n'est plus en mesure d'assurer sa fonction d'isolation conduisant à un contact entre phases ou entre spires d'un transformateur;
- Défaut de manœuvre ou erreurs humaines: ce type de manœuvre ou d'erreur est souvent à l'origine de courts-circuits graves. Cela va depuis l'oubli d'une mise à la terre lors d'une maintenance quelconque jusqu'au défaut de manœuvre engendrant des surtensions temporaires susceptibles de provoquer des claquages diélectriques;
- Vandalisme : le jet intentionnel d'une barre de fer sur une ligne aérienne;
- Animaux : les oiseaux sont souvent à l'origine de courts-circuits (les ailes d'une cigogne par exemple).

V.5. Etablissement de l'intensité de court-circuit

Un réseau simplifié se réduit à une source de tension alternative constante, un interrupteur et une impédance Z_{cc} représentant toutes les impédances situées en amont de l'interrupteur, et une impédance de charge Z_s (figure V.1). Dans la réalité, l'impédance de la source est composée de tout ce qui est en amont du court-circuit avec des réseaux de tensions différentes (HT, BT) et des canalisations en série qui ont des sections et des longueurs différentes. Sur le schéma de la figure V.1, l'interrupteur étant fermé, l'intensité I_s du courant de service circule dans le réseau.

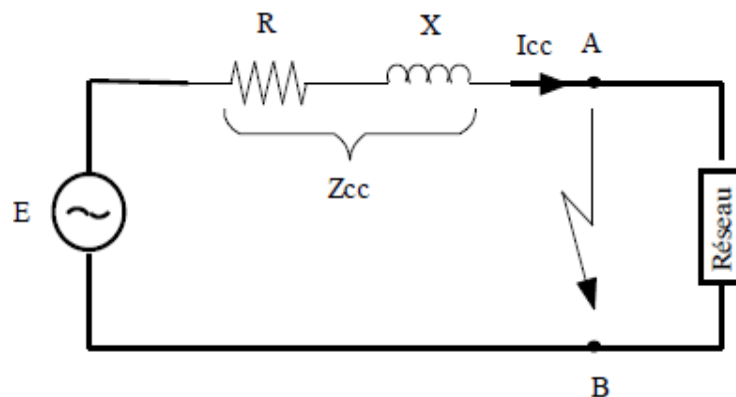


Figure V.1: Schéma équivalent du réseau amont en court-circuit

Un défaut d'impédance négligeable apparaissant entre les points A et B donne naissance à une intensité de court-circuit très élevée I_{cc} , limitée uniquement par l'impédance Z_{cc} . L'intensité I_{cc} s'établit suivant un régime transitoire en fonction des réactances X et des résistances R

composant l'impédance Z_{cc} :

$$Z_{cc} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (V.1)$$

En distribution de puissance, la réactance $X = L \cdot \omega$ est généralement bien plus élevée que la résistance R , et le rapport (R/X) se situe entre 0,1 et 0,3. Il est pratiquement égal pour ces faibles valeurs au $\cos \varphi_{cc}$ (en court-circuit) soit :

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (V.2)$$

Cependant, le régime transitoire d'établissement du courant de court-circuit diffère suivant l'éloignement du point de défaut par rapport aux alternateurs. Cet éloignement n'implique pas nécessairement une distance géographique, mais sous-entend que les impédances des alternateurs sont inférieures aux impédances de liaison entre ces derniers et le point de défaut.

V.6. Valeur du courant ' I_{cc} ' selon les différents types de court-circuit

Il existe principalement deux types de courts-circuits :

- **Courts-circuits symétriques:** Ce type de défaut engendre un courant symétrique, c'est-à-dire des courants de défaut égaux avec un déphasage de 120° . En raison de la nature équilibrée du défaut, une seule phase doit être considérée dans les calculs puisque la condition dans les deux autres phases sera également similaire.

Il s'agit des courts-circuits triphasés isolés ou à la terre, ils engendrent en général les courants de défaut les plus élevés;

- **Courts-circuits asymétriques:** Lorsqu'un tel défaut se produit, il en résulte des courants asymétriques, c'est-à-dire que l'amplitude des courants de défaut dans les trois phases est différente et que le déphasage est différent. Il s'agit des courts-circuits suivants: court-circuit monophasé (phase-terre) et court-circuit biphasé isolé (phase-phase) ou à la terre (phase-phase-terre).

V.6.1. Court-circuit triphasé

C'est le défaut qui correspond à la réunion des trois phases (figure V.2).

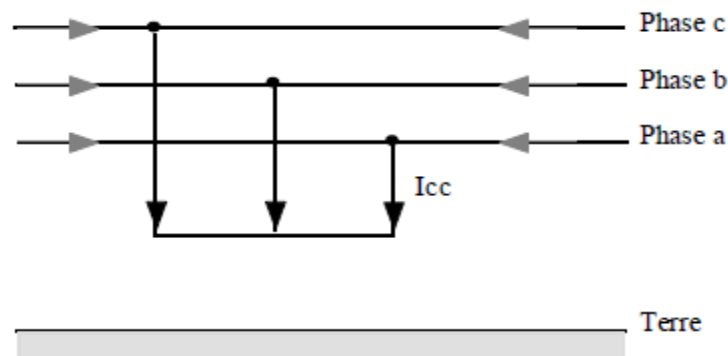


Figure V.2: Court-circuit triphasé

L'intensité de court-circuit I_{cc3} est :

$$I_{cc3} = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z_{cc}} \quad (V.3)$$

Avec U (tension composée entre phases) correspondant à la tension à vide du transformateur, laquelle est supérieure de 3 à 5 % à la tension aux bornes en charge.

Le calcul de l'intensité de court-circuit se résume alors au calcul de l'impédance Z_{cc} , impédance équivalente à toutes les impédances parcourues par le courant I_{cc} , du générateur jusqu'au point de défaut de la source et des lignes (figure V.3).

$$Z_{cc} = \sqrt{(\sum R)^2 + (\sum X)^2} \quad (V.4)$$

Avec,

$\sum R$ = somme des résistances en série

$\sum X$ = somme des réactances en série.

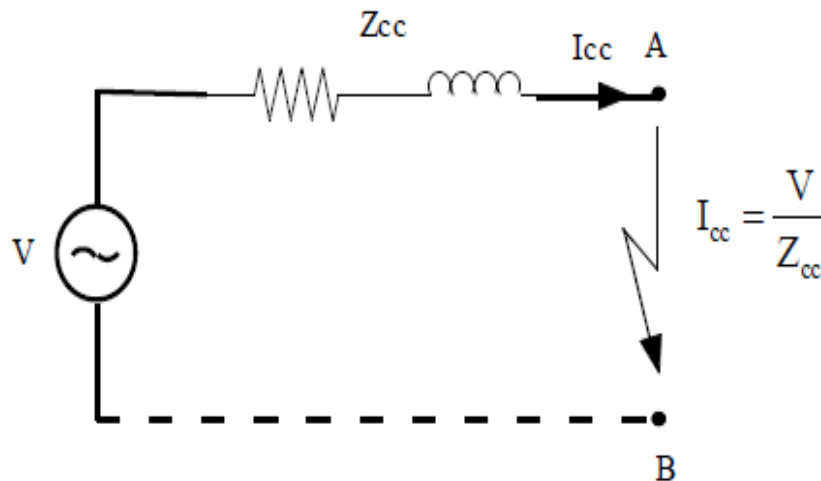


Figure V.3: Impédance équivalente pour un court-circuit triphasé

Le défaut triphasé est généralement considéré comme celui provoquant les courants de défaut les plus élevés. En effet, le courant de défaut dans le schéma équivalent d'un système polyphasé, n'est limité que par l'impédance d'une phase sous la tension simple du réseau.

Le calcul de I_{cc3} est donc indispensable pour choisir les matériels (intensités et contraintes électrodynamiques maximales à supporter).

V.6.2. Court-circuit biphasé isolé

Il correspond à un défaut entre deux phases (figures (V.4) et (V.5)), alimenté sous une tension composée U .

L'intensité I_{cc2} débitée est alors inférieure à celle du défaut triphasé :

$$I_{cc2} = \frac{U}{2 \cdot Z_{cc}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot I_{cc} \approx 0,86 \cdot I_{cc} \quad (V.5)$$

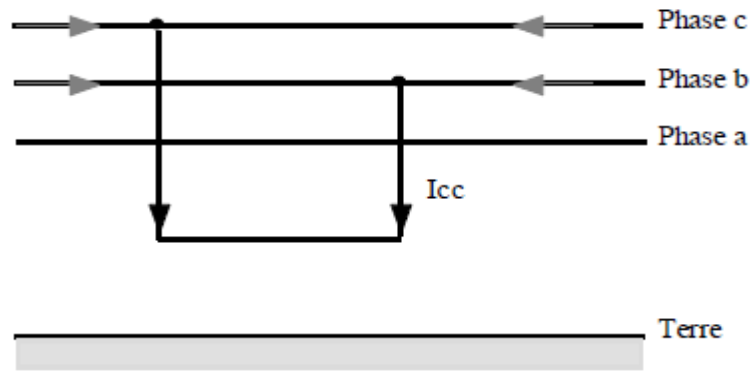


Figure V.4: Court-circuit biphasé-isolé

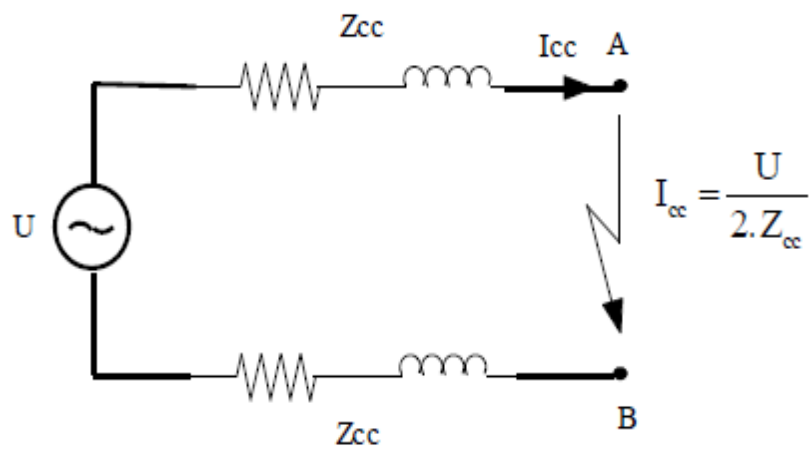


Figure V.5: Impédance équivalente pour un court-circuit biphasé-isolé

V.6.3. Court-circuit monophasé isolé

Il correspond à un défaut entre une phase et le neutre (figures V.6), alimenté sous une tension simple $U = \frac{V}{\sqrt{3}}$;

L'intensité I_{cc1} débitée est alors:

$$I_{cc1} = \frac{U}{\sqrt{3}(Z_{cc} + Z_{Ln})} \quad (V.6)$$

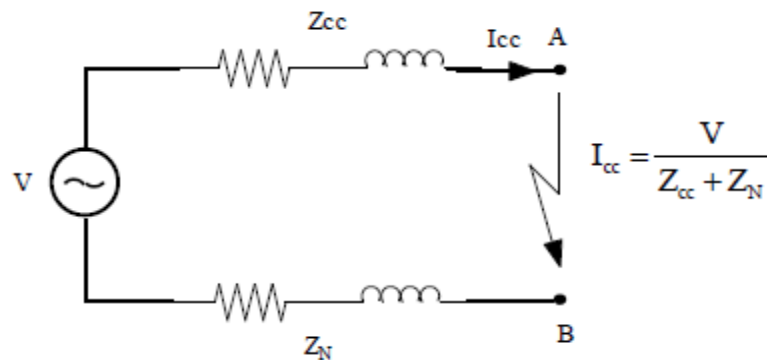


Figure V.6: Impédance équivalente pour un court-circuit monophasé

Dans certains cas particuliers de défaut monophasé, l'impédance homopolaire de la source est plus faible que Z_{cc} (par exemple aux bornes d'un transformateur à couplage étoile-zig zag ou d'un alternateur en régime subtransitoire).

L'intensité monophasée peut être alors plus élevée que celle du défaut triphasé.

V.6.4. Court-circuit à la terre (monophasé ou biphasé)

Ce type de défaut fait intervenir l'impédance homopolaire Z_0 . Sauf en présence de machines tournantes où l'impédance homopolaire se trouve réduite, l'intensité I_{cch} débitée est alors inférieure à celle du défaut triphasé (figures (V.7) et (V.8)).

L'intensité I_{cch} débitée s'exprime comme suit :

$$I_{cch} = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot (Z_{cc} + Z_h)} \quad (V.7)$$

Son calcul peut être nécessaire, selon le régime du neutre (schéma de liaison à la terre), pour le choix des seuils de réglage des dispositifs de protection homopolaire (HT) ou différentielle (BT) (figure V.9).

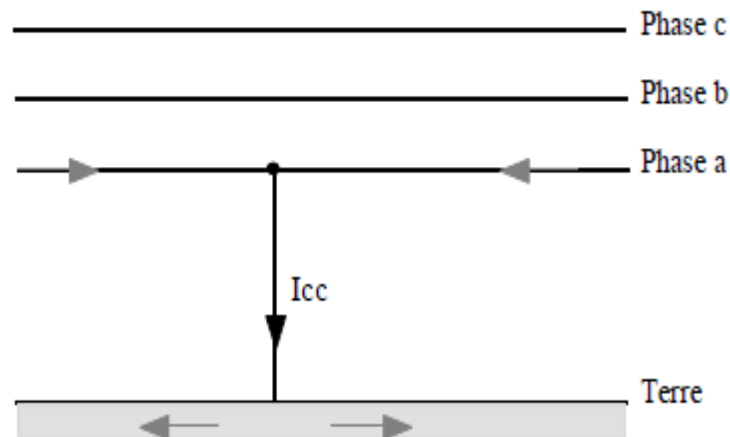


Figure V.7: Court-circuit monophasé-terre

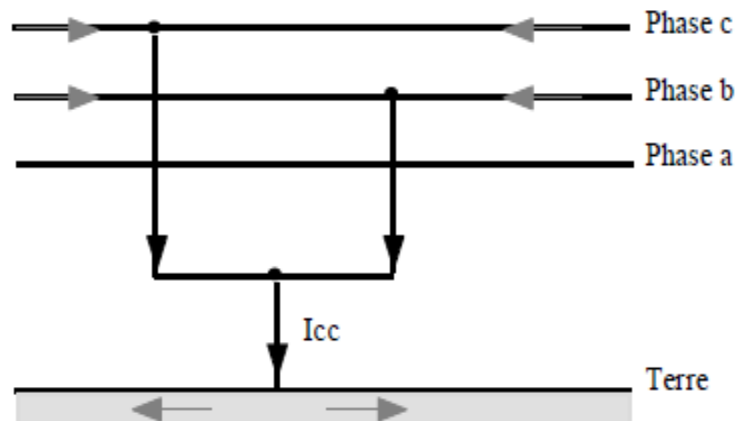


Figure V.8: Court-circuit biphasé-terre

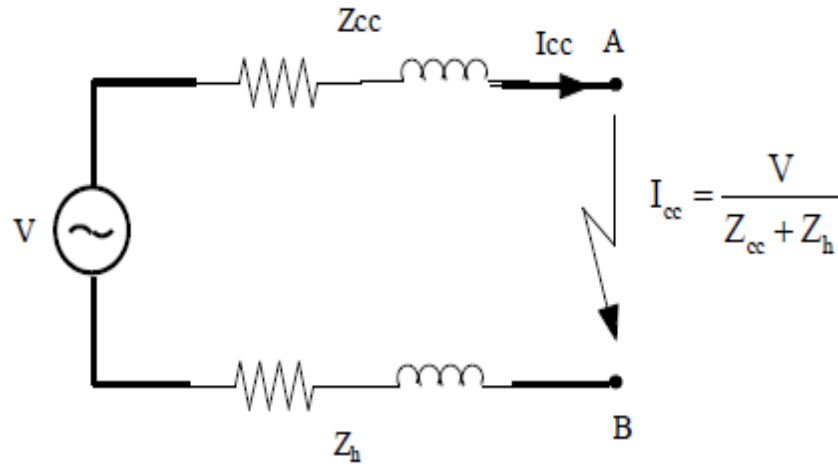


Figure V.9: Impédance équivalente pour un court-circuit biphasé-terre

V.7. Calcul des courants de court-circuit par la méthode des composantes symétriques

Les composantes symétriques permettent surtout d'étudier le fonctionnement d'un réseau polyphasé de constitution symétrique lorsque l'on branche en un de ses points un récepteur déséquilibré. Soit parce qu'il s'agit effectivement d'une charge non équilibrée soit plus fréquemment lorsque se produit un court-circuit. La technique des composantes symétriques est l'outil mathématique proposé par "Fortescue" en 1918 et cet outil est devenu le véhicule requis pour faire l'analyse des réseaux électriques sous conditions dissymétriques, c'est-à-dire, lors de court-circuit.

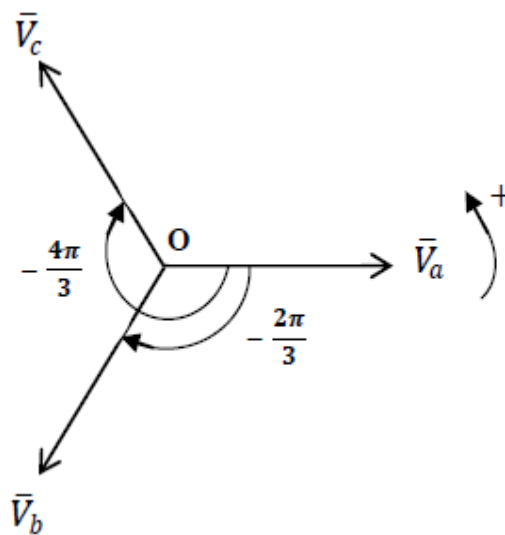


Figure V.10: Vecteurs de tensions triphasées symétriques

En prenant le vecteur $\bar{V}_a$ comme origine il vient alors :

$$\bar{V}_a = \bar{V}_a ; \quad \bar{V}_b = a^2 \cdot \bar{V}_a ; \quad \bar{V}_c = a \cdot \bar{V}_a \quad (\text{V.8})$$

Dans un système équilibré

$$\bar{V}_a + \bar{V}_b + \bar{V}_c = \bar{V}_a (1 + a + a^2) = \bar{V}_a \left(1 + e^{i\frac{2\pi}{3}} + e^{i\frac{4\pi}{3}} \right) = 0 \quad (\text{V.9})$$

Le théorème de décomposition de Fortescue s'énonce ainsi: Un système triphasé déséquilibré de grandeurs sinusoïdales, de tensions simples $\bar{V}_a, \bar{V}_b, \bar{V}_c$ peut être considéré comme la superposition de 3 systèmes équilibrés tel que :

- Un système homopolaire (défini par $\bar{V}_0$) constitué de 3 grandeurs ayant le même module le même argument. $\bar{V}_0 \quad \bar{V}_0 \quad \bar{V}_0$
- Un système direct (défini par $\bar{V}_d$) constitué de 3 grandeurs ayant le même module et d'arguments différents tels que : $\bar{V}_a \quad a^2 \bar{V}_d \quad a \bar{V}_d$
- Un système inverse (défini par $\bar{V}_i$) constitué de 3 grandeurs ayant le même module et d'arguments différents tels que : $\bar{V}_i \quad a \bar{V}_i \quad a^2 \bar{V}_i$

Les vecteurs $\bar{V}_0, \bar{V}_d$ et $\bar{V}_i$ sont appelés composantes ou coordonnées symétriques du système de vecteurs $\bar{V}_a, \bar{V}_b, \bar{V}_c$.

On définit la matrice de Fortescue

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

et son inverse

$$F^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

Il suffira alors de multiplier par F les composantes réelles du système triphasé pour obtenir les composantes symétriques et de multiplier les composantes symétriques par F^{-1} pour revenir au système réel.

Transformation de Fortescue

- Pour les tensions

$$\begin{cases} \bar{V}_a = \bar{V}_0 + \bar{V}_d + \bar{V}_i \\ \bar{V}_b = \bar{V}_0 + a^2 \bar{V}_d + a \bar{V}_i \\ \bar{V}_c = \bar{V}_0 + a \bar{V}_d + a^2 \bar{V}_i \end{cases} \quad (\text{V.10})$$

- Pour les courants

$$\begin{cases} \bar{I}_a = \bar{I}_0 + \bar{I}_d + \bar{I}_i \\ \bar{I}_b = \bar{I}_0 + a^2 \bar{I}_d + a \bar{I}_i \\ \bar{I}_c = \bar{I}_0 + a \bar{I}_d + a^2 \bar{I}_i \end{cases} \quad (\text{V.11})$$

- Sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \end{bmatrix}$$

Transformation inverse

➤ Pour les tensions

$$\begin{cases} \bar{V}_0 = \frac{1}{3}(\bar{V}_a + \bar{V}_b + \bar{V}_c) \\ \bar{V}_d = \frac{1}{3}(\bar{V}_a + a \cdot \bar{V}_b + a^2 \cdot \bar{V}_c) \\ \bar{V}_i = \frac{1}{3}(\bar{V}_a + a^2 \cdot \bar{V}_b + a \cdot \bar{V}_c) \end{cases} \quad (\text{V.12})$$

➤ Pour les courants

$$\begin{cases} \bar{I}_0 = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c) \\ \bar{I}_d = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + a \cdot \bar{I}_b + a^2 \cdot \bar{I}_c) \\ \bar{I}_i = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + a^2 \cdot \bar{I}_b + a \cdot \bar{I}_c) \end{cases} \quad (\text{V.13})$$

➤ Sous la forme matricielle

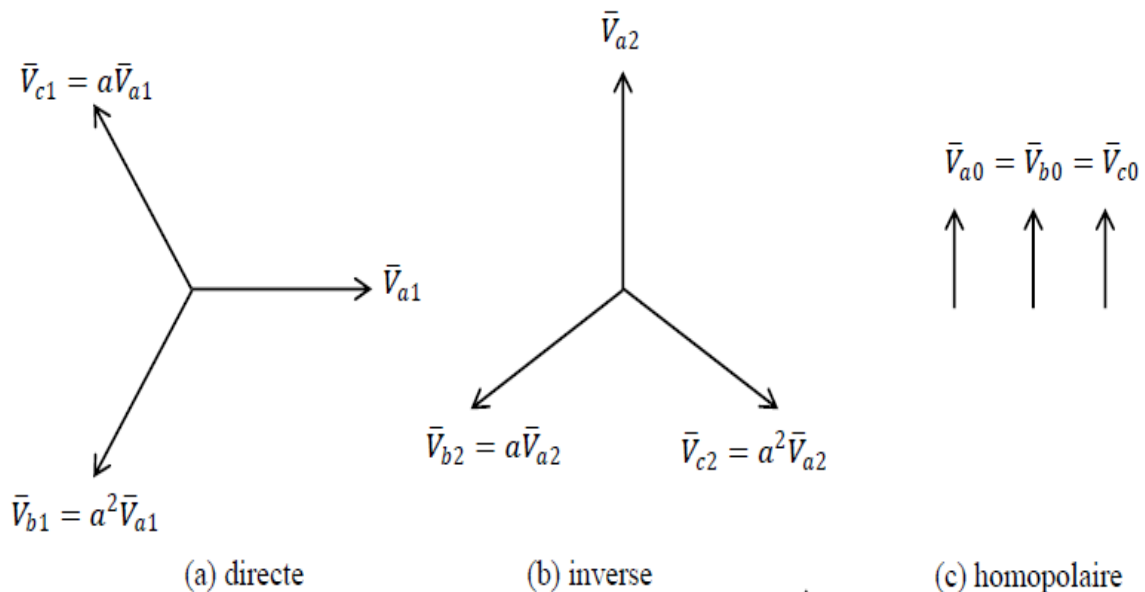
$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}$$

La représentation graphique de la transformation de Fortescue et de son inverse, sur un système de tensions triphasés est schématisée sur la figures V.11 (a), (b) et (c).

(a) : La composante directe est la séquence positive ‘abc’ que l’on utilise dans les systèmes balancés usuels;

(b): La composante inverse est la séquence négative ‘cba’ que l’on utilise dans les systèmes balancés usuels;

(c): La composante homopolaire est en phase pour les trois phases et ne peut circuler dans un système étoile sans quatrième fil;



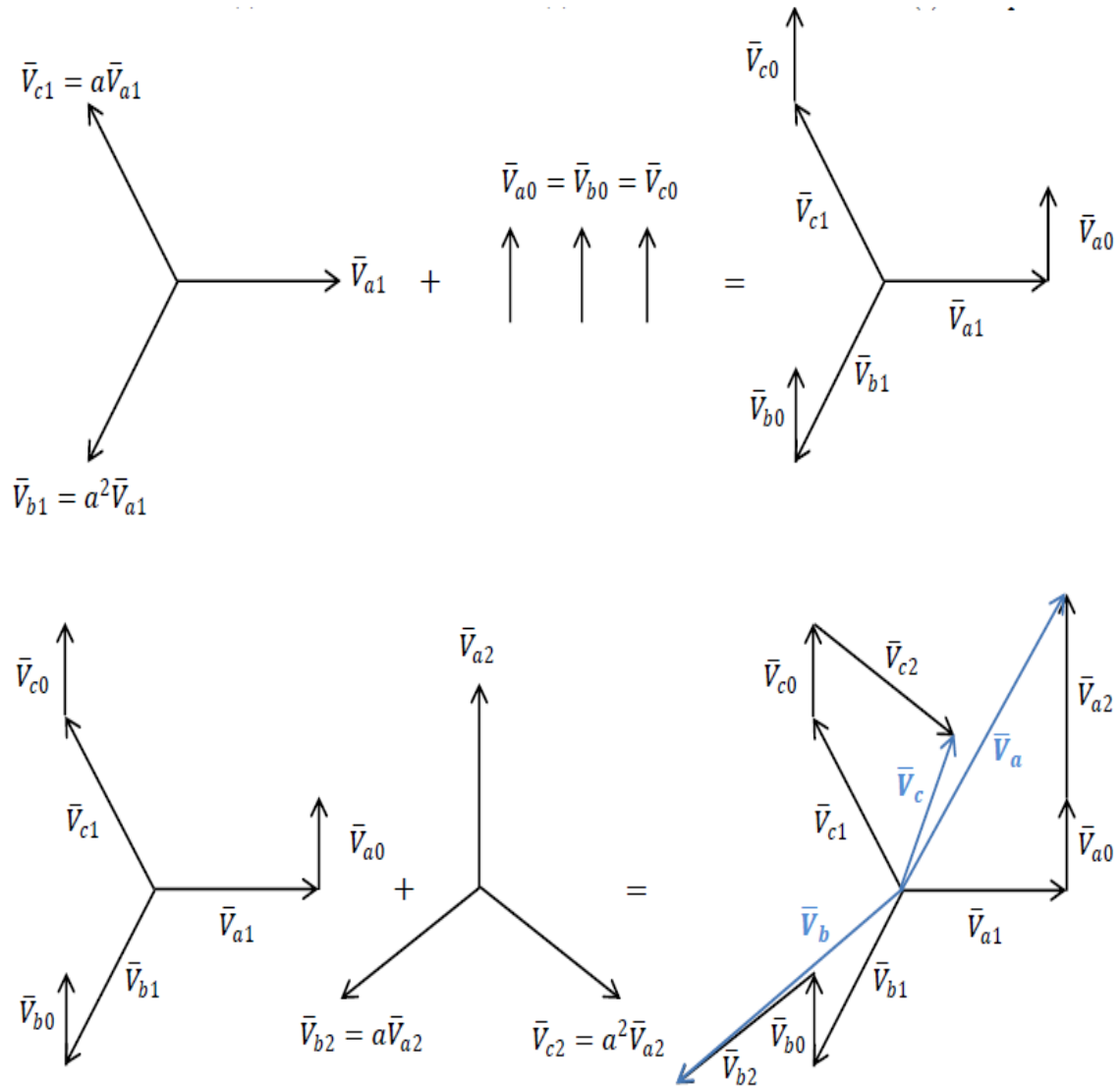


Figure V.11: Exemple d'un système de tensions triphasées déséquilibrées

V.7.1. Invariance de puissance dans la transformation de composants symétriques

La transformation de composants symétriques est invariante en puissance. La puissance complexe dans un circuit triphasé est donnée par:

$$\bar{S}_{abc} = \bar{V}_a \bar{I}_a^* + \bar{V}_b \bar{I}_b^* + \bar{V}_c \bar{I}_c^* = \bar{V}_{abc} \bar{I}_{abc}^* \quad (\text{V.14})$$

Où $\bar{I}_a^*$ est le conjugué complexe de $\bar{I}_a$. Cela peut être écrit comme suit:

$$\bar{S}_{abc} = [\bar{F} \ \bar{V}_{0di}] \bar{F}^* \bar{I}_{0di}^* = \bar{V}_{0di}' \bar{F}' \bar{F}^* \bar{I}_{0di}^* \quad (\text{V.15})$$

Le produit $\bar{F}' \bar{F}^*$ est donné par:

$$\bar{F}' \bar{F}^* = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.16})$$

Ainsi,

$$\bar{S}_{abc} = 3\bar{V}_d \bar{I}_d^* + 3\bar{V}_i \bar{I}_i^* + 3\bar{V}_0 \bar{I}_0^* = \bar{S}_{0di} \quad (\text{V.17})$$

Cela montre que la puissance complexe peut être calculée à partir de composants symétriques.

V.7.2. Construction de réseaux séquentiels

Un réseau de séquences montre comment les courants de séquence, s'ils sont présents, circuleront dans un système. Des connexions entre les réseaux de composants séquentielles sont nécessaires pour atteindre cet objectif. Les réseaux séquentiels sont construits comme vue du point de défaut, qui peut être défini comme le point auquel le déséquilibre se produit dans un système, c'est-à-dire un défaut ou un déséquilibre de charge.

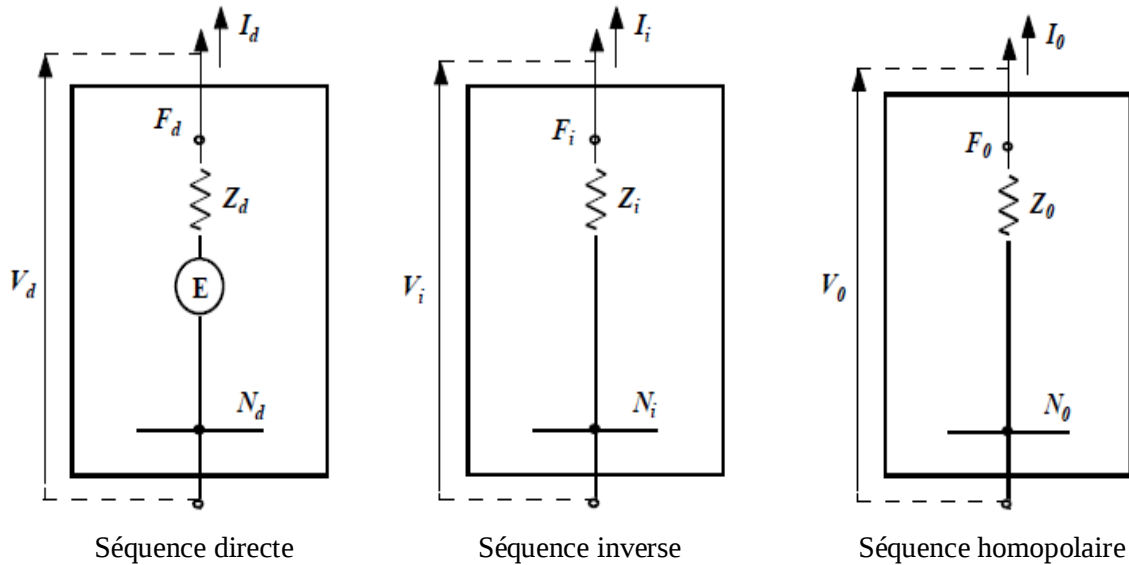


Figure V.12: Représentation du réseau en séquences directe, inverse et homopolaire

Les tensions pour les réseaux de séquences sont prises comme des tensions de ligne à neutre. Le seul réseau actif contenant la source de tension est le réseau de séquences positives. La tension de phase a été prise comme tension de référence et les tensions des deux autres phases sont exprimées en référence à la tension de phase a, comme le montre la figure V.12.

Les réseaux de séquences pour les séquences positive, négative et nulle auront des valeurs d'impédance par phase qui peuvent être différentes.

La direction positive du flux de courant dans chaque réseau de séquences est vers l'extérieur au point de défaut ou de déséquilibre. Cela signifie que les courants de séquence circulent dans la même direction dans les trois réseaux de séquences.

Les réseaux de séquences sont représentés schématiquement dans des boîtes dans lesquelles les points de défaut à partir desquels les courants de séquence s'écoulent vers l'extérieur sont marqués F_d , F_i et F_0 , et les bus de neutre sont désignés N_d , N_i et N_0 respectivement pour le positif, le négatif et des réseaux d'impédance à séquence nulle.

Chaque réseau forme un réseau à deux ports avec des tensions de séquence Thevenin entre impédances de séquence. La figure V.12, illustre cette formation de base.

Comme indiqué précédemment, seul le réseau séquentiel positif a une source de tension, qui est l'équivalent Thevenin. Avec cette convention, des signaux appropriés doivent être attribués aux tensions de séquence:

$$\begin{cases} V_d = E - Z_d I_d \\ V_i = -Z_i I_i \\ V_0 = -Z_0 I_0 \end{cases} \quad (\text{V.18})$$

Ou sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_d \\ V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_d & 0 \\ 0 & 0 & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_d \\ I_i \end{bmatrix} \quad (\text{V.19})$$

Nous pouvons représenter graphiquement les impédances de séquence de diverses composantes du système :

a. Court-circuit monophasé

La phase a est défectueuse dans la figure V.7. Comme le courant de charge est négligé, les courants des phases b et c sont nuls et la tension au point de défaut, $V_a = I_a Z_{Df}$. Les composantes de séquence des courants sont données par.

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_a \\ \bar{I}_a \end{bmatrix} \quad (\text{V.20})$$

Aussi,

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_d = \bar{I}_i = \frac{1}{3} \bar{I}_a \quad \text{et} \quad V_0 + V_d + V_i = I_a Z_{Df} = 3 I_0 Z_{Df}$$

Ce qui donne

$$I_0 = \frac{E}{Z_0 + Z_d + Z_i + 3Z_{Df}} \quad (\text{V.21})$$

Cela montre que le circuit de défaut équivalent utilisant des impédances de séquence peut être construit comme montré sur la figure V.13.

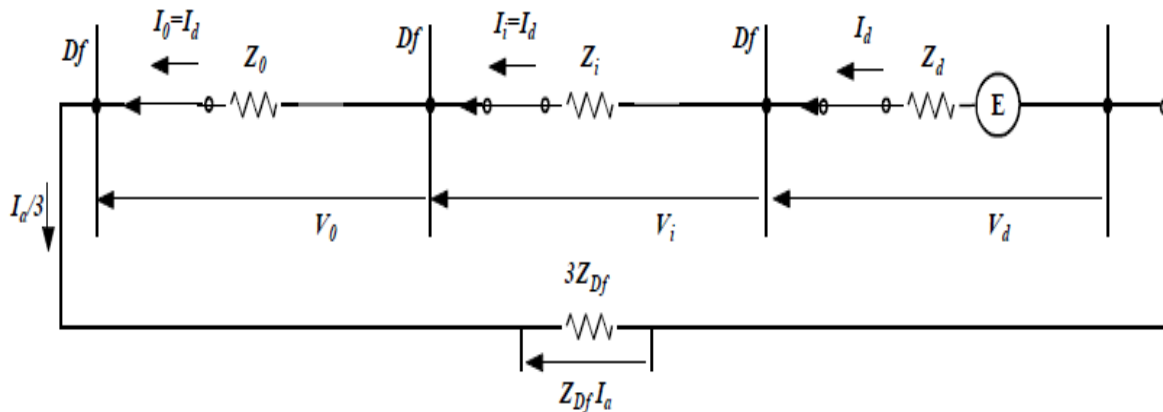


Figure V.13: Schéma équivalent des séquences pour un court-circuit monophasé

Le courant de court-circuit I_a est :

$$\begin{cases} I_a = \frac{3E}{(Z_0+Z_d+Z_i)+3Z_{Df}} \\ I_b = 0 \\ I_c = 0 \end{cases} \quad (V.22)$$

$$\begin{cases} V_d = E \frac{Z_i+Z_0+3Z_{Df}}{Z_0+Z_d+Z_i+3Z_{Df}} \\ V_i = E \frac{-Z_i}{Z_0+Z_d+Z_i+3Z_{Df}} \\ V_0 = E \frac{-Z_0}{Z_0+Z_d+Z_i+3Z_{Df}} \end{cases} \quad (V.23)$$

b. Court-circuit biphasé

La figure V.14 montre un défaut ligne-ligne. Un court-circuit se produit entre les phases b et c , à travers une impédance de défaut Z_{Df} . Le courant de défaut circule entre les phases b et c , retournant à la source à travers la phase b et retournant à travers la phase c .

$$\bar{I}_a = 0 \quad \text{et} \quad \bar{I}_c = -\bar{I}_b$$

Les composantes séquentielles des courants sont :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{I}_b \\ -\bar{I}_b \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ a - a^2 \\ a^2 - a \end{bmatrix} \quad (V.24)$$

$$\begin{cases} I_d = \frac{E}{Z_d+Z_i+Z_{Df}} \\ I_i = -\frac{E}{Z_d+Z_i+Z_{Df}} \\ I_0 = 0 \end{cases} \quad (V.25)$$

$$\begin{cases} V_d = \frac{E(Z_i+Z_{Df})}{Z_d+Z_i+Z_{Df}} \\ V_i = \frac{E(Z_i+Z_{Df})}{Z_d+Z_i+Z_{Df}} \\ V_0 = 0 \end{cases} \quad (V.26)$$

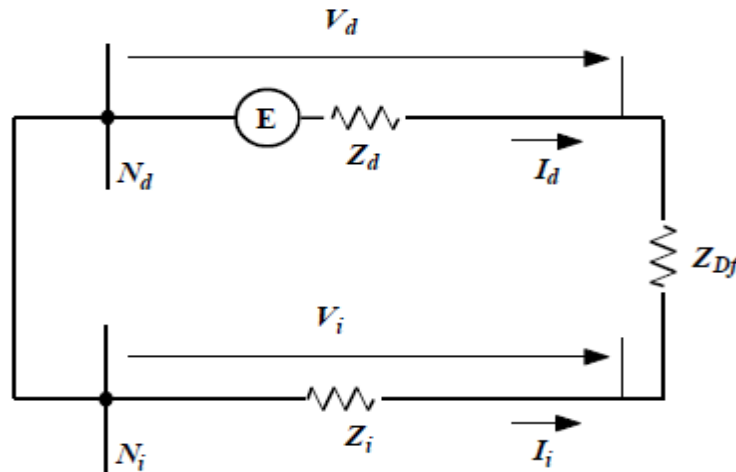


Figure V.14: Schéma équivalent des séquences pour un court-circuit biphasé

C. Court-circuit biphase terre

Un double défaut ligne-terre est représenté sur la figure V.8. Les phases b et c vont à la masse par une impédance de défaut Z_{Df} . Le courant dans la phase non mise à la terre est nul, c'est-à-dire : $I_a = 0$, par conséquent, $I_d + I_i + I_0 = 0$.

$$V_b = V_c = (I_b + I_c) Z_{Df}$$

Alors,

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} V_a + 2V_b \\ V_a + (a + a^2)V_b \\ V_a + (a + a^2)V_b \end{bmatrix} \quad (V.27)$$

Ce qui donne :

$$\bar{V}_d = \bar{V}_i, \text{ et } \bar{V}_0 = \bar{V}_d + 3 Z_{Df} I_0$$

Ceci donne le circuit équivalent de la figure V.15. Le courant de défaut est :

$$I_a = \frac{E}{Z_1 + \frac{Z_2(Z_0 + 3Z_{Df})}{Z_2 + Z_0 + 3Z_{Df}}} \quad (V.28)$$

Cas particuliers :

➤ Défaut franc

Soit $Z_{Df} = 0$, le courant de défaut à la terre prend la valeur :

$$I_2 + I_3 = - \frac{3 E \cdot Z_i}{Z_d \cdot Z_i + Z_i \cdot Z_0 + Z_d \cdot Z_0}$$

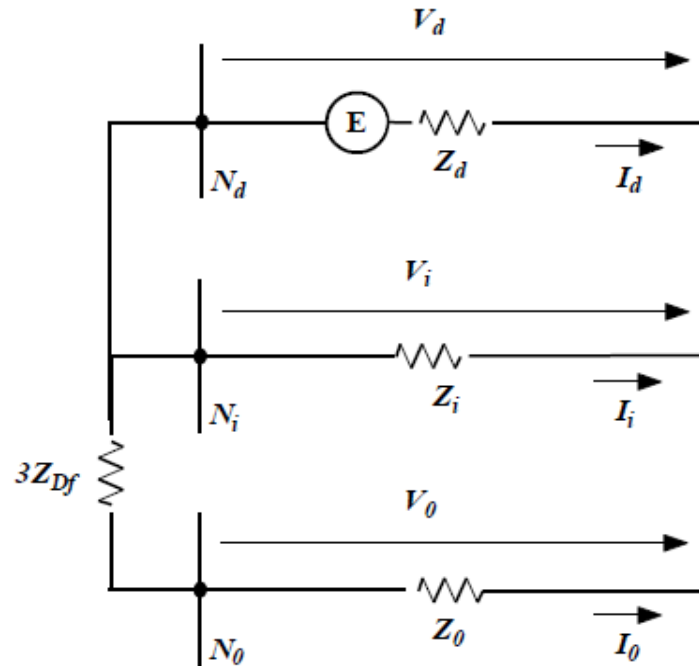


Figure V.15: Schéma équivalent des séquences pour un court-circuit biphase-terre

➤ Défaut biphasé :

Soit $Z_{Df} = \infty$, le courant de défaut phase vaut alors :

$$I_2 = I_3 = E \frac{(a^2 - a)}{Z_d + Z_i}$$

D. Court-circuit triphasé

Dans ce cas (figure V.16): $I_d = \frac{E}{Z_d}$, $I_i = I_0 = 0$ et $V_d = V_i = V_0 = 0$

Les valeurs réelles sont données par : $I_1 = \frac{E}{Z_d}$, $I_2 = a^2 \frac{E}{Z_d}$, $I_3 = a \frac{E}{Z_d}$ et $V_1 = V_2 = V_3 = 0$

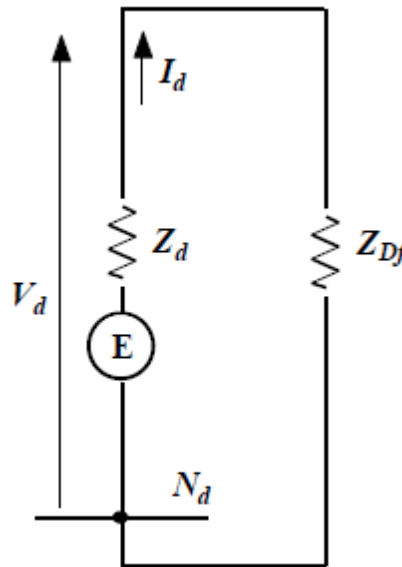


Figure V.16: Schéma équivalent des séquences pour un court-circuit triphasé

V.7.3. Impédances équivalentes des éléments du réseau

Le calcul des courants de défaut passe par la détermination des impédances de séquences (directe, inverse et homopolaire) équivalentes vues du point de défaut de tous les matériels constituant le circuit électrique qui doivent être fournies par le constructeur.

- Z_d est l'impédance directe d'un élément, elle correspond à l'impédance mesurée lorsqu'on lui applique un système direct de tensions triphasées aux bornes des trois phases. Elle est identique à l'impédance Z_{cc} utilisée pour le calcul des courants de court-circuit triphasé symétrique ; donc $Z_d = Z_{cc}$, pour tous les éléments du réseau. Pour les machines tournantes, cette valeur évolue durant le régime transitoire de court-circuit.
- Le caractère symétrique des câbles, des lignes et des transformateurs entraîne que l'impédance directe est égale à l'impédance inverse pour ces éléments ; donc $Z_i = Z_d = Z_{cc}$, pour tous les éléments du réseau autres que les machines tournantes.
- Dans le cas des machines électriques, statiques ou tournantes, les valeurs des impédances sont rarement exprimées en Ohms; elles sont rapportées à la puissance

et à la tension qui caractérisent la machine. Elles sont exprimées en valeur réduite à partir de la valeur ohmique, en pour cent (%) ou sans unité (pu), et cela en appliquant les relations :

$$Z(pu) = Z \frac{S_n}{U_n^2} \quad , \quad \text{ou} \quad Z(\%) = 100 Z \frac{S_n}{U_n^2}$$

Avec,

U_n : Tension nominale de la machine (kV),

S_n : Puissance nominale de la machine (MVA)

a. Impédance équivalente d'un élément à travers un transformateur

Pour un défaut en basse tension (BT), la contribution d'un câble haute tension (HT) en amont d'un transformateur HT/BT (figure V.17) est donnée par :

$$R_{BT} = R_{HT} \left(\frac{U_{BT}}{U_{HT}} \right)^2 \quad \text{et} \quad X_{BT} = X_{HT} \left(\frac{U_{BT}}{U_{HT}} \right)^2$$

alors,

$$\bar{Z}_{BT} = \bar{Z}_{HT} \left(\frac{U_{BT}}{U_{HT}} \right)^2 \quad (V.29)$$

Cette expression est valable quel que soit le niveau de tension du câble, même à travers plusieurs transformateurs en série.

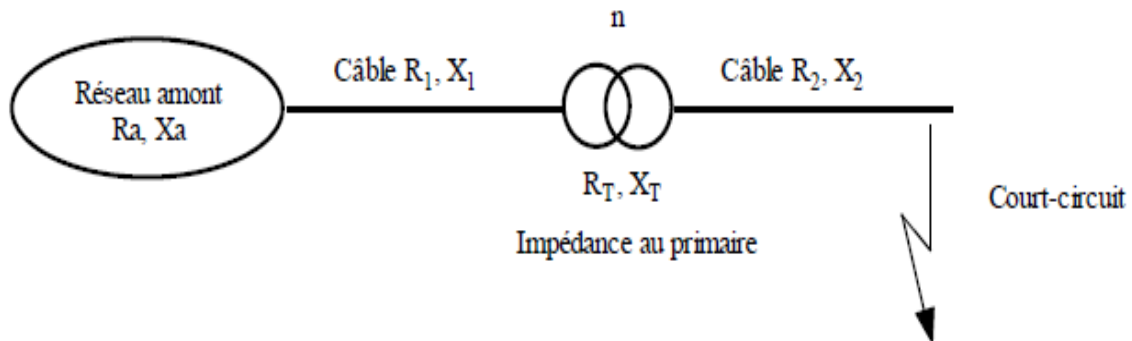


Figure V.17: Impédance équivalente des éléments à travers un transformateur

L'impédance vue du point de court-circuit est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \sum R = R_2 + \frac{R_T}{n^2} + \frac{R_1}{n^2} + \frac{R_a}{n^2} \\ \sum X = X_2 + \frac{X_T}{n^2} + \frac{X_1}{n^2} + \frac{X_a}{n^2} \end{cases} \quad (V.30)$$

b. Impédance du réseau amont (de distribution publique)

➤ L'impédance directe est caractérisée par la puissance de court-circuit fournie par le distributeur S_{cc} (MVA) et par la tension composée nominale du réseau U_n (kV). Le réseau amont est généralement considéré comme une réactance pure X_d . Elle est donnée par la relation:

$$X_d \cong Z_d = \frac{U_n^2}{S_{cc}} \quad (V.31)$$

- L'impédance inverse est prise égale à l'impédance directe $Z_i = Z_d$;
- L'impédance homopolaire est liée au régime du neutre du distributeur, si le neutre est mis à la terre $Z_0 = Z_d$, elle est égale à l'impédance directe, mais si le neutre est relié à la terre par une résistance de limitation, alors elle est égale à trois fois cette résistance $Z_0 = 3Z_n$.

c. Impédance des alternateurs

L'impédance directe est calculée comme suit :

- Pour la vérification des contraintes électrodynamiques, on considère la réactance subtransitoire X_d'' .
- Pour la vérification des contraintes thermiques, on considère la réactance transitoire X_d' .
- Pour le réglage des seuils des protections à maximum de courant phase, on considère la réactance transitoire et la réactance inverse $X_d' + X_i$.

L'impédance inverse est la réactance propre du circuit inducteur $X_i = X_d''$.

L'impédance homopolaire Z_{ens} est celle de l'ensemble alternateur et impédance de mise à la terre du neutre :

- Si le neutre est isolé de la terre $Z_{ens} = \infty$;
- Si le neutre est mis directement à la terre $Z_{ens} = jX_0$;
- Si le neutre est mis à la terre par une impédance Z_n , alors $Z_{ens} = 3Z_n + jX_0 \cong 3Z_n$.

d. Impédance des transformateurs

Pour les transformateurs, le constructeur donne la tension de court-circuit U_{cc} exprimée en (%), la puissance nominale apparente S_n (kVA) et la tension composée nominale, au lieu de donner la valeur de l'impédance en Ohms.

$$Z = \frac{U_{cc}(\%) U_n^2}{100 S_n} \quad (V.32)$$

Si on prend pour U_n la tension primaire du transformateur, on trouve son impédance vue du primaire, et si l'on prend pour U_n la tension secondaire, on trouve son impédance vue du secondaire.

L'impédance directe est souvent considérée comme une réactance pure (pour les transformateurs HTA/BT, $X_T = 0.96 Z_T$ et pour les transformateurs HTB/HTA, $X_T = 0.96 Z_T$).

- Si n transformateurs identiques sont en parallèle, $Z_{eq} = \frac{Z_T}{n}$

- Si les transformateurs ne sont pas identiques, pour un cas de deux $Z_{eq} = \frac{Z_{T1} Z_{T2}}{n Z_{T1} + Z_{T2}}$

L'impédance inverse est pratiquement égale à l'impédance directe.

L'impédance homopolaire dépend essentiellement des possibilités de rebouclage des courants homopolaires vers la terre (figures (V.18) et (V.19)). Dans le cas de mise à la terre par une impédance Z_n , celle-ci est multipliée par 3 dans le calcul de l'impédance homopolaire.

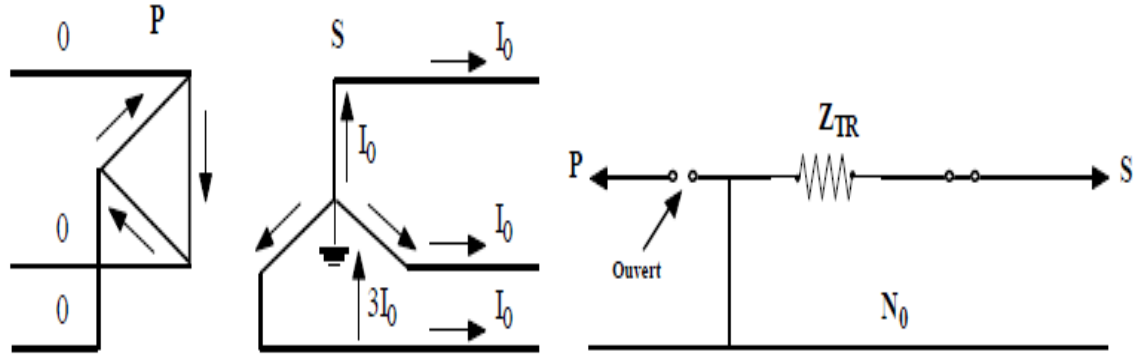


Figure V.18: Impédance homopolaire du couplage triangle-étoile avec neutre relié à la terre

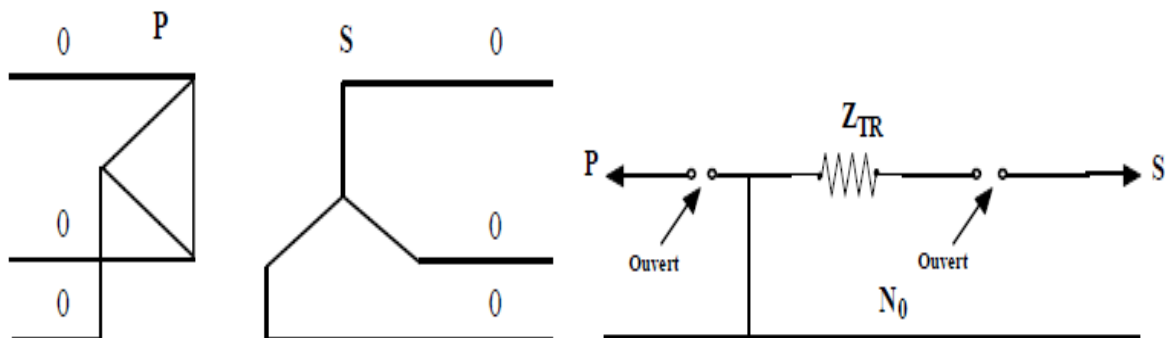


Figure V.19: Impédance homopolaire du couplage triangle-étoile avec neutre isolé de la terre

e. Impédance des machines tournantes

- Machine synchrone

Elles ont une contribution équivalente à celle des alternateurs. Elles sont donc équivalentes à une source de tension d'impédance interne X_d'' ou X_d' . La valeur de l'impédance inverse est voisine de la réactance transitoire X_d' , par contre, celle de l'impédance homopolaire, elle est faible par rapport à l'impédance directe correspondante.

- Machine asynchrone

Le moteur asynchrone est donc, en cas de court-circuit, un générateur auquel on attribue une impédance (seulement Subtransitoire) de 20 à 25 %. En fonction du rapport du courant nominal au courant de démarrage du moteur, on peut exprimer cette réactance en pourcent :

$$X'_d(\%) = \frac{I_n}{I_d} \cdot 100 \quad (\text{V.33})$$

la valeur de l'impédance inverse est sensiblement égale à l'impédance directe;

La valeur de l'impédance homopolaire est faible par rapport à l'impédance directe correspondante. En pratique, cette valeur n'intervient pas, les neutres des machines synchrones étant habituellement isolées.

f. Impédance des câbles

L'impédance directe est liée à la section de l'âme du câble ainsi qu'au métal utilisé, alors que la réactance directe est de l'ordre de 0,1 [Ω/km]. Les capacités directes sont comprises entre 0,1 et 0,1 [$\mu F/km$].

L'impédance inverse est prise égale à l'impédance directe en cas de symétrie de montage entre les trois phases.

L'impédance homopolaire du câble est souvent considérée comme négligeable.

- H. Saadat, « Power System Analysis », 3rd Edition. McGraw-Hill series in electrical and computer engineering, 1999.
- D. William Stevenson, Jr « Elements of Power System Analysis », 4th Edition. McGraw Hill Companies, New York, 1955.
- J. J. Grainger, W. D. Stevenson, Jr « Power System Analysis », International. Editions. 1994.
- J. D. Glover, M. Sarma, and T. J. Overbye, « Power System Analysis And Design », 4th Edition. 2008.
- J. D. Glover, M. Sarma, and T. J. Overbye, « Power System Analysis And Design », 5th Edition. 2012.
- R.K. Rajput « Power System Engineering » 1st Edition, Laxmi Publications (P) Limited 113, Golden House, Daryaganj, New Delhi, 2006.
- L. L. Grigsby « Power system engineering Handbook » 2nd Edition by taylor & Francis Group, 2006.
- D. Das « Electrical Power Systems » New age International (P) Limited, Publishers, 4835/24, Ansari Road, Daryaganj, New Delhi, 2006.
- N. Hajsaid, J. C. Sabonnadière « Power System and Restructuring », ISTE. Limited, Wiley 2009.
- A. Greenwood, « Electrical Transients in Power Systems », 2nd Edition. New York : Wiley Inter science, 1991.
- Mohammed J. Al Essa « Fundamentals of Electric Power Analysis » Dar al-Sawaf for Printing and Publishing, 2018.
- A. N. Syed, « Theory and problems of Electrical Power Systems », 1st Edition. Schaum's Outline SERIES McGraw-Hill, 1989.
- P. S. R Murty « Power system analysis », 2nd Editions, Butterworth – Heinemann An imprint of Elsevier, 2017.
- M. Gerin « Etude d'une installation Protection des circuits : Détermination des chutes de tension admissibles », catalogue distribution électrique Schneider K42, 2004 ;
- R. Calvas, B. De Metz-Noblat, A. Ducluzaux et G. Thomasset, « Calcul des courants de court-circuit », cahier technique Schneider N° 158, 1992 ;
- J. C. Das, « Power System Analysis: Short-Circuit Load Flow and Harmonics ». Marcel Dekker, Inc. New York, 2002.
- G. Andersson, « Power System Analysis: Power Flow Analysis, Fault Analysis and Power System Dynamics and Stability ». EEH- Power System Laboratory ETH Zurich, 2012.