جامعة غليزان
كلية العلوم الإقتصادية، التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الإقتصادية

مطبوعة بيداغوجية بعنوان :

التقنيات الكمية في المالية

موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر – تخصص : مالية المؤسسة

من إعداد

د. بشيكر عابد

السنة الجامعية: 2021 - 2022

مطبوعة في مقياس : التقنيات الكمية في المالية

الدكتور : بشيكر عابد – أستاذ محاضر "أ" –

جامعة أحمد زبانة – غليزان –

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

الهاتف : 07 72 87 91 73

البريد الإلكتروني : abed.bechikr@univ-relizane.dz

أهداف المطبوعة :

لقد حرصنا في اعداد هذه المطبوعة على أن تكون مطابقة للمنهاج والمحتوى المقررين من قبل الوزارة الوصية والموجه خصيصا لنظام (ل.م.د) وخاصة طلبة الماستر للعلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير تخصص مالية المؤسسة، والتقنيات الكمية في المالية الذي هو موضوع هذه المطبوعة يتناول العديد من الطرق والأساليب الكمية الرياضية والإحصائية اللازمة لضرورة القيام بالدراسات والبحوث التطبيقية (الميدانية)، حيث تم تقديمه بما يعطي للطالب في مجال تخصصه معظم الأساليب والتقنيات الكمية المختلفة المطبقة في المجال المالي.

الفهرس العام

1- المقدمة: إن من أكثر التطورات في الحقبة الحديثة في علم الإقتصاد هو التأكيد المتزايد على تطوير الطرق الكمية و استخدامها في تحليل المشكلات ا لإقتصادية، ولقد حدثت تطورات مهمة في مجال تطوير الطرق الكمية للتحليل و جمع البيانات من أجل الوصول الى نتائج موضوعية وذات مصداقية، وفي الآونة الأخيرة فإن كل باحث في علم الإقتصاد يمكن أن يلاحظ أن معظم الدوريات الإقتصادية والمقالات يدعم مؤلفوها مناقشاتهم بالتحليلات الإحصائية والقياسية واستخدام مختلف الطرق الكمية في الجانب التطبيقي من أجل الاجابة على اشكالية البحث المطروحة ، يعني هذا أنه لفهم البحوث المعاصرة في الإقتصاد و تقويمها يصبح من الضروري التعرف على مختلف التقنيات والطرق الكمية سواءا الرياضية أو الاحصائية وهو ما سنتناوله في هذه المطبوعة، حيث تعتبر التقنيات الكمية فرعا مستقلا يستخدم لإعداد وتنظيم وتعميم المفاهيم والطرق والنماذج الرياضية الموجهة أساسا لقاعدة البيانات الخاصة بالمتغيرات الاقتصادية حتى يمكن تمثيلها وتفسيرها واستنباط النتائج العلمية منها والتطبيقية، كما تبين ممارسة الأبحاث باستخدام التقنيات الكمية أنه للقيام بالنمذجة باستخدام القياس الاقتصادي أو بحوث العمليات على أحسن وجه يجب على الطالب التمكن من المبادئ الأساسية للإحصاء وبحوث العمليات والتي سبق له وأن درسها في السنة الأولى والثانية (نظام ل.م.د – علوم اقتصادية، تجارية وعلوم التسيير).

وعلى هذا الأساس تم تقسيم موضوع هذه المطبوعة الى أربعة فصول :

-حيث خصص الفصل الأول لعموميات حول النمذجة الإقتصادية وذلك من أجل التطرق لتعريف النموذج الاقتصادي بالإضافة الى الاقتصاد القياسي وأهدافه وعلاقته بالفروع الأخرى، وأيضا منهجية إعداد النموذج القياسي.

-أما الفصل الثاني فخصص لتحليل السلاسل الزمنية حيث تم التطرق فيه الى تعريف السلسلة الزمنية و مركبات السلسلة الزمنية وطرق تحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية.

- أما الفصل الثالث فخصص لأهم النماذج القياسية المستخدمة في المالية ، حيث تم التطرق فيه الى النماذج الإنحدارية ونماذج السلاسل الزمنية ونماذج البانل.

-أما الفصل الرابع فهو عبارة عن مدخل لبحوث العمليات واستخدامها في المالية من خلال التطرق الى عموميات حول بحوث العمليات و نظرية شجرة القرارات و صفوف الإنتظار بالاضافة الى نظرية الألعاب و التسيير الأمثل للمخزون.

الفصل الأول : عموميات حول النمذجة القياسية الإقتصادية

ان الدراسة الإحصائية والقياسية للظواهر الإقتصادية تعتمد أساسا على النظرية الإقتصادية والتي على أساسها يتم تصميم وتمثيل تجريبي مبسط للوضع الاقتصادي، وعلى هذا الأساس سننتطرق في هذا الفصل الى التعريف بالنموذج الإقتصادي بالإضافة الى التعريف بالاقتصاد القياسي وأهدافه وعلاقته بالفروع الأخرى، وفي الأخير نتطرق إلى منهجية إعداد النموذج القياسي.

1- النموذج الاقتصادي : إن النموذج المستخدم لأي مشكلة اقتصادية ما هو إلا الشكل المبسط لها و الذي يأخذ على الأغلب شكل معادلات أو متباينات أو توابع تمثل العلاقة التي يمكن قياسها كميا ، لذا فقد وردت مجموعه من التعاريف عن النماذج جميعها تشترك في خاصية واحدة مستندة على الهدف الأساسي لعملية النمذجة فنجد الباحث I.Lowry يذهب الى تعريف النمذجة على أنها فن تبسيط العلاقات أي أن النموذج هو تمثيل مبسط للوضع الحقيقي المستند على نظرية، كما يذهب Britton Harris في تعريف النموذج"على انه تصميم تجريبي يعتمد على نظرية"، كذلك يذهب الباحث **محمد سالم الصفدي** في تعريفه للنموذج الإقتصادي على انه تمثيل مبسط للوضع الاقتصادي من خلال علاقات رياضية كمية أو بيانية تساعد المهتمين على اتخاذ قراراتهم المثالية، فيما يذهب الباحث **محمد نور برهان** إلى تعريف النموذج على أنه صياغة المشكلة بشكل معين يمكن من خلاله إيجاد حل لها بالطرق الرياضية (قيس مجيد عبد الحسن علوش ، 2013).

ومن خلال جميع هذه التعاريف يمكن أن نستخلص ان النموذج الإقتصادي هو مجموعة من العلاقات بين المتغيرات الإقتصادية لتمثيل ظاهرة معينة بصورة خالية من التفاصيل لتعقيدات و لكنها ممثلة للواقع بهدف تحليلها أو التنبؤ بها، ولصياغة نموذج اقتصادي يتم استخدام رموز رياضية فمثلا تفترض النظرية الاقتصادية أ الاستهلاك الذي نرمز له بالرمز C دالة في الدخل الذي نرمز له بالرمز Y أي أن :

$$C = f(y) \,\ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث : C : المتغير التابع

Y : المتغير المستقل

وبتحويل العلاقة (1) الى صيغتها الخطية التي تعتبر أبسط صيغة تحكم العلاقة بين المتغيرات الإقتصادية فتصبح من الشكل :

$$C = B_0 + B_1 y + \xi_t \,\ldots\ldots\ldots(2)$$

حيث :

B_0: هو عبارة عن الاستهلاك الذاتي عندما $y=0$

B_1: هو عبارة عن الزيادة الحاصلة في قيمة المتغير C نتيجة زيادة قيمة المتغير Y بمقدار وحدة واحدة

ξ_t : هو عبارة عن الخطأ العشوائي للمعادلة والذي يمثل جميع العوامل الأخرى المحذوفة (حجم الأسرة، العادات ...إلخ) المفسرة للاستهلاك C ماعدا الدخل Y.

و مع العلم أن العمليات التخطيطية تبدأ بتحديد مشكلة ما وتنتهي في الأخير بإتباع قرار و إستراتيجية معينة ، وبالتالي فإن استخدام النماذج الرياضية الاقتصادية يمكن إدراك أهميته من خلال ما يأتي:

- قدرة النموذج على تعريف المشكلة ووصفها بالشكل الذي يجعلها مبسطة ومستندة في ذلك على نظرية لتسهيل تصوير الوقع الحقيقي
- إمكانية النموذج في التعريف على القيود والعوامل التي تحدد مدى الحلول المكونة للمسائل.
- يستطيع النموذج التنبؤ بظروف المستقبل من خلال التعرف على الغنى عنها في المشاكل الحالية.

- ـ يستطيع النموذج تقييم الكميات وتكاليفها ومدى تأثيرها ضمن محيط نظام لفهم مستوى الانجاز الكلي.
- تساعد النماذج في تبيان نتائج مختلفة للبدائل في القرارات وما يترتب على هذا من تزويدنا بأساس واعي للاختيار بين هذه البدائل.
- تساعد البدائل المختلفة التي يتوصل إليها النموذج من إعطاء مبادئ وأساسيات مهمة لرسم السياسات الاقتصادية والإقليمية والحضرية.
- يعد استخدام النماذج أساسا للحكم على مدى كفاءة نظام معين نحو الوصول إلى أهداف محددة

و إذا كانت النماذج الرياضية الاقتصادية في استخدامها هذا تعتبر أداة مهمة من أدوات التحليل ، وأنها أداة لا غنى عنها في دراسة معظم المشاكل وتحليلها، فإن استخدامها في نفس الوقت يوفر لنا جانبين مهمين:
الجانب الأول: هو تجنب مخاطر التغيير أو إجراء أي تعديل في حقيقة الظاهرة المدروسة (أي التحديد الدقيق للعناصر في المشكلة) دون السماح لأي إضافات لعناصر أخرى يمكن أن تضاف بقصد التحيز لحالة معينة.
الجانب الثاني : هو توفير عاملي الوقت والمال، حيث باستخدام أسلوب النمذجة الرياضية الاقتصادية يؤدي إلى اختصار كل الجهود و التكاليف التي كانت ستحدث لو اتبع الأسلوب الوصفي مثلا لجميع القوى والفعاليات المؤثرة في مشكلة ما.

2ـ التعريف بالإقتصاد القياسي، أهدافه و علاقته بالفروع الأخرى :

أ) التعريف بالإقتصاد القياسي: لقد استخدم مصطلح الاقتصاد القياسي لأول مرة سنة 1926 م ويرجع الفضل في ذلك إلى الاقتصادي النرويجي **Ranger Frisch** ، ويعرف على أنه القياس في الإقتصاد وهو مصطلح مترجم عن الكلمة الانجليزية Econometrics أو بالفرنسية Econométrie وبصورة أكثر هو العلم الذي يهتم بقياس العلاقات الاقتصادية من خلال بيانات واقعية بغرض اختبار مدى صحة هذه العلاقات كما تقدمها النظرية الاقتصادية، أو تفسير بعض الظواهر، أو رسم بعض السياسات، أو التنبؤ ببعض المتغيرات الاقتصادية (عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، 2000، صفحة 03).

ب) أهداف الإقتصاد القياسي: من خلال التعريف يمكننا أن نستخلص ثلاثة أهداف رئيسية:

- بناء النماذج القياسية الاقتصادية في شكل قابل للاختبار الميداني.
- تقدير و اختبار هذه النماذج باستخدام البيانات المتوفرة.
- استخدام النماذج في التنبؤ و اتخاذ القرارات.
- استخدام النماذج في عمليات افتراضية أو بما يسمى بالمحاكاة، فمثلا عند زيادة الكتلة النقدية في اقتصاد معين، ماهو أثرها على المتغيرات الاقتصادية الاخرى كالاستثمار ومعدل البطالة،....إلخ.

ج) العلاقة بين الإقتصاد القياسي و الفروع الأخرى: يرتبط الإقتصاد القياسي بثلاث فروع من المعرفة هي النظرية الإقتصادية و الاقتصاد الرياضي بالإضافة الى الإحصاء ، حيث تعتبر من بين أهم الركائز الأساسية التي يستخدمها الاقتصاد القياسي في قياس العلاقات الاقتصادية.

ـ النظرية الاقتصادية و الإقتصاد القياسي : تقدم لنا النظرية الاقتصادية فروضا مفسرة توضح العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية المختلفة و تفسر بعض الظواهر الاقتصادية ، ومن الأمثلة على ذلك قانون الطلب القائل "كلما ارتفع ثمن السلعة كلما انخفضت الكمية المطلوبة منها مع ثبات العوامل الأخرى على

حالها، و العكس صحيح" ، و بالتالي تعتبر هذه الفرضية التي تحدد العلاقة بين الكمية المطلوبة من السلعة و سعرها كإحدى جزئيات النظرية الاقتصادية

- أما فيما يخص الاقتصاد الرياضي ما هو إلا إعادة صياغة العلاقات الاقتصادية كما تحددها النظرية من أسلوب لفظي الى أسلوب رياضي، و هذا يعني أنه لا يوجد هناك اختلاف بين النظرية الاقتصادية و الاقتصاد الرياضي إلا في وسيلة التعبير عن العلاقات الاقتصادية، فلو أخذنا المثال السابق الخاص بقانون الطلب في النظرية الاقتصادية يمكن صياغته رياضيا كمايلي :

$$D_1 = a_0 + a_1P_1 + a_2P_2 + a_3Y + a_4S + \mu$$

حيث : D_1 : الكمية المطلوبة من السلعة 1

P_1 : سعر السلعة 1

P_2 : سعر السلعة 2

Y : الدخل

S : الذوق

μ : الخطأ العشوائي

- **الاقتصاد القياسي و الإحصاء :** يمكن تعريف الإحصاء على أنه "مجموعة النظريات و الطرق العلمية التي تهدف إلى جمع البيانات التي يتم قياسها رقميا و عرضها و تحليلها لاستخلاص النتائج و من ثم استعمال هذه النتائج في التنبؤ أو التحقق من بعض الظواهر المدروسة" (تومي صالح، 1999، صفحة 07)، ومن خلال هذا التعريف نستطيع القول أن علم الإحصاء يرتكز على عنصرين أساسيين هما الإحصاء الوصفي و الإحصاء الرياضي، فالأول يهتم بجمع البيانات الخاصة بالمتغيرات الاقتصادية كالدخل، الاستهلاك، الاستثمار، ....إلخ ثم يقوم بتبويبها في جداول وعرضها بيانيا لوصف سلوك هذه المتغيرات عبر الزمن، أما الإحصاء الرياضي فهو يتكون من طرق القياس و التحليل كاستخدام الاحتمالات و التقديرات اللازمة التي تلائم طبيعة العلاقات الاقتصادية، ومثل هذه الطرق القياسية هي التي يستخدمها الاقتصاد القياسي في قياس العلاقات الاقتصادية باستخدام الأساليب الإحصائية. (عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، 2000، صفحة 04)

3 - منهجية إعداد النموذج القياسي : إن الدراسة الإحصائية والقياسية للعلاقة بين المتغيرات الاقتصادية تعتمد أساسا على النظرية الاقتصادية، حيث تعطينا هذه النظرية فكرة عن العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية، إلا أنها لا يمكن ان تعطي أرقاما ومؤشرات محددة لهذه العلاقة في زمن معين وفي واقع اقتصادي معين، مثلا :

- دراسة العلاقة بين الاستهلاك والدخل .
- دراسة العلاقة بين الاستثمار ومعدل الفائدة.
- دراسة العلاقة بين الاستهلاك والدخل والرقم القياسي للأسعار .

ويصعب التطرق الى التقنيات الاحصائية والقياسية دون معرفة الجانب النظري الذي تقوم عليه العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية، حيث نجد من بين هذه المتغيرات من يكون سببا والآخر يكون نتيجة، مع بقاء الظروف الأخرى على حالها، فمثلا:

- زيادة الدخل (سبب) يؤدي الى زيادة الانفاق الاستهلاكي (نتيجة).
- انخفاض معدل سعر الفائدة (سبب) يؤدي الى ارتفاع حجم الاستثمار (نتيجة).

فالعلاقة السببية بين متغيرين يؤدي حتما الى وجود علاقة ارتباطية بينهما، بينما العكس ليس صحيحا دائما أي وجود علاقة ارتباطية تعني بالضرورة وجود علاقة سببية، فمثلا نجد على سبيل المثال وجود علاقة ارتباطية بين استهلاك بعض السلع وزيادة منح الطلبة، لكن في الواقع زيادة هذه المنح لا يؤثر بالضرورة على استهلاك هذه السلع. (جلاطو جيلالي، 2009، صفحة 10).

ولصياغة نموذج احصائي وقياسي اقتصادي يجب أن نرتكز على ثلاثة عناصر أساسية :

أ - النظرية الاقتصادية : فمن خلالها يتم تحديد الإطار النظري للنموذج أي تحديد العلاقة الجدلية بين المتغيرات الاقتصادية .

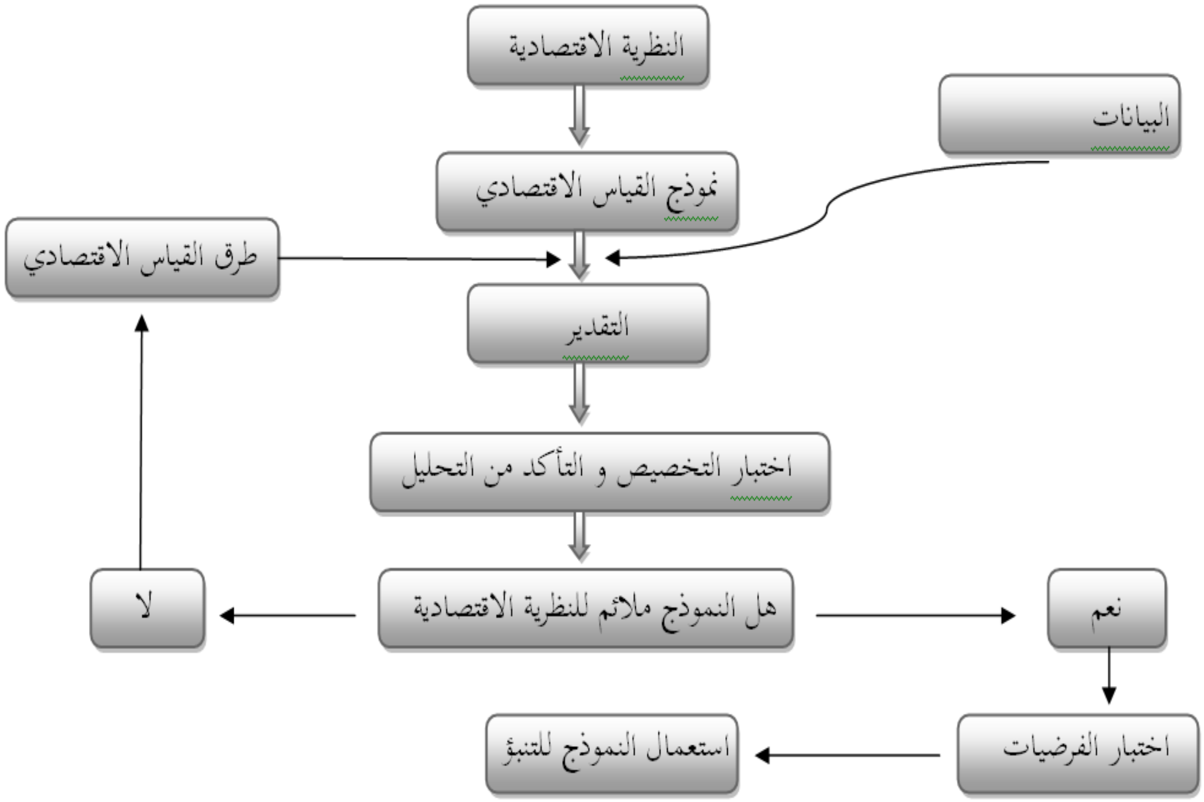
ب -الرياضيات : فمن خلالها يتم تحديد الشكل الرياضي المناسب للعلاقة بين المتغيرات الاقتصادية في معادلة أو مجموعة من المعادلات السلوكية أو التعريفية أو التوازنية.

ج -**الإحصاء :** يمكننا من جمع وعرض وتحليل المعطيات باستخدام المؤشرات الاحصائية للوصول الى استخلاص النتائج والتنبؤ واتخاذ القرارات، حيث نجد بعض المفاهيم الأساسية التي تستخدم في هذه المرحلة : (عبد العزيز شرابي ، 2000، صفحة 09)

- **التقدير (ESTIMATION):** هي عملية إدراك الواقع و صياغته في شكل نموذج رياضي يوضح العلاقة السببية أو الارتباطية بين المتغير التابع و المتغيرات المستقلة .
- **التوقع (PREVISION)**: يعتمد التوقع على النموذج الناتج عن التقدير، وهو يعني الحصول على المستويات المستقبلية للظاهرة المدروسة ، و عادة ما تعطى هذه القيمة المستقبلية في شكل قيمة وسطى ضمن مجال معين.
- **التنبؤ (PREDICTION):** يهتم بالتغيرات الطارئة و بالظواهر الاقتصادية و الاجتماعية المعقدة مثلا كإكتشاف مصدر جديد للطاقة أو انهيار اقتصاد دولة معينة، بينما يقتصر التوقع على المؤشرات الكمية كما تم التطرق إليه سابقا.

و بالتالي يمكن تلخيص مراحل صياغة نموذج قياسي اقتصادي في الشكل التالي :

الشكل رقم (1): مراحل صياغة نموذج قياسي اقتصادي



المصدر : (تومي صالح، 1999، صفحة 07)

و من خلال الشكل نلاحظ أهم المراحل التي يبنى عليها الاقتصاد القياسي ابتداء من النظرية الاقتصادية و توفر البيانات الرقمية، مرورا بمرحلة التقدير و التحليل و استخدام الأساليب الإحصائية اللازمة، لنصل في الأخير إلى مرحلة ملائمة النموذج و استخدامه في التنبؤ أو عدم ملائمته و إعادة استخدام الطرق القياسية لصياغة النموذج المصحح.

الفصل الثاني : تحليل السلاسل الزمنية

1- تعريف السلسلة الزمنية : السلسلة الزمنية بكل بساطة هي مجموعة القياسات المسجلة لمتغير واحد أو أكثر مرتبة حسب زمن وقوعها.
ورياضيا نقول أن متغير الزمن المستقل (t) والقيم المناظرة له المتغير التابع (y) وإن كل قيمة في الزمن t يقابلها قيم للمتغير التابع y فإن y دالة في الزمن t أي تكتب من الشكل التالي :

$$y = F(t)$$

وتعتبر دراسة تطور الظواهر و اتجاهاتها و التحكم في مساراتها، من بين أسباب نجاح المؤسسات الاقتصادية التي تعتمد على الطرق العلمية في تسييرها، حيث تحتاج كل مؤسسة معرفة و تحليل الظواهر المحيطة بها و العوامل التي تؤثر فيها و التنبؤ بقيمها في المستقبل. و ذلك باستعمال نماذج التنبؤ القصير المدى باستخدام السلاسل الزمنية، و من بين دواعي الاستعمال:
- غياب العلاقة السببية بين المتغيرات و كذا صعوبة قياس بعضها الآخر.
- عدم توفر المعطيات الكافية حول المتغيرات المستقلة.
- في حالة ضعف النماذج الانحدارية إحصائيا و تنبؤيا من خلال المؤشرات التي تتمثل في:معامل الارتباط، معامل التحديد، ....إلخ.

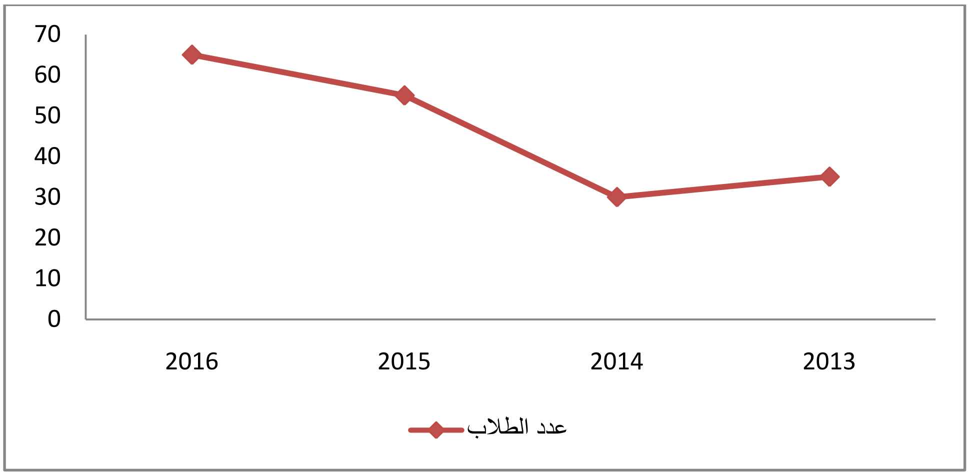
ونجد من أهم السلاسل الزمنية تلك الخاصة بالمؤشرات الاقتصادية والمبيعات السنوية للشركات بكافة أوجه نشاطاتها والتعليم وحجم السكان وما شابه ذلك.
والتغير الذي يحدث في قيم متغير السلسلة الزمنية أو قيم متغيراتها يعتبر دالة في الزمن يمكن تمثيلها بيانيا باتخاذ المحور الأفقي للزمن والرأسي لقيم المتغير كما هو مبين بالشكل الآتي لجدول البيانات والدال على عدد طلاب الماستر لعدة سنوات. (- نصيب رجم، 2011، صفحة 43)

الجدول رقم (01) : عدد طلبة الماستر المسجلين خلال الفترة (2013-2016)

السنة	2013	2014	2015	2016
عدد الطلاب	35	30	55	65

المصدر : من إعداد الباحث للتوضيح فقط

الشكل رقم (02) : توزيع عدد طلبة الماستر المسجلين خلال الفترة 2013-2016



المصدر : من إعداد الباحث بناءا على الجدول رقم (01)

ونلاحظ من خلال الرسم البياني أن هناك تغيرات في عدد الطلاب من سنة لأخرى فقيم هذا المتغير (عدد الطلاب) ترتفع سنة وتنخفض مرة أخرى إلا أن الطابع العام يدل على زيادة في عدد الطلاب وبالتالي نتوقع زيادة في السنوات القادمة وبناء عليه يستلزم الأمر وبناءا على هذا التوقع وضع الاستعدادات الخاصة بهذه المرحلة أي المرحلة القادمة وسنتطرق هنا الى مكونات هذه السلسلة الزمنية وكيفية قياس المتغيرات التي تخص السلسلة خلال فترة زمنية (سنوية - نصف سنوية - شهرية - ...) ونخرج منها بالتنبؤ بافتراض أن التطبيقات الاقتصادية تفترض تمتع السلسلة الزمنية بالاستقرار حتى يمكن التحكم فيها، ويرجع عدم الإستقرار لمكونات السلسلة الزمنية الى المكونات التي تحتويها السلسلة الزمنية.

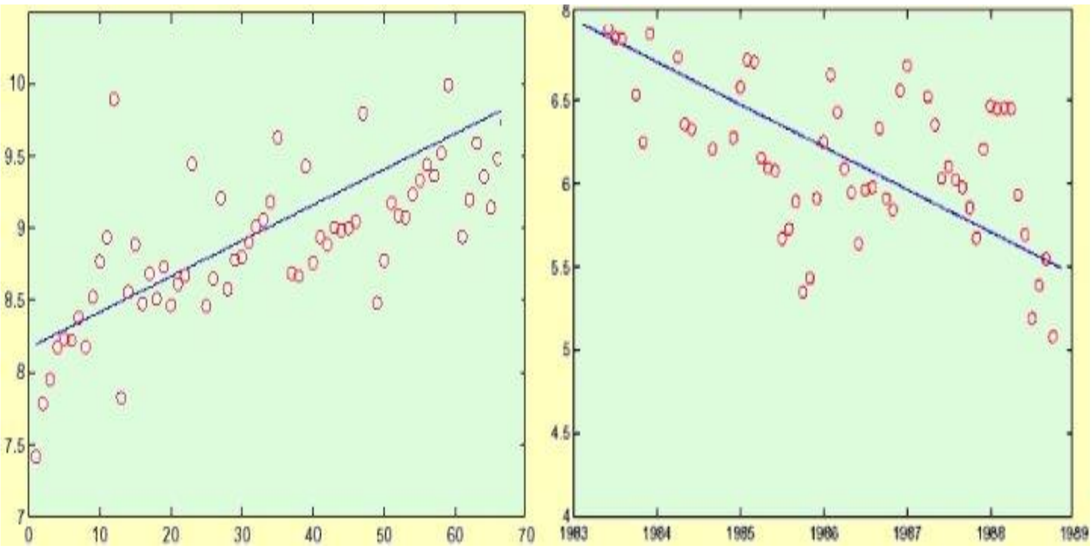
2- مركبات السلسلة الزمنية : ونقصد بها العناصر المكونة للسلسلة الزمنية، و هي تفيد في تحديد سلوكها في الماضي و كذا في المستقبل، و يمكن إدراج هذه المركبات في العناصر التالية: (- نصيب رجم، 2011، صفحة 44)

أولا:مركبة الاتجاه العام: و هي تعبر عن تطور متغير ما عبر الزمن، و تبين الاتجاه العام للظاهرة المدروسة في المدى الطويل، حيث يقال أن الاتجاه العام الموجب إذا تزايدت قيم الظاهرة بمرور الزمن في حين يكون لها اتجاه عام سالب

إذا اتجهت القيم إلى تناقص، و تكون هذه المركبة على شكل خط مستقيم و يعبر عنها إحصائيا بالشكل التالي:

$$x_t = a + bt$$

الشكل رقم (03): سلسلة زمنية ذات اتجاه عام موجب أو سالب



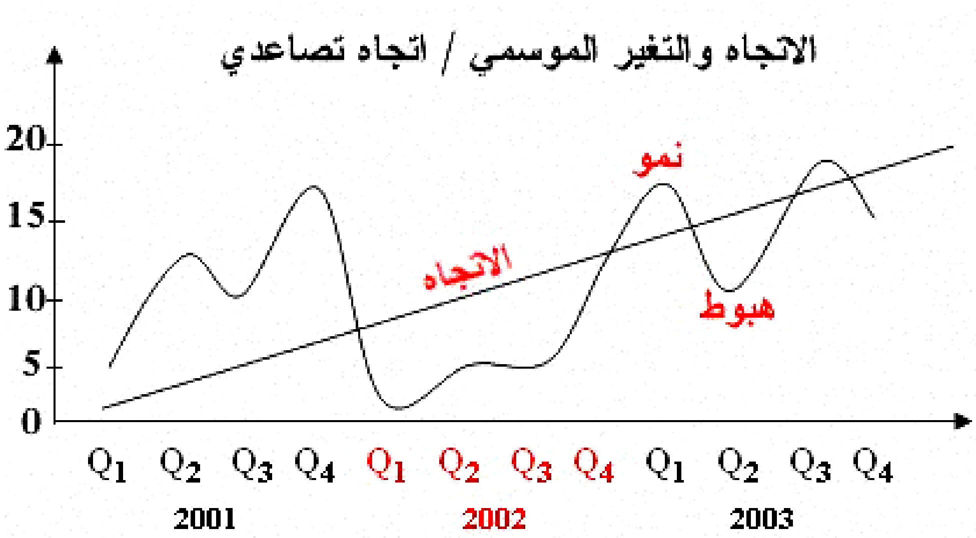
سلسلة زمنية ذات اتجاه عام سالب (متناقص) سلسلة زمنية ذات اتجاه عام موجب (متزايد)

المصدر : من إعداد الباحث للتوضيح فقط

ثانيا:المركبة الفصلية أو الموسمية: تعد التغيرات الموسمية من المركبات الأساسية للسلسلة الزمنية و تعبر هذه المركبة عن التغيرات والتذبذبات الموسمية أو الفصلية الناتجة عن التغيرات في الفصول بسبب تأثير عوامل خارجية و هي تتم غالبا بطريقة منتظمة كما أنها تبين تغير الظاهرة المدروسة في المدى القصير (خلال سنة) مثلا:استهلاك المنزلي للكهرباء خلال 24ساعة، الإنتاج الزراعي، استهلاك نوعا معينا من المشروبات، إنتاج الطاقة الكهربائية...الخ.

يرمز للمركبة الفصلية بالرمز S_t .

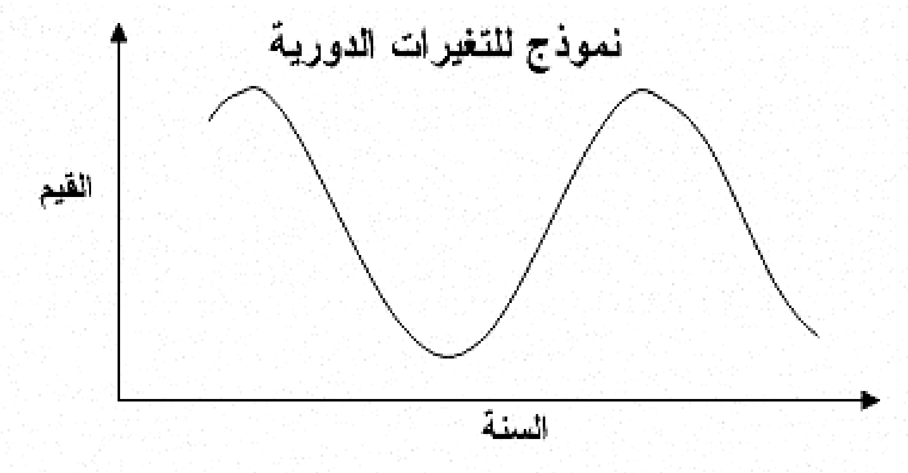
الشكل رقم (04): المركبة الفصلية أو الموسمية



المصدر : من إعداد الباحث للتوضيح فقط

ثالثا:المركبة الدورية أو مركبة الدورات الاقتصادية : تبين هذه المركبة أثر تطور النشاط الاقتصادي في المدى المتوسط و الطويل، حيث تتناسب مراحل هذه المركبة مع مراحل الدورة الاقتصادية (ركود، إنعاش، رواج، كساد) وهي تتكرر باستمرار عبر الزمن، متوسط المدة لهذه الدورة هي 5سنوات عادة.

الشكل رقم (05): نموذج للتغيرات الدورية



المصدر : من إعداد الباحث للتوضيح فقط

رابعا:المركبة العشوائية : تعبر هذه المركبة عن التغيرات التي يصعب التحكم فيها و ضبطها و هي ناتجة عن عوامل غير منتظمة و لا علاقة لها بعنصر الزمن مثلا: انخفاض الإنتاج نتيجة خلل في وسائل الإنتاج أو نتيجة الإضرابات...الخ، وفي هذه الحالة تكون المركبة العشوائية ناتجة عن عوامل غير هامة و مستقلة.

الشكل رقم (06): نموذج التغيرات العشوائية

المصدر : من إعداد الباحث للتوضيح فقط

3- طرق تحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية: لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية نرتكز على طريقتين: تتمثل الطريقة الأولى في استعمال الأشكال والعروض البيانية، أما الثانية فتتمثل في استعمال الطريقة التحليلية من خلال الاختبارات الإحصائية.

أولا:الطريقة البيانية : إن استعمال هذه الطريقة لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية يتطلب دقة كبيرة في عرض بيانات السلسلة المدروسة و ذلك نظرا للصعوبة الكبيرة التي يتلقاها الباحث في كشف مركباتها في كثير من الحالات.

غير انه و بصفة عامة، يصعب تحديد و كشف مركبات السلسلة الزمنية عن طريق العرض البياني ماعدا المركبة الفصلية التي تظهر جليا بالعين المجردة.

ثانيا: الطريقة التحليلية: ونظرا لصعوبة استخدام الطريقة البيانية في الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية، نستعين بالطريقة التحليلية ونكتفي في هذا المجال بطريقة الاختبارات الإحصائية.

3-1 - تحديد و كشف مركبة الاتجاه العام: من بين أهم الإختبارات الاحصائية للكشف عن هذه المركبة نجد اختبار معامل الارتباط الرتبي لسبيرمان " Spearman" ولتطبيق هذا الاختبار نتبع الخطوات التالية : (جلاطو جيلالي، 2009، صفحة 146)

- وضع رتب لقيم السلسلة الزمنية من الأصغر الى الأكبر أو العكس ونرمز لرتب القيم بالرمز (R_t) .
- حساب معامل الارتباط الرتبي بين عنصر الزمن (t) ورتب قيم السلسلة الزمنية (R_t)، حيث تكتب علاقة معامل الارتباط الرتبي من الشكل :

$$r = 1 - \frac{6\sum d_t^2}{n(n^2-1)}$$

حيث : $d_t = t - R_t$

- ✓ اختبار الفرضيات واتخاذ القرار : وعلى هذا الأساس نرتكز على المراحل الأساسية لاختبار الفرضيات فنجد:

- تحديد الفرضيات :

$$\begin{cases} H_0 : X_t = 0 \\ H_1 : X_t \neq 0 \end{cases}$$

- تحديد قاعدة القرار : إذا كانت $/r_{cal}/ > r_{tab(\alpha/2)}$، نرفض الفرضية H_0 ونقبل الفرضية H_1 والعكس صحيح.

- حساب القيمة الإسمية : وذلك من خلال حساب معامل الارتباط الرتبي :

$$r = 1 - \frac{6\sum d_t^2}{n(n^2-1)}$$

- حساب القيمة الجدولية : وهي قيمة يتم استخراجها من الجدول الاحصائي الخاص بمعامل الارتباط الرتبي لسبيرمان "Spearman" (المدرجة في الملحق رقم 03) عند مستوى معنوية ($\alpha/2$) ونكتب :

$$r_{\,tab(\alpha/2)}$$

- اتخاذ القرار : بالارتكاز على قاعدة الاقرار حيث إذا كانت $/r_{cal}/ > r_{\,tab(\alpha/2)}$ ،نرفض الفرضية H_0 ونقبل الفرضية H_1 اي قبول $H_1 : X_t \neq 0$ وبالتالي نقول أن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة الإتجاه العام، والعكس صحيح.

❖ **ملاحظة :** كما نجد أنه هناك إختبارات أخرى منها :

- اختبار التوالي (تعاقب الإشارة): ويستعمل للكشف على مدى عشوائية السلسلة الزمنية و يدعى باختبار العشوائية، فإذا كانت السلسلة عشوائية معنى ذلك انه لا توجد مركبة الاتجاه العام و العكس صحيح.

إلا انه يعاب عليه ضعفه الكبير في كشفها و رغم ذلك فانه يستعان به بيداغوجيا لسهولة حسابه و لبساطته.

- اختبار نقاط الانعطاف: حيث يهتم بعدد مرات الصعود و النزول(up and down) للمنحنى و بتعبير أخر عدد مرات تغيير الإشارة من موجب إلى سالب أو العكس، من خلال حساب الفرو قات من الدرجة الأولى (Δy_t) أي:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

حيث y_t : تمثل السلسلة الزمنية قيد الاختبار مرتبة ترتيبا تنازليا.

- اختبار الإشارة: على غرار الاختبار السابق ، يعتمد اختبار الإشارة على إشارة الفروقات من الدرجة الأولى من موجبة وسالبة، كما يفترض هذا الاختبار التوزيع العشوائي للمعطيات.

1-1-3 استبعاد مركبة الاتجاه العام: بعد القيام بتحديد وكشف مركبة الإتجاه العام، نقوم في المرحلة الموالية باستبعاد هذه المركبة لنتحصل على سلسلة زمنية بدون مركبة الإتجاه العام.

ولاستبعاد هذه المركبة نرتكز على الطريقة الإنحدارية:

- الطريقة الانحدارية: وترتكز على الخطوات التالية :

✓ حساب مركبة الإتجاه العام X_t بعد تقدير معلماتها حيث :

$$X_t = a + b.t$$

$$b = \frac{\sum X_i t_i - n\bar{X}\,\bar{t}}{\sum t_i^2 - n\bar{t}^2}$$

$$a = \bar{X} - b\,\bar{t}$$

✓ استبعاد X_t من السلسلة بعد وضع جدول البواقي W_t حيث :

$$W_t = X_i - X_t$$

X_i : تمثل السلسلة الزمنية الأصلية

X_t : تمثل مركبة الاتجاه العام

3-2- تحديد و كشف المركبة الفصلية: لكشف المركبة الفصلية نستعمل احد الاختبارات الأكثر تداولا ألا و هو اختبار كروسكل واليس " Kruskall-wallis " و يرمز له بالرمز KW ، ولتطبيقه نتبع الخطوات التالية: (جلاطو جيلالي، 2009، صفحة 149)

- ✓ استبعاد مركبة الإتجاه العام من السلسلة الزمنية
- ✓ تحديد الرتب R_t للسلسلة المصححة W_t مع حساب القيم R_j التي تمثل مجموع رتب الفصل j .
- ✓ تحديد قيمة KW من خلال العلاقة التالية :

$$KW = \frac{12}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{p}\frac{R_j^{\,2}}{m_i} - 3(n+1)$$

R_j : تمثل مجموع رتب الفصل j.

m_i : عدد القيم أو المشاهدات المقابلة للفصل j

- ✓ القيام باختبار الفرضيات واتخاذ القرار : وعلى هذا الأساس نرتكز على المراحل الأساسية لاختبار الفرضيات فنجد:

- تحديد الفرضيات :

$$\begin{cases} H_0 : S_t = 0 \\ H_1 : S_t \neq 0 \end{cases}$$

- تحديد قاعدة القرار : إذا كانت $\chi^2(\alpha, p-1) < KW$ ،نرفض الفرضية H_0 ونقبل الفرضية H_1 والعكس صحيح.

- حساب القيمة الإسمية : وذلك من خلال حساب معامل KW:

$$KW = \frac{12}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{p}\frac{R_j^{\,2}}{m_i} - 3(n+1)$$

- حساب القيمة الجدولية : وهي قيمة يتم استخراجها من الجدول الاحصائي الخاص بتوزيع كاي مربع (المدرجة في الملحق رقم 02) عند مستوى معنوية (α) ودرجة حرية (p-1) ونكتب :

$$\chi^2(\alpha, p-1)$$

حيث تمثل : p دورية المركبة الفصلية فإذا كانت السنة مقسمة إلى ثلاثيات فان $P = 4$ و هكذا.

- اتخاذ القرار : بالارتكاز على قاعدة الاقرار حيث إذا كانت $\chi^2(\alpha, p-1) < KW$ ،نرفض الفرضية H_0 ونقبل الفرضية H_1 اي قبول $H_1 : S_t \neq 0$ وبالتالي نقول أن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الفصلية، والعكس صحيح.

ملاحظة : إذا كانت المعطيات سنوية ففي هذه الحالة لا نستطيع التكلم عن المركبة الفصلية، لأن هذه الأخيرة تكون خلال الفترة الزمنية التي لا تزيد عن السنة.

3-2-1- إزالة المركبة الفصلية : ونعتمد في هذه المرحلة على طريقة النسب الموسمية لإزالة المركبة الفصلية من السلسلة الزمنية.

- طريقة النسب الموسمية : ترتكز هذه الطريقة على حساب الوسط الحسابي العام والوسط الحسابي لكل فصل وذلك لحساب المؤشرات الفصلية (S_j) حيث :

$$S_J = \frac{\bar{X}_j}{\bar{X}}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_{ij}}{n}$$

$\bar{X}$: تمثل الوسط الحسابي العام

$$\bar{X}_j = \frac{\sum X_{ij}}{m}$$

$\bar{X}_j$: تمثل الوسط الحسابي للفصل j

- وفي المرحلة الموالية بعد حساب المؤشرات الفصلية نقوم بحساب السلسلة المصححة (SC) حيث :

$$SC = \frac{Y_t}{S_j}$$

3-3- طرق تحديد شكل السلسلة الزمنية : في هذه الحالة نفرق بين نوعين من حيث الشكل : (- نصيب رجم، 2011، صفحة 64)

- ✓ الشكل التجميعي
- ✓ الشكل المضاعف

أولا : الشكل التجميعي : ويسمى بالتجميعي لأن قيمة المتغير التابع هي عبارة عن مجموع مركبات السلسلة، ويكتب النموذج التجميعي من الشكل :

$$Y_t = X_t + S_t + \varepsilon_t$$

حيث :

X_t : تمثل مركبة الاتجاه العام

S_t : تمثل المركبة الفصلية

ε_t : تمثل المركبة العشوائية

وفي هذه الحالة تكون جميع المركبات مستقلة عن بعضها البعض .

أولا : الشكل المضاعف : ويسمى بالتجميعي لأن قيمة المتغير التابع هي عبارة عن حاصل ضرب مركبات السلسلة، ويكتب النموذج المضاعف من الشكل :

$$Y_t = X_t * S_t * \varepsilon_t$$

وفي هذه الحالة تكون مركبات السلسلة الزمنية تؤثر في بعضها البعض مع الرغم أن مصادر حدوثها تكون مختلفة .

ويصعب تحديد شكل السلسلة الزمنية من خلال العرض البياني لذا سنركز على الطريقة التحليلية في تحديد شكلها .

3-3-1- الطريقة التحليلية لتحديد شكل السلسلة الزمنية : في هذه المرحلة سنعتمد على طريقة المعادلة الانحدارية لتحديد شكل السلسلة الزمنية :

- طريقة المعادلة الإنحدارية : تعتمد هذه الطريقة على قيمة معامل الإنحدار (b) للمعادلة :

$$\delta_{i(Yi)} = a + b\bar{Y}_i$$

حيث :

$\delta_{i(Yi)}$: الإنحرافات المعيارية لكل سنة للمتغير Y_i

$\bar{Y}_i$: المتوسطات السنوية لكل سنة

بالإضافة الى أن :

$$\delta_{i(Yi)} = \sqrt{V_{i(Yi)}}$$

$$V_{i(Yi)} = \frac{1}{n}\sum(Y_i - \bar{Y}_i)^2$$

- حيث نقوم بحساب قيمة معامل الإنحدار (b) :

$$b = \frac{\sum \delta_{i(Yi)}\bar{Y}_i - n\bar{\delta}_{i(Yi)}\bar{\bar{Y}}_i}{\sum \bar{Y}_i^2 - n\bar{\bar{Y}}_i^2}$$

فإذا كانت : قيمة (b) $\geq$ 0.05 نكون أمام نموذج من الشكل التجميعي.

أما إذا كانت : قيمة (b) $<$ 0.05 نكون أمام نموذج من الشكل المضاعف.

4- تمارين تطبيقية :

4-1- التمرين الأول : تبين السلسلة الزمنية التالية تطور مشتريات مؤسسة معينة خلال 3 سنوات (السنة مقسمة إلى 4 ثلاثيات) :(10^6دج)

السنوات / الثلاثيات	الثلاثي الأول	الثلاثي الثاني	الثلاثي الثالث	الثلاثي الرابع
2016	67,5	81	61,5	86
2017	81	93,5	74,5	99
2018	87,5	99	79	81

المطلوب : تأكد من وجود أو عدم وجود مركبة الإتجاه العام بطريقة معامل الإرتباط الرتبي " Spearman" عند مستوى معنوية 5% .

- حل التمرين الأول : من خلال معطيات التمرين نقوم باعداد جدول الحسابات التالي :

	t	yt	ترتيب yt من الأصغر الى الأكبر	Rt (yt رتبة)	dt = t-Rt	dt^2
2016	1	67,5	61,5	2	-1	1
	2	81	67,5	6	-4	16
	3	61,5	74,5	1	2	4
	4	86	79	8	-4	16
2017	5	81	81	6	-1	1
	6	93,5	81	10	-4	16
	7	74,5	81	3	4	16
	8	99	86	11,5	-3,5	12,25
2018	9	87,5	87,5	9	0	0
	10	99	93,5	11,5	-1,5	2,25
	11	79	99	4	7	49
	12	81	99	6	6	36
المجموع						**169,5**

أ - القيام باختبار الفرضيات :

- تحديد الفرضيات :

$$\begin{cases} H_0 : Xt = 0 \\ H_1 : Xt \neq 0 \end{cases}$$

- تحديد قاعدة القرار :

نرفض H0 في حالة : $|r\ cal| > rtab$

و العكس صحيح

- حساب القيمة الإسمية لـ r :

$$\boxed{\mathbf{r_{cal}} = \quad 1-(6*\Sigma dt\text{^}2/n(n\text{^}2-1))= \quad 0{,}41}$$

- تحديد القيمة الجدولية لـ r : (من خلال القيم المدرجة في الملحق رقم 03)

$$\boxed{\mathbf{r_{(0,05,12)}} = \quad 0{,}58}$$

- إتخاذ القرار :

بعد المقارنة بين القيمة الإسمية و القيمة الجدولية لمعامل الإرتباط الرتبي مع الأخذ بعين الإعتبار قاعد القرار :

$$|0{,}41| < 0{,}58$$

و بالتالي نقبل فرضية العدم H_0 اي :

$$H_0 : Xt = 0$$

وبالتالي : السلسلة الزمنية للمشتريات لاتحتوي على مركبة الإتجاه العام

4-2- التمرين الثاني: تأكد من وجود أو عدم وجود المركبة الفصلية باستخدام طريقة اختبار KW مع استبعاد مركبة الإتجاه العام عن طريق حساب البواقي للسلسلة الزمنية التالية X_t عند مستوى معنوية %5 : (Total d_t^2 = 126,5)

(10^5)

	t_i	x_i	t_i^2	x_i*t_i
1998	1	31,5	1	31,5
	2	31	4	62
	3	37	9	111
	4	43	16	172
1999	5	40	25	200
	6	34	36	204
	7	37,5	49	262,5
	8	44,5	64	356
2000	9	43,5	81	391,5
	10	40,5	100	405
	11	49,5	121	544,5
	12	50,5	144	606
2001	13	46	169	598
	14	43,5	196	609
	15	52,5	225	787,5
	16	57	256	912
2002	17	54,5	289	926,5
	18	48,5	324	873
	19	55,5	361	1054,5
Total	**190,00**	**840,00**	**2 470**	**9 106,50**

- حل التمرين الثاني : من خلال معطيات التمرين نقوم باعداد جدول الحسابات الضرورية لاستخدام طريقة إختبار KW لكشف و تحديد المركبة الفصلية أو الموسمية للسلسلة الزمنية على النحو التالي:

	t	$X_t = 31,81 + 1,24 * t$	$W_t = x_i - x_t$	ترتيب القيم W_t من الأصغر الى الأكبر	R_t بالنسبة W_t	R_j = Total R_t pour j = 1;….;19	
1998	1	33,05	-1,55	-5,67	8	50	الفصل الأول من كل سنة J=1;5;9;13;17 mi = 5
	2	34,29	-3,29	-5,63	5		
	3	35,53	1,47	-5,25	11		
	4	36,77	6,23	-3,71	19		
1999	5	38,01	1,99	-3,29	13	15	الفصل الثاني من كل سنة J=2;6;10;14;18 mi = 5
	6	39,25	-5,25	-2,99	3		
	7	40,49	-2,99	-1,93	6		
	8	41,73	2,77	-1,55	15		
2000	9	42,97	0,53	0,13	10	57	الفصل الثالث من كل سنة J=3;7;11;15;19 mi = 5
	10	44,21	-3,71	0,53	4		
	11	45,45	4,05	1,47	17		
	12	46,69	3,81	1,61	16		
2001	13	47,93	-1,93	1,99	7	68	الفصل الرابع من كل سنة J=4;8;12;16 mi = 4
	14	49,17	-5,67	2,09	1		
	15	50,41	2,09	2,77	14		
	16	51,65	5,35	3,81	18		
2002	17	52,89	1,61	4,05	12		
	18	54,13	-5,63	5,35	2		
	19	55,37	0,13	6,23	9		

- الخطوات المختصرة للحل النموذجي :

- التأكد من وجود أو عدم وجود مركبة الإتجاه العام بطريقة معامل الإرتباط الرتبي " Spearman" عند مستوى معنوية 5% مع العلم أن ($Total\ d_t^2 = 126,5$) ، وبعد القيام بالخطوات السابقة المذكورة في التمرين الاول يتم التوصل على أن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة الاتجاه العام .

- يتم في المرحلة الموالية استبعاد مركبة الاتجاه العام بحساب مركبة الإتجاه X_t بعد تقدير معلماتها حيث :

$$X_t = a + b.t$$

$$b = \frac{\sum X_i t_i - n \bar{X} \bar{t}}{\sum t_i^2 - n \bar{t}^2}$$

$$a = \bar{X} - b \bar{t}$$

وبعد القيام بالحسابات الضرورية نجد : $b=1,24$ و $a=31,81$

وبالتالي تصبح معادلة الاتجاه العام : $x_t = 31,81 + 1,24 * t$

ويتم حساب البواقي كما هو مبين في جدول الحسابات السابق : $W_t = x_i - x_t$

- يتم في المرحلة الموالية كشف المركبة الفصلية باتباع الخطوات المذكورة سابقا حيث نجد:
- حساب القيمة الإسمية : وذلك من خلال حساب معامل KW:

$$KW = \frac{12}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{p}\frac{R_j^{\;2}}{m_i} - 3(n+1)$$

$$Kw=14,23$$

- حساب القيمة الجدولية : وهي قيمة يتم استخراجها من الجدول الاحصائي الخاص بتوزيع كاي مربع (من خلال القيم المدرجة في الملحق رقم 02) عند مستوى معنوية (α) ودرجة حرية (p-1) ونكتب :

$$\chi^2(\alpha, p-1)$$

$$\chi^2(0,05;3) = 7,81$$

وبعد المقارنة بين القيمة الاسمية والجدولية نقبل الفرضية البديلة اي السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الفصلية.

3-4- تمارين تطبيقية أخرى:

- تبين السلسلة الزمنية التالية المبيعات الثلاثية لمنتوج صناعي خلال 3 سنوات: (10^6دج)

δ_i	$\bar{y}_i$	الثلاثي الرابع	الثلاثي الثالث	الثلاثي الثاني	الثلاثي الأول	س / ث
10,01	12,75	20	25	5	1	**2012**
10,25	32	41	43	25	19	**2013**
9,55	52,75	59	65	45	42	**2014**

المطلوب : بإستعمال طريقة المعادلة الإنحدارية تأكد من الشكل التجميعي للسلسلة الزمنية :

$$\mathbf{Y_t = X_t + S_t + \xi_t}$$

- لتكن السلسلة الزمنية التالية عبارة عن مبيعات مؤسسة لمنتوج ما، تأكد من وجود أو عدم وجود مركبة الإتجاه العام بإستعمال إختبار معامل الإرتباط الرتبي عند مستوى معنوية 5% .

(10^5)

y_t	t
20	1
28	2
22	3
34	4
19	5
39	6
25	7
44	8
21	9
49	10

y_t	t
33	11
55	12
23	13
60	14
37	15
66	16
24	17
71	18
42	19
76	20

- لتكن لدينا المعطيات الفصلية التالية الخاصة بمشتريات مواد أولية لمؤسسة صناعية من سنة 2011 الى غاية 2015، تأكد من وجود أو عدم وجود المركبة الفصلية باستخدام طريقة اختبار KW عند مستوى معنوية 5% ، مع العلم أنه تم استبعاد مركبة الإتجاه العام X_t من السلسلة الزمنية :
(10^5)

2013				2012				2011				**السنوات**
55	26	50	48	25	46	43	31	42	31	25	30	Z_t

2015				2014			
43	31	52	54	26	25	33	37

- تبين السلسلة الزمنية التالية تطور مبيعات مؤسسة معينة خلال 4 سنوات (السنة مقسمة إلى 4 ثلاثيات) (10^6دج)

السنوات / الثلاثيات	الثلاثي الأول	الثلاثي الثاني	الثلاثي الثالث	الثلاثي الرابع
2012	67	81	60	86
2013	81	93	75	99
2014	87	99	79	81
2015	99	81	75	83

المطلوب :

– تأكد من وجود أو عدم وجود مركبة الإتجاه العام بطريقة معامل الإرتباط الرتبي " Spearman- " عند مستوى معنوية 5% .

– إذا علمت أن نموذج السلسلة الزمنية المصححة بعد تقدير المعلمات بطريقة المربعات الصغرى العادية MCO هو كالتالي :

$$\mathbf{Y_t = 58,34 + 2,12\ t}$$

– قدر حجم المبيعات لسنة 2017.

- تبين السلسلة الزمنية التالية المبيعات الثلاثية لمنتوج صناعي خلال 5 سنوات:

(10^6دج)

س / ث	الثلاثي الأول	الثلاثي الثاني	الثلاثي الثالث	الثلاثي الرابع	(δ_i) الإنحرافات المعيارية
2011	31,5	31	37	43	4,86
2012	40	34	37.5	44.5	3,82
2013	43.5	40.5	49.5	50.5	4,15
2014	46	43.5	52.5	57	5,32
2015	54.5	48.5	55.5	/	3,14

المطلوب : بإستعمال طريقة المعادلة الإنحدارية ، حدد شكل السلسلة الزمنية ؟

- تبين السلسلة الزمنية التالية المبيعات الثلاثية لمنتوج صناعي خلال 3 سنوات:

(10^6دج)

س / ث	الثلاثي الأول	الثلاثي الثاني	الثلاثي الثالث	الثلاثي الرابع	$\bar{y}_i$	δ_i
2014	1	5	25	20	12,75	10,01
2015	19	25	43	41	32	10,25
2016	42	45	65	59	52,75	9,55

المطلوب :

بإستعمال طريقة المعادلة الإنحدارية، قم بتحديد شكل السلسلة الزمنية :

سلسلة زمنية من الشكل التجميعي :

$$\mathbf{Y_t = X_t + S_t + \xi_t}$$

أو سلسلة زمنية من الشكل المضاعف :

$$\mathbf{Y_t = X_t * S_t * \xi_t}$$

حيث :

X_t : تمثل مركبة الإتجاه العام

S_t : تمثل المركبة الموسمية

ξ_t : تمثل المركبة العشوائية

- لتكن لدينا السلسلة الزمنية التالية حيث بعد استخدام طريقة اختبار اختبارKruskall-Wallis (KW)عند مستوى معنوية 5% تبين أنها تحتوي على المركبة الفصلية :

قم بتحديد السلسلة الزمنية المصححة بعد إزالة هذه المركبة بطريقة النسب الموسمية ؟

(10^6دج)

س / ث	الثلاثي الأول	الثلاثي الثاني	الثلاثي الثالث	الثلاثي الرابع
2013	8	10	56	30
2014	7	18	60	36
2015	7	15	54	40
2016	6	11	64	50

- لتكن لدينا السلسلة الزمنية التالية حيث بعد استخدام طريقة اختبار KW عند مستوى معنوية 5% تبين أنها تحتوي على المركبة الفصلية ، قم بتحديد السلسلة الزمنية المصححة بعد إزالة هذه المركبة بطريقة النسب الموسمية ؟

(10^5)

	الثلاثي الأول	الثلاثي الثاني	الثلاثي الثالث	الثلاثي الرابع
1998	14	20	44	21
1999	10	19	64	32
2000	12	12	68	29
2001	7	18	60	36
2002	6	11	64	50

- تبين السلسلة الزمنية التالية تطور مبيعات سلعة معينة خلال 5 سنوات، استعمل طريقة المعادلة الإنحدارية لتحديد شكل السلسلة الزمنية ؟

(10^5)

	الثلاثي الأول	الثلاثي الثاني	الثلاثي الثالث	الثلاثي الرابع
1998	14	20	44	21
1999	10	19	64	32
2000	12	12	68	29
2001	7	18	60	36
2002	6	11	64	50

الفصل الثالث : أهم النماذج القياسية المستخدمة في المالية

1– النماذج الإنحدارية : تحليل الانحدار من أكثر الأدوات المستعملة في التحليل القياسي فهو يهتم بوصف وتقييم العلاقة بين متغير (عادة يسمى المتغير التابع) و واحد أو أكثر لمتغيرات أخرى (تسمى عادة المتغيرات المفسرة أو المتغيرات المستقلة) ويرمز للمتغير المفسر بـ y والمتغيرات المفسرة بـ $x_1 \ x_2 \ x_3 \ldots x_n$.

وكلمة انحدار استخدمت من قبل (Sir Francis Galton) من إنجلترا و الذي كان يدرس العلاقة بين طول الأبناء وطول الآباء والذي لاحظ أن الطول يميل إلى المعدل، مع أن الآباء الطوال يكون أبنائهم طوال والآباء القصار يميل أبنائهم لأن يكونوا قصارا، أي أن هناك ميل عند الأبناء للمعدل (انحدار نحو المعدل).

وبالعودة إلى الرموز التي استخدمناها حيث رمزنا للمتغير المفسَر بـ Y والمتغيرات المفسرة بـ $X_1 \ldots X_n$ ، $X_2 \ X_3$ ، إذا كانت $k=1$ ، أي إن هناك متغير مستقل واحد فقط من المتغيرات المفسرة (x واحدة فقط) يعرف هذا بالانحدار البسيط (مثال : Y = المبيعات ، X = نفقات الإشهار).

وإذا كانت $k \geq 2$ آي أن هناك اكثر من x واحد و متغير مستقل، نحصل على ما يعرف بالانحدار المتعدد (مثال : Y = استهلاك الأسرة، X_1 = دخل الأسرة، X_2 = الأصول المالية للأسرة، X_3 = حجم الأسرة)

و إذا افترضنا أن المتغيرات X هي المتغيرات التي تؤثر على المتغير Y، فهناك العديد من المصطلحات التي يمكن أن نطلقها على Y , X ، فنجد :

- المتغيرات X يطلق عليها اسم : مًتنبأ، مفسر، مستقل، مسبب، خارجي، المتغير المتحكم.
- المتغيرات Y نجد (التسميات مقابلة مباشرة للأسماء الخاصة بالمتغير X): متَنبأ به ، مفَسر ، تابع ، متأثر ، داخلي ، المتغير الهدف.

كل من هذه المصطلحات يستخدم حسب الغرض من تحليل الانحدار فالمصطلح الأول يستخدم في عملية التنبؤ بينما المصطلحات الأخرى تستخدم في مناقشة الانحدار، أما المصطلح خارجي وداخلي تستخدم فقط من قبل القياسيين، بينما المصطلح الأخير يستخدم في التجارب الخاصة بدراسة تأثير مسببات معينة على متغير مستهدف.

وتنقسم النماذج الانحدارية إلى عدة أنواع فنجد الانحدار الخطي و الانحدار غير الخطي، و الانحدار البسيط و الانحدار المتعدد، وتحدد درجة الخطية على أساس درجة العلاقة المرد قياسها، ففي حالة الانحدار الخطي تكون المعادلة الممثلة للعلاقة من الدرجة الأولى، وفي حالة غير الخطي تكون المعادلة من الدرجة غير الأولى (معادلة لوغارتمية أو أسية ....إلخ) ، وقبل تقدير العلاقة بين المتغير التابع و المتغير المستقل (أو المتغيرات المستقلة) يجب أولا البحث عن أنسب الصيغ الرياضية التي تعبر عن هذه العلاقة و ذلك بالتعرف على الشكل البياني لها، فإذا كانت الصيغة المختارة غير خطية نقوم بتحويلها إلى صيغة خطية لإجراء عملية التقدير و ذلك باستخدام وحدات اللوغاريتم الطبيعي.

ويمكن ملاحظة مختلف الصيغ الرياضية في الجدول التالي و ذلك باستخدام معادلة ذات متغير مستقل واحد

الجدول رقم (02) : مقارنة بين الصيغ الرياضية لمختلف النماذج الانحدارية

نوع الصيغة	الصيغة غير الخطية	الصيغة الخطية
الصيغة الخطية	/	$Y = ß_0 + ß_1 X$
الصيغة العكسية	/	$Y = ß_0 + ß_1 (1/X)$
الصيغة التربيعية	/	$Y = ß_0 + ß_1 X + ß_2 X^2$
الصيغة اللوغارتمية المزدوجة	$Y = ß_0 + X^{ß1}$	$\ln Y = \ln ß_0 + ß_1 \ln X$
الصيغة نصف اللوغارتمية	$e^Y = e^{ß0} X^{ß1}$	$Y = ß_0 + ß_1 \ln X$
الصيغة الأسية	$Y = e^{ß0+ß1X}$	$\ln Y = ß_0 + ß_1 X$

المصدر : (أموري هادي كاظم الحسناوي، 2002، صفحة 60)

1-1- تقديم وصياغة وتقدير النموذج الخطي البسيط : في هذه المرحلة سنتطرق الى أهم العناصر الأساسية التي من أجلها يتم بناء وصياغة نموذج خطي بسيط :

1-1-1- تعريف النموذج الخطي البسيط : هو عبارة عن علاقة دالية من الدرجة الأولى تربط متغيرين مأخوذين من واقع اقتصادي أو اجتماعي معين خلال فترة محددة، احدهما تابع نرمز له بـ Y و الثاني مستقل نرمز له بـ X بحيث يتم إيجاد معالم الدالة الخطية (ثوابتها) بعدة طرق أهمها طريقة المربعات الصغرى العادية.

و العلاقة الموجودة بين المتغيرين Y و X يمكن كتابتها من الشكل : (Rachid BENDIB، 2001، صفحة 32)

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$$

حيث تمثل: $\alpha ; \beta$ معاملات الانحدار، u : الخطأ العشوائي

2-1-1- تقدير معالم النموذج الخطي البسيط : هناك عدة طرق لتقدير معاملات معادلة الانحدار أهمها طريقة المربعات الصغرى العادية (MCO) ، حيث تعتمد هذه الطريقة في الحصول على مقدرات الانحدار β،α بحيث يتم تصغير مجموع مربعات البواقي إلى أدني قيمه لها وبعد ذلك يشرع في الحصول على المعاملات المقدرة حيث نرمز لـ (a) بالمعلمة المقدرة لـ α، و (b) بالمعلمة المقدرة لـ β

وللقيام بعملية التقدير بطريقة المربعات الصغرى العادية يجب الارتكاز على بعض الفرضيات الأساسية منها : (John Johnston، 1991، صفحة 28)

1 – أن تكون العلاقة خطية بين المتغير التابع والمتغير المستقل

2 - $E(u)=0$: وســـط التوزيع الاحتمالي الخاص بالمتغير العشوائي تساوي الصفر أي أن قيم u تتمركز حول الصفر.

3- $V(u) = \sigma^2$: تباين التوزيع الاحتمالي الخاص بالعناصر العشوائية u يساوي قيمه ثابتة وموجبة.

4- استقلالية الخطأ العشوائي: أي أنها مستثقله عن بعضها $COV(u_i , u_j) = 0$

5- عدم وجود ارتباط بين المتغير المستقل والمتغير العشوائي $COV(X_i , u_j) = 0$

6- التوزيع الطبيعي للخطأ العشوائي $u_i \sim N(0, \sigma^2)$

وتعتبر طريقة المربعات الصغرى العادية من أهم طرق التقدير حيث تهدف الى تصغير مربعات الفروق بين القيم الحقيقية والقيم المقدرة للمتغير التابع.

و انطلاقا من النموذج الخطي البسيط :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$$

لدينا النموذج المقدر يكتب من الشكل :

$$\hat{Y}_i = a + bX_i$$

وبالتالي يمكن كتابة المعادلة الخاصة بالبواقي من الشكل التالي :

$$e_i = (Y_i - \hat{Y}_i)$$

$$e_i = Y_i - (a + bX_i)$$

ومن أجل أن تكون مجموع مربعات البواقي أصغر ما يمكن، يجب أن تكون المشتقات الجزئية على النحو التالي :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\sum e_i^2)}{\partial a} = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial(\sum e_i^2)}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

- **تقدير المعلمة (a) :** لتقدير المعلمة (a) نرتكز على المشتقات الجزئية $\dfrac{\partial(\sum e_i^2)}{\partial a} = 0$ حيث :

$$\frac{\partial(\sum e_i^2)}{\partial a}=\frac{\partial(\sum(Y_i-a-bX_i)^2}{\partial a}=0$$
$$\Rightarrow -2\sum(Y_i-a-bX_i)=0$$
$$\Rightarrow -2\sum e_i=0$$
$$\Rightarrow \sum e_i=0$$
$$\Rightarrow \sum(Y_i-a-bX_i)=0$$
$$\Rightarrow \sum Y_i-\sum a-b\sum X_i=0$$
$$\Rightarrow \sum Y_i-na-b\sum X_i=0$$
$$\Rightarrow \frac{\sum Y_i}{n}-\frac{na}{n}-b\frac{\sum X_i}{n}=0$$
$$\Rightarrow \bar{Y}-a-b\bar{X}=0$$
$$\boxed{\Rightarrow a=\bar{Y}-b\bar{X}}$$

- **تقدير المعلمة (b) :** لتقدير المعلمة (b) نرتكز على المشتقات الجزئية $\frac{\partial(\sum e_i^2)}{\partial b}=0$ حيث :

$$\frac{\partial(\sum e_i^2)}{\partial b}=\frac{\partial(\sum(Y_i-a-bX_i)^2}{\partial b}=0$$
$$\Rightarrow -2X_i\sum(Y_i-a-bX_i)=0$$

نقوم بقسمة الطرفين على (-2) :

$$\Rightarrow X_i\sum(Y_i-a-bX_i)=0$$
$$\Rightarrow \sum(X_iY_i)-a\sum X_i-b\sum X_i^2=0$$

نقوم بتعويض قيمة (a) في المعادلة حيث :

$$a=\bar{Y}-b\bar{X}$$
$$\Rightarrow \sum(X_iY_i)-\bar{Y}\sum X_i+b\bar{X}\sum X_i-b\sum X_i^2=0$$

نقوم بقسمة الطرفين على (n) :

$$\Rightarrow \frac{\sum(X_iY_i)}{n} - \frac{\bar{Y}\sum X_i + b\,\bar{X}\sum X_i}{n} - b\frac{\sum X_i^2}{n} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sum(X_iY_i)}{n} - \frac{\sum X_i}{n}(\bar{Y} - b\,\bar{X}) = b\frac{\sum X_i^2}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{\sum(X_iY_i)}{n} - \bar{X}\,\bar{Y} + b\,\bar{X}^2 = b\frac{\sum X_i^2}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{\sum(X_iY_i)}{n} - \bar{X}\,\bar{Y} = b\left(\frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2\right)$$

$$\Rightarrow b = \frac{\frac{\sum(X_iY_i)}{n} - \bar{X}\,\bar{Y}}{\left(\frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2\right)}$$

نقوم بضرب الطرفين في (n) لنتحصل على قيمة المعلمة المقدرة (b) :

$$\boxed{\Rightarrow b = \frac{\sum X_iY_i - n\,\bar{X}\,\bar{Y}}{\sum X_i^2 - n\,\bar{X}^2}}$$

وبالتالي يمكن كتابة النموذج الخطي البسيط المقدر من الشكل التالي :

$$\boxed{\hat{Y}_i = a + bX_i}$$

- **التقدير حول نقطة المتوسط :** تعتمد هذه الطريقة في تقدير معلمات النموذج بالإعتماد على انحرافات قيم المتغير المستقل والتابع عن وسطيهما الحسابي، ويمكن كتابة قيمة المعلمة المقدرة (b) على النحو التالي : (جلاطو جيلالي، 2009، صفحة 16)

$$\boxed{b = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum X_iY_i - n\,\bar{X}\,\bar{Y}}{\sum X_i^2 - n\,\bar{X}^2}}$$

ويمكن البرهان على هذه المساواة على النحو التالي :

$$b=\frac{\sum(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sum(X_i-\bar{X})^2}=\frac{\sum(X_iY_i-X_i\bar{Y}-\bar{X}Y_i+\bar{X}\bar{Y})}{\sum(X_i^2-2X_i\bar{X}+\bar{X}^2)}$$

$$=\frac{\sum X_iY_i-\sum X_i\bar{Y}-\bar{X}\sum Y_i+\sum\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2-2\sum X_i\bar{X}+\sum\bar{X}^2}$$

$$=\frac{\sum X_iY_i-n\bar{X}\bar{Y}-\bar{X}n\bar{Y}_i+n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2-2n\bar{X}^2\bar{X}+n\bar{X}^2}$$

$$b=\frac{\sum X_iY_i-n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2-n\bar{X}^2}$$

اذا افترضنا أن :

$$x_i=(X_i-\bar{X})$$

$$y_i=(Y_i-\bar{Y})$$

فيمكن كتابة قيمة المعلمة المقدرة (b) على النحو التالي :

$$\boxed{b=\frac{\sum(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sum(X_i-\bar{X})^2}=\frac{\sum x_iy_i}{\sum x_i^2}}$$

كما يمكن كتابة قيمة المعلمة المقدرة (b) بدلالة التباين المشترك COV(X,Y) والتباين V(X) على النحو التالي :

$$\boxed{b=\frac{\sum(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sum(X_i-\bar{X})^2}=\frac{COV(X,Y)}{V(X)}}$$

1-2-1- المميزات العددية والخصائص الإحصائية للمعلمات المقدرة :

1-2-1-1- المميزات العددية للمعلمات المقدرة : في هذه الحالة نقتصر على التوقع الرياضي والتباين للمعلمات المقدرة أي : E(a)،E(b)، V(a)، V(b)K ، مع العلم أن كل من (a) و (b) هي مقدرات (α) و (β).

ودون التطرق الى البراهين الرياضية الخاصة بكل من خطوات الوصول الى نتائج التوقع الرياضي والتباين لكل من المعلمات المقدرة، وفي هذه الحالة نجد المميزات العددية للمعلمات المقدرة على النحو التالي : (John Johnston، 1991، صفحة 30)

- ✓ $E(b) = \beta$
- ✓ $$V(b) = \frac{\delta^2}{\sum x_i^2}$$
- ✓ $E(a) = \alpha$
- ✓ $$V(a) = \delta^2\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum x_i^2}\right)$$
- ✓ $$COV(a,b) = -\frac{\delta^2 \bar{X}}{\sum x_i^2}$$

كما نستطيع القول أن من بين المميزات العددية للمعلمات المقدرة a و b نجد أنها تتبع التوزيع الطبيعي :

$$a \longrightarrow N(E(a),V(a))$$
$$b \longrightarrow N(E(b),V(b))$$

1-2-1-2- الخصائص الإحصائية للمعلمات المقدرة : من بين أهم الخصائص الإحصائية التي تتميز بها مقدرات المربعات الصغرى العادية نجد:

أ) عدم التحيز: نقول أن مقدرات (م ص ع) هي مقدرات لديها خاصية عدم التحيز إذا كانت على النحو التالي:

- ✓ a مقدرة غير متحيزة للمعلمة α أي أن :

$$E(a) = \alpha$$

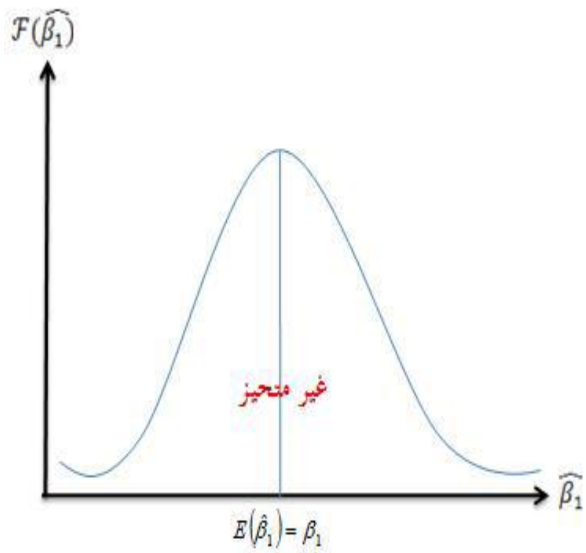
- ✓ أو بمعنى آخر متوسـط a= α ، إذا جمعت عينات كثيرة وفي كل عينه نحسب a يتم أخذ المتوسط، ذلك المتوسـط نظريا يجب أن يتساوى مع المعلمة الحقيقية.
- ✓ و نفس الشيء بالنسبة لـ b مقدرة غير متحيزة للمعلمة β إذا كان

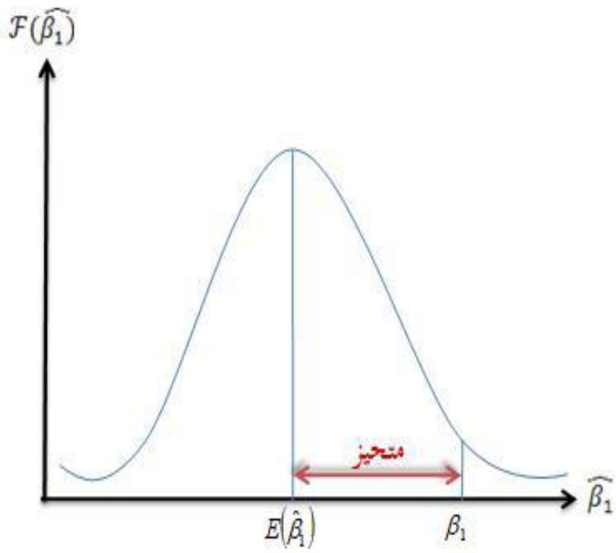
$$E(b) = \beta$$

أي أن توقع b يجب أن يسـاوي المعلمة الحقيقية بمعنى آخر متوسـط قيم b تساوي القيمة الحقيقية للمعلمة β.

ويوضح الشكل التالي حالة المقدار غير المتحيز والمقدار المتحيز :

الشكل رقم (07): المقدار المتحيز والمقدار غير المتحيز





المصدر : (عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، 2000، صفحة 179)

ب) الكفاءة (أدنى تباين): هذه الخاصية لها أهمية بالغة في الاقتصاد القياسي لأن أدني تباين يعتبر مؤشــر إلى دقة القياســات، حيث هناك علاقة عكسية بين التباين ودقة القياسات كلما زاد التباين كلما انخفضت دقة القياسات وكلما قل ارتفعت دقة القياسات، و بالتالي فان مقدرات (م ص ع) a و b هي مقدرات تمتلك أدني تباين مقارنة بمقدرات أخرى تقاس بطريقه مختلفة عن (م ص ع)، وبالتالي نستطيع القول أن المقدار الكفؤ هو ذو أصغر تباين

أي: $V(a) \longrightarrow Min$

$V(b) \longrightarrow Min$

ج) الإتساق : نقول أن المعلمات المقدرة هي معلمات متسقة إذا تحققت مايلي :

$\text{Lim } E(a)= \alpha$ ، $\text{Lim } E(b)= \beta$ عندما $n \longrightarrow \infty$.

وتباين المعلمة المقدرة يقترب الى الصفر أي :

$\text{Lim } V(a)= 0$ ، $\text{Lim } V(b)= 0$ عندما $n \longrightarrow \infty$.

وبالتالي نستطيع القول أن استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية (M.C.O) في التقدير راجع الى أن مقدرها هو أفضل مقدر خطي غير متحيز ومبررات استخدامها راجع الى الخصائص المذكورة سابقا والمتمثلة في عدم التحيز والكفاءة والاتساق.

1-1-3- دراسة صلاحية النموذج : لدراسة صلاحية النموذج نرتكز على الأدوات الاحصائية التالية :

- معامل الإرتباط (R)
- معامل التحديد (R^2)
- إختبار معنوية المعلمات المقدرة (إختبار ستيودنت (Test de Student)

1-1-3-1- معامل الإرتباط (r) : قبل التطرق الى معامل الارتباط سنقوم بتعريف الارتباط بصفة عامة والذي هو عبارة عن تعيين طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين أو عدمها، أما معامل الارتباط فهو المؤشر الذي يتم من خلاله تعيين طبيعة وقوة هذه العلاقة بين المتغيرين.

ويمكن أن نجد نوعين من الإرتباط بين المتغيرين :

- الإرتباط الموجب (الطردي) : وهو عبارة عن علاقة بين متغيرين (x,y) بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في نفس الإتجاه .

- الإرتباط السالب (العكسي) : وهو عبارة عن علاقة بين متغيرين (x,y) بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في الاتجاه المعاكس .

أ- قياس الإرتباط : لقياس الارتباط نستخدم معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز (r) والذي هو عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين حيث تتراوح قيمته ما بين : (+1) و (-1)، وتدل إشارة المعامل الموجبة على العلاقة الطردية أما الاشارة السالبة فتدل على العلاقة العكسية.

والجدول التالي يوضح أنواع الارتباط واتجاه العلاقة لكل نوع :

الجدول رقم (03): قياس الارتباط

قيمة معامل الارتباط	التفسير
1+	إرتباط طردي تام
من 0.70 الى غاية 0.99	إرتباط طردي قوي
من 0.50 الى غاية 0.69	إرتباط طردي متوسط
من 0.01 الى غاية 0.49	إرتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط

المصدر : (عايد كريم عبدعون الكناني، 2014، صفحة 17)

ملاحظة : وما قيل عن الارتباط الطردي ينطبق على الارتباط العكسي (مع وضع اشارة سالبة).
ولتحديد أسلوب القياس نجد أيضا أه هناك علاقة بين نوع المعطيات ومعامل الإرتباط المستخدم حسب الجدول التالي:

الجدول رقم (04) : قياس الارتباط من خلال نوع البيانات

نوع المتغير الأول	نوع المتغير الثاني	معامل الإرتباط الأنسب
كمي	كمي	بيرسون (Pearson)
رتبي (الزمن)	كمي	سبيرمان (Spearman)
كيفي	كيفي	سبيرمان (Spearman)

المصدر : (عايد كريم عبدعون الكناني، 2014، صفحة 25)

ب- معامل الإرتباط (r) لبيرسون (Pearson) : هو من أكثر معاملات الارتباط استخداما وخاصة في القياس الكمي، ومستوى القياس المطلوب عند تطبيق معامل بيرسون (Pearson) للإرتباط أن تكون بيانات كلا المتغيرين (الظاهرتين المدروستين) بيانات كمية.

ويمكن حساب معامل بيرسون (Pearson) بدلالة بيانات المتغيرين (x,y) وباستخدام الصيغة التالية :

$$r(x,y)=\frac{\sum(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i-\bar{X})^2}\sqrt{\sum(Y_i-\bar{Y})^2}}$$

$$r(x,y)=\frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\sum x^2{}_i}\sqrt{\sum y^2{}_i}}$$

حيث :

$$x_i=(X_i-\bar{X})$$

$$y_i=(Y_i-\bar{Y})$$

كما يمكن كتابة معامل الرتباط (r) بدلالة معامل التقدير (b) على النحو التالي :
لدينا :

$$b = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x^2{}_i}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{b \frac{\sum x_i y_i}{\sum y^2{}_i}}$$

<u>تـــمرين تطبيقي:</u>

ترغب إحدى المؤسسات الإقتصادية في دراسة العلاقة بين المبيعات ونفقات الإشهار، وتم لهذا الغرض جمع البيانات الاتية:

الوحدة : 10^6 دج

السنة	نفقات الإشهار	المبيعات
2009	4	44
2010	5	42
2011	6	52
2012	6	48
2013	7	50

السنة	نفقات الإشهار	المبيعات
2014	8	60
2015	7	58
2016	9	62
2017	8	64
2018	10	70

المطلوب :

1 - من خلال العلاقة الجدلية بين المتغيرين، حدد المتغير التابع (y) والمتغير المستقل (x).
2 - قدر معلمات النموذج الخطي البسيط $y_t=\alpha+\beta x_t+\varepsilon_t$ (معادلة الانحدار لـ y على x) بطريقة المربعات الصغرى العادية (M.C.O) ؟
3 - قدر قيمة المبيعات إذا كانت نفقات الإشهار 000 000 16 دج
4 - بكم تزيد قيمة المبيعات إذا زادت قيمة نفقات الإشهار بمليون دج ؟
5 - أحسب معامل الإرتباط لبيرسون (Pearson) بين المبيعات و نفقات الإشهار، وما مدى قوة العلاقة الخطية ؟

- جدول الحسابات الخاص بمعادلة الإنحدار :

السنوات	نفقات الإشهار X	المبيعات Y	X*Y	X^2
2005	4	44	176	16
2006	5	42	210	25
2007	6	52	312	36
2008	6	48	288	36
2009	7	50	350	49
2010	8	60	480	64
2011	7	58	406	49
2012	9	62	558	81
2013	8	64	512	64
2014	10	70	700	100
المجموع	**70**	**550**	**3992**	**520**

المتوسط	**7**	**55**

- جدول الحسابات الخاص بمعامل الإرتباط :

السنوات	نفقات الإشهار X	المبيعات Y	$(X-\bar{X})$	$(Y-\bar{Y})$	total $(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})$	$(X-\bar{X})^2$	$(Y-\bar{Y})^2$
2005	4	44	-3	-11	33	9	121
2006	5	42	-2	-13	26	4	169
2007	6	52	-1	-3	3	1	9
2008	6	48	-1	-7	7	1	49
2009	7	50	0	-5	0	0	25
2010	8	60	1	5	5	1	25
2011	7	58	0	3	0	0	9
2012	9	62	2	7	14	4	49
2013	8	64	1	9	9	1	81
2014	10	70	3	15	45	9	225
المجموع	**70**	**550**	**0**	**0**	**142**	**30**	**762**

1-1-3-2- معامل التحديد (R^2) : وهو عبارة عن معامل يقيس القدرة التفسيرية للنموذج أو بعبارة أخرى هو عبارة عن نسبة تفسيرية تبين مدى تفسير المتغير المستقل للمتغير التابع، ويعتبر هذا المعامل جد مهم في دراسة صلاحية النموذج المقدر، ومراحل حسابه ترتكز على تحديد مجموع المربعات : (جلاطو جيلالي، 2009، صفحة 31)

- مجموع المربعات الكلية (SCT).
- مجموع المربعات التفسيرية (SCE).
- مجموع مربعات البواقي (SCR).

ولتحديد مجموع المربعات لدينا :

$$e_i = y_i - bx_i$$

حيث :

$$x_i = (X_i - \bar{X})$$

$$y_i = (Y_i - \bar{Y})$$

$$(e_i)^2 = (y_i - bx_i)^2$$

$$e_i^{\,2} = y_i^{\,2} - 2bx_i y_i + b^2 x_i^{\,2}$$

$$\sum e_i^{\,2} = \sum y_i^{\,2} - 2b\sum x_i y_i + b^2 \sum x_i^{\,2}$$

$$\Rightarrow \sum y_i^{\,2} = 2b\sum x_i y_i - b^2 \sum x_i^{\,2} + \sum e_i^{\,2}$$

ولدينا :

$$b = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x^2{}_i}$$

وبالتالي يصبح لدينا :

$$\sum y_i^{\,2} = 2\frac{(\sum x_i y_i)^2}{\sum x_i^{\,2}} - \frac{(\sum x_i y_i)^2}{\sum x_i^{\,4}}.\sum x_i^{\,2} + \sum e_i^{\,2}$$

$$\Rightarrow \sum y_i^{\,2} = 2\frac{(\sum x_i y_i)^2}{\sum x_i^{\,2}} - \frac{(\sum x_i y_i)^2}{\sum x_i^{\,2}} + \sum e_i^{\,2}$$

$$\Rightarrow \sum y_i^{\,2} = \frac{(\sum x_i y_i)^2}{\sum x_i^{\,2}} + \sum e_i^{\,2}$$

$$\Rightarrow \sum y_i^{\,2} = b\sum x_i y_i + \sum e_i^{\,2}$$

$$\boxed{\Rightarrow SCT = SCE + SCR}$$

ولدينا معامل الإرتباط يكتب من الشكل التالي :

$$r(x,y)=\frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\sum x^2{}_i}\sqrt{\sum y^2{}_i}}$$

وبالتالي :

$$r^2(x,y)=\frac{(\sum x_i y_i)(\sum x_i y_i)}{\sum x^2{}_i \sum y^2{}_i}$$

$$\Rightarrow r^2=b\frac{(\sum x_i y_i)}{\sum y^2{}_i}$$

$$\boxed{\Rightarrow r^2\sum y^2{}_i=b\sum x_i y_i}$$

ومن خلال المعادلة الخاصة بمجموع المربعات الكلية (SCT=SCE+SCR) تصبح لدينا المعادلة من الشكل التالي والتي من خلالها يتم تحديد معامل التحديد (R^2):

$$\sum y_i{}^2=b\sum x_i y_i+\sum e_i{}^2$$

$$\Rightarrow \sum y_i{}^2=r^2\sum y_i{}^2+\sum e_i{}^2$$

$$\Rightarrow r^2=\frac{\sum y_i{}^2-\sum e_i{}^2}{\sum y_i{}^2}$$

$$\Rightarrow r^2=\frac{SCT-SCR}{SCT}$$

$$\boxed{\Rightarrow r^2=1-\frac{SCR}{SCT}=\frac{SCE}{SCT}}$$

1-1-3-3- إختبار معنوية المعلمات المقدرة بالنسبة للنموذج الخطي البسيط : في هذه الحالة نستخدم اختبار ستيودنت (Student) لقياس معنوية المعلمات المقدرة .

- إختبار ستيودنت (Test de Student) : يبين اختبار ستيودنت (T) مدى معنوية المعلمات المقدرة، ولهذا الإختبار قيمتين :

- قيمة محسوبة نرمز لها بالرمز (t_c)
- قيمة مجدولة نرمز لها بالرمز (t_{tab})

أ) القيمة المحسوبة (t_c) : وتعتمد على قيمة المعلمة المقدرة a و b وانحرافهما المعياري، ونقوم بحساب (t_c) على النحو التالي :

$$t_{c(a)} = \frac{a}{\delta_a}$$

$$t_{c(b)} = \frac{b}{\delta_b}$$

حيث من بين المميزات العددية للمعلمتين a وb نجد :

$$\delta_a = \sqrt{V(a)}$$

$$\Rightarrow V(a) = V(\varepsilon_i)(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{V(X)}$$

$$\delta_b = \sqrt{V(b)}$$

$$\Rightarrow V(b) = \frac{V(\varepsilon_i)}{\sum x_i^2} = \frac{V(\varepsilon_i)}{V(X)}$$

حيث :

$$V(\varepsilon_i) = \frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}$$

أ) القيمة المجدولة (t_{tab}) : وتعتمد على مستوى المعنوية وعدد درجات الحرية:

- مستوى المعنوية : فهو يحدد من طرف الباحث حسب أهمية الدراسة ولدينا عادة مستوى معنوية (α) تحدد ب : 1 % ، 5 % ،10 % ويسمى باحتمال الخطأ، أما الإحتمال المعاكس ونرمز له بالرمز (α -1) فيسمى بمستوى الثقة (99 % ، 95 % ،90 %) وعادة ما تتم الدراسات الاحصائية عند مستوى معنوية α = 5% اي مستوى ثقة يقدر بـ 95%=(1-α) .

- درجة الحرية : فهي عبارة عن الفرق بين حجم العينة وعدد المعلمات المقدرة (n-k) أي حجم العينة مطروح منه عدد القيود أو المعالم التي يتم تقديرها .

مثال : ليكن لدينا 03 أعداد شرط أن يكون مجموعها يساوي 10 وبالتالي الباحث له الحق في اختيار الرقم الأول والثاني (مثلا : 3+2) ولكن الرقم الأخير يجب ان يكون يساوي 5 (قيد) ، وبالتالي لدينا حرية اختيار رقمين فقط (2) ، اي درجة الحرية تساوي حجم العينة (أعداد3=n) مطروح منه عدد القيود (في هذا المثال لدينا قيد واحد فقط (1) وبالتالي : درجة الحرية هي n-1 = 3-1= 2

- إختبار الفرضيات الخاص بمعنوية المعلمات المقدرة : إن اختبار الفرضيات في الاستدلال الاحصائي ينتج عنه اتخاذ القرار (القبول أو الرفض) بالنسبة للفرضية، ويرمز للفرضية الاحصائية بالرمز (H) حيث لدينا :

$$\begin{cases} H_0: \text{فرضية العدم (الصفرية)} \\ H_1: \text{الفرضية البديلة} \end{cases}$$

ومن أجل القيام باختبار الفرضيات نحتاج الى الخطوات التالية :

- ✓ تحديد الفرضيات
- ✓ تحديد قاعدة القرار
- ✓ حساب القيمة الإسمية (t_c)
- ✓ حساب القيمة المجدولة (t_{tab})
- ✓ إتخاذ القرار

- تحديد الفرضيات : صياغة الفرضيات الخاصة بدراسة معنوية المعلمات المقدرة تكون من الشكل التالي والخاصة بالثابت والميل :

$$\begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \ ; \ \beta = 0 \\ H_1 : \alpha \neq 0 \ ; \ \beta \neq 0 \end{cases}$$

- تحديد قاعدة القرار : في هذه الحالة نرتكز على دالة التوزيع لستيودنت والتي تعتبر دالة متناظرة وبالتالي تحديد منطقة الرفض والقبول يكون من الشكل التالي :

- إذا كانت: $t_{tab} < /t_c/$ ⟵ نرفض H_0 ونقبل H_1

- إذا كانت: $t_{tab} > /t_c/$ ⟵ نقبل H_0 ونرفض H_1

- حساب القيمة الإسمية (t_c) : لحساب القيمة الاسمية لكل من المعلمتين المقدرتين a و b نستخدم العلاقة الحسابية التي تطرقنا اليها سابقا على النحو التالي :

$$t_{c(a)} = \frac{a}{\delta_a}$$

$$t_{c(b)} = \frac{b}{\delta_b}$$

- حساب القيمة الجدولية (t_{tab}) : وهي قيمة يتم استخراجها من الجول الإحصائي الخاص بتوزيع ستيودنت حيث :

$$t_{tab} = t_{(\alpha/2\ ;n-2)}$$

- إتخاذ القرار : وبالارتكاز على قاعدة القرار حيث إذا كانت :

- إذا كانت: $/t_c/ > t_{tab}$ ⟵ نرفض H_0 ونقبل H_1 أي نقبل فرضية $H_1 : \alpha \neq 0\ ;\ \beta \neq 0$ وبالتالي نقول أن المعلمات المقدرة لها معنوية (النموذج مقبول احصائيا) .
- إذا كانت: $/t_c/ < t_{tab}$ ⟵ نقبل H_0 ونرفض H_1 أي نقبل فرضية $H_0 : \alpha = 0\ ;\ \beta = 0$ وبالتالي نقول أن المعلمات المقدرة ليس لها معنوية (النموذج غير مقبول احصائيا) .

4-1-1- التنبؤ : بعد القيام بالمراحل السابقة الذكر والخاصة بصياغة وبناء نموذج خطي بسيط والقيام بعملية التقدير ودراسة صلاحية النموذج المقدر، تأتي في المرحلة الأخيرة عملية التنبؤ وذلك بايجاد قيم المتغير التابع Y بتغيير قيم المتغير المستقل X ، واذا ارتكزنا على النموذج الخطي البسيط ولنفترض أننا نعرف القيمة المستقبلية لـX في فترة التنبؤ ونرمز لها بالرمز X_{t+h} فاذا فرضنا أن البناء الهيكلي للمعادلة لا يتغير في المستقبل، تكون قيمة المتغير التابع Y في هذه الفترة t+h كما يلي : (محمد شيخي، 2010-2011، صفحة 22)

$$Y_{t+h} = \alpha + \beta X_{t+h} + u_{t+h}$$

حيث h يسمى أفق التنبؤ و Y_{t+h} يعبر عن التنبؤ النظري و t تعبر عن حجم العينة (t=1,2……T) ومن خلال هذا النموذج المستخدم في التنبؤ بالقيمة Y يجب الإعتماد على المعلمات المقدرة لـ α و β وهما على التوالي a و b لكي نقوم بتقدير القيمة Y_{t+h} حيث أن هذه القيمة هي وسط Y الموافق لـ Y_{t+h} أي :

$$E(Y_t) = \alpha + \beta X_t$$
$$E(Y_{t+h} X_{t+h}) = \alpha + \beta X_{t+h}$$

بالإضافة الى أن الخطأ العشوائي u_{t+h} هو متغير عشوائي غير مشاهد، ولهذا بعد تقدير α و β و تقدير القيمة Y_{t+h} حيث أن هذه القيمة هي وسط Y الموافق لـ Y_{t+h} فيكون المقدر الطبيعي للتنبؤ من الشكل التالي :

$$\hat{Y}_t(h) = a + bX_{t+h}$$

ويعتبر هذا المقدر والذي يسمى بالتنبؤ التقديري هو مقدر غير متحيز لـ $E(Y_{t+h} X_{t+h})$ ويسمى بأفضل تنبؤ خطي غير متحيز .

– مثال تطبيقي : نتائج التقدير المستخرجة من برنامج EVIEWS

Dependent Variable: GDPPCDZA
Method: Least Squares
Date: 04/06/16 Time: 23:26
Sample: 1980 2014
Included observations: 35

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.053760	2.657290	1.149201	0.2587
EAIDZA	2.052792	0.709840	2.891910	0.0069

R-squared	0.353878	Mean dependent var	0.697432
Adjusted R-squared	0.385701	S.D. dependent var	2.525127
S.E. of regression	2.532315	Akaike info criterion	4.751590
Sum squared resid	211.6164	Schwarz criterion	4.840467
Log likelihood	81.15282	Hannan-Quinn criter.	4.782270
F-statistic	0.807256	Durbin-Watson stat	0.974278
Prob(F-statistic)	0.375442		

– الدراسة القياسية : من خلال جدول التقدير يمكن استخراج النموذج الخطي البسيط المقدر على النحو التالي :

$$\hat{GDPPC} = a + bEAIDZA$$

$$\hat{GDPPC} = 3.053760 + 2.052792EAIDZA$$

- دراسة صلاحية النموذج المقدر :
- معامل التحديد (R^2) : من خلال نتائج التقدير لدينا : $R^2 = 35.38\%$ وبالتالي نستطيع القول أن المتغير المستقل EAIDZA يفسر المتغير التابع GDPPC بنسبة 35.38% وهي نسبة تفسيرية ضعيفة نوعا ما.

- معامل الإرتباط (r) : من خلال معامل التحديد يمكن استخراج معامل الارتباط حيث :

$$r = \sqrt{R^2} = \sqrt{0.3538} = 0.59$$

وبالتالي من خلال معامل الارتباط نلاحظ وجود علاقة ارتباطية طردية متوسطة نوعا ما بين المتغيرين.
- دراسة معنوية المعلمات المقدرة عند مستوى معنوية 5% : في المرحلة الأولى نقوم باختبار معنوية الثابت من خلال الفرضيات التالية :

$$\begin{cases} H0 : C = 0 \\ H1 : C \neq 0 \end{cases}$$

ومن خلال النتائج المدرجة في جدول التقدير يمكن اختبار معنوية المعلمات بطريقتين، إما عن طريق إختبار ستيودنت الذي يركز على المقارنة بين القيمة المحسوبة والقيمة المجدولة (المدرجة في الملحق رقم 01) ، أو عن طريقة الإحتمالات حيث نجد الإحتمال الخاص بالثابت :

$$\Pr_{(c)} = 0.25$$
$$\Rightarrow \Pr_{(c)} \rangle 0.05$$

وبالتالي نقبل الفرضية H0 وبالتالي الثابت غير معنوي .
أما فيما يخص معنوية الميل (β) : فنقوم باختبار الفرضيات التالية :

$$\begin{cases} H0 : \beta = 0 \\ H1 : \beta \neq 0 \end{cases}$$

ومن خلال النتائج المدرجة في جدول التقدير يمكن اختبار معنوية المعلمات بطريقتين، إما عن طريق إختبار ستيودنت الذي يركز على المقارنة بين القيمة المحسوبة والقيمة المجدولة (المدرجة في الملحق رقم 01) ، أو عن طريقة الإحتمالات، وفي هذه الحالة يمكن أن نختار مثلا إختبار ستيودنت حيث نجد :

$$\left|t_{c(b)}\right| = 2.89 \succ t_{tab(0.025,33)} = 2.03$$

وبالتالي نرفض الفرضية H0 ونقبل الفرضية H1 أي المتغير المستقل معنوي.

ومن خلال دراستنا لصلاحية هذا النموذج نجد أن أن المتغير المستقل وحده لا يفسر بطريقة جيدة المتغير التابع وذلك من خلال معامل التحديد المتوصل اليه وبالتالي من الأحسن إضافة متغيرات مفسرة أخرى للنموذج، بالاضافة الى أن النموذج المقدر يكون بدون ثابت وذلك من خلال معنوية هذا الأخير (اي يجب تقدير النموذج بدون ثابت).

1-2- تقديم وصياغة وتقدير النموذج الخطي المتعدد:

1-2- 1- تعريف نموذج الإنحدار الخطي المتعدد: في الواقع الاقتصادي، لا يمكن الإستعانة بالنموذج الذي يحتوي على متغيرين احداهما تابع والآخر مستقل لتحليل ظاهرة اقتصادية، حيث أن هذه الأخيرة لا تفسر فقط بمتغير مستقل واحد، وإنما يجب إدماج جميع المحددات أو العوامل المؤثرة في الظاهرة لكي تكون الدراسة أكثر شمولية.

ويعتبر نموذج الإنحدار الخطي المتعدد (ويسمى أحيانا بالنموذج الخطي العام) امتدادا للنموذج الخطي البسيط، حيث أنه يتضمن أكثر من متغير مستقل واحد، ففي حالة النموذج الخطي البسيط كان الأمر يعتمد على متغيرين فقط احداهما تابع والآخر مستقل، أما في حالة النموذج المتعدد فيتضمن متغير تابع والعديد من المتغيرات المستقلة (أكثر من متغير مستقل واحد) .

1-2-2- الصياغة الرياضية للنموذج الخطي المتعدد : يرتكز النموذج الخطي المتعدد (العام) على افتراض وجود علاقة خطية بين المتغير التابع Y ومجموعة من المتغيرات المستقلة $X_1, X_2, \dots\dots\dots X_K$

و العلاقة الموجودة بين المتغير التابع Y و ومجموعة من المتغيرات المستقلة $X_1, X_2, \dots\dots\dots X_K$ ويعبر عن هذه العلاقة بالنسبة لـ n من المشاهدات و k من المتغيرات المستقلة بالشكل الآتي : (محمد شيخي، 2010-2011، صفحة 27)

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots\dots + \beta_k X_{ik} + u_i$$

حيث:

Y_i : يمثل المتغير التابع

$X_{i1}, X_{i2}, \dots\dots\dots X_{iK}$ تمثل المتغيرات المستقلة

β_0،β_1،...... β_k تمثل معالم النموذج.

ui هو عبارة عن الخطأ العشوائي

وفي واقع الأمر فان هذه المعادلة هي واحدة من جملة معادلات يبلغ عددها (n) تكون نظام المعادلات كالتالي :

$$\begin{gathered}
Y_1 = B_0 + B_0 X_{11} + B_2 X_{12} + \dots + B_K X_{1K} + U_1 \\
Y_2 = B_0 + B_1 X_{21} + B_2 X_{22} + \dots B_K X_{2K} + U_2 \\
\dots.\,.. \quad .. \quad .. \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad .. \\
Y_n = B_0 + B_1 X_{n1} + B_2 X_{n2} + \dots + B_K X_{nK} + U_n
\end{gathered}$$

هذه المعادلة تتضمن (k+1) من المعلومات المطلوب تقديرها علما بان الحد الأول منها (B_0) يمثل الحد الثابت

وهذا ما يتطلب اللجوء إلى المصفوفات لتقدير تلك المعلمات، عليه يمكن صياغة هذه المعادلات في صورة مصفوفات من الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1K} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2K} \\ . & . & . & \dots & . \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ . \\ B_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_0 \\ U_1 \\ . \\ U_n \end{bmatrix}$$

وباختصار يمكن كتابة هذا النظام على الشكل المصفوفي التالي :

$$Y = XB + U$$

حيث :

Y: متجه عمودي أبعاده (n×1) يحتوي مشاهدات المتغير التابع .

X : مصفوفة أبعادها (n × k+1) تحتوي على مشاهدات المتغيرات المستقلة ويحتوي عمودها الأول على قيم الواحد الصحيح ليمثل الحد الثابت .

B: متجه عمودي أبعاده ((K + 1) ×1) يحتوي على المعالم المطلوب تقديرها .

U: متجه عمودي أبعاده (n ×1) يحتوي على الأخطاء العشوائية .

1-2-3- فرضيات النموذج الخطي المتعدد : عند استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية (M.C.O) في تقدير معالم نموذج الانحدار الخطي المتعدد، فإنه يجب توفر الافتراضات الآتية : (John Johnston، 1991، صفحة 76)

- ✓ القيمة المتوقعة لمتجه حد الخطأ العشوائي تساوي صفرا أي أن $E(U_i) = 0$:

$$E(U_i) = E\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ . \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(U_1) \\ E(U_2) \\ . \\ E(U_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ 0 \end{bmatrix}$$

- ✓ تباين العناصر العشوائية ثابت وهي فرضية تجانس التباين (Homoscedasticity) والتباين المشترك بينها يساوي صفرا أي أن :

$$E(UU') = \sigma^2 I_n$$

$$E(UU') = E\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ . \\ U_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 & U2 & \dots & U_n \end{bmatrix}$$

$$= E\begin{bmatrix} U_1^2 & U_1U_2 & \dots & U_1U_n \\ U_2U_1 & U_2^2 & \dots & U_2U_n \\ . & . & . & . \\ U_nU_1 & U_nU_2 & \dots & U_n^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E(U_1^2) & E(U_1U_2) & .... & E(U_1U_n) \\ E(U_2U_1) & E(U_2^2) & .... & E(U_2U_n) \\ . & . & ..... & . \\ E(U_nU_1) & E(U_nU_2) & .... & E(U_n^2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{var}(U_1) & Cov(U_1U_2) & .... & Cov(U_1U_n0 \\ Cov(U_2U_1) & Var(U_2) & .... & Cov(U_2U_n) \\ . & . & .... & . \\ Cov(U_nU_1) & Cov(U_nU_2) & .... & Var(U_n) \end{bmatrix}$$

var (Ui) = E(U_i^2) = σ^2

Cov ($U_iU_j) = E(U_iU_j) = 0$, I # j

$$\text{E}(UU') = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & ...... & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & ...... & 0 \\ 0 & 0 & ...... & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

حيث أن : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_n^2$

$$= \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & ..... & 0 \\ 0 & 1 & ...... & 0 \\ 0 & 0 & ...... & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \sigma^2 In$$

وتسمى المصفوفة العددية أعلاه بمصفوفة التباين والتباين المشترك لحد الخطأ العشوائي (Ui) ، حيث تشكل العناصر القطرية في المصفوفة تباين قيم U بينما تبقى العناصر غير القطرية (أعلى واسفل القطر) مساوية للصفر لانعدام التباين المشترك والترابط بين قيم U_i .

- ✓ ليس هناك علاقة خطية تامة بين المتغيرات المستقلة، كما أن عدد المشاهدات يجب أن يكون أكبر من عدد المعلمات المطلوب تقديرها وهي الحالة التي تلغي الإرتباط الخطي بين المتغيرات المستقلة أي:

R (x) = k + 1 < n

حيث أن: (r) رتبة مصفوفة البيانات، (x) عدد المتغيرات المستقلة (k) مضاف اليه الواحد (1) الحد الثابت وهي اصغر من عدد المشاهدات (n) .

وهذه الفرضية ضرورية جدا لضمان أيجاد معكوس المصفوفة ($x'x$) , إذ أن انتفاء هذا الفرض يجعل رتبة المصفوفة (X) اقل من (K+1) وبالتالي فان رتبة ($x'x$) التي تستخدم في الحصول على مقدرات M.C.O بدورها اقل من (K+1) ولايمكن أيجاد معكوسها بسبب ما يسمى بمشكل الارتباط الخطي المتعدد وبالتالي لايمكن الحصول على مقدرات المربعات الصغرى العادية .

1-2-4- تقدير معالم النموذج الخطي المتعدد : وفي حالة توفر الفرضيات المذكورة أعلاه يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير معلمات النموذج الخطي المتعدد، وعلى هذا الأساس نرتكز على الصياغة الأولى للنموذج الخطي المتعدد من الشكل : (محمد شيخي، 2010-2011، صفحة 29)

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + ...+ \beta_k X_{ik} + u_i$$

ولغرض التقدير يمكن كتابة هذه المعادلة بصيغتها التقديرية باستخدام متغيرين مستقلين بالاضافة الى الثابت كآلاتي :

$$\hat{Y}_i = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_{i1} + \hat{B}_2 X_{i2}$$

والهدف هو الحصول على قيم كل من $\hat{B}_0, \hat{B}_1, \hat{B}_2$ التي تجعل مجموع مربعات الانحرافات اقل ما يمكن، أي تصغير القيمة $\sum e_i^2$ (مبدأ المربعات الصغرى) إلى اقل قيمة ممكنة أي :

$$\text{Min} \rightarrow \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

$$e_i = Y_I - \hat{Y}_i$$

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_I - \hat{Y}_i)^2$$

ومن خلال تعويض $\hat{Y}_i$ بما يساويها واخذ المشتقات الجزئية بالنسبة إلى $\hat{B}_2, \hat{B}_1, \hat{B}_0$ ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2})^2$$

- بالنسبة لـ $\hat{B}_0$:

$$\frac{\delta e_i^2}{\delta \hat{B}_0} = 2\sum (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2})(-1) = 0$$

$$= -2 \sum (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2}) = 0$$

بالقسمة على (-2) وفك القوس نتحصل على :

$$\sum Y_i - n\hat{B}_0 - \hat{B}_1 \sum X_{i1} - \hat{B}_2 \sum X_{i2} = 0$$

$$\boxed{\sum Y_i = n\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \sum X_{i1} + \hat{B}_2 \sum X_{i2}}$$

- بالنسبة لـ $\hat{B}_1$:

$$\frac{\delta \sum e_i^2}{\delta \hat{B}_1} = 2\sum (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2})(-X_{i1}) = 0$$

$$= -2\sum X_{i1}(Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2}) = 0$$

بالقسمة (-2) وفك القوس نحصل على :

$$\sum X_{i1}Y_i - \hat{B}_0 \sum X_{i1} - \hat{B}_1 X_{i1}^2 - \hat{B}_2 \sum X_{i1}x_{i2} = 0$$

$$\boxed{\sum X_{i1}Y_i = \hat{B}_0 \sum X_{i1} + \hat{B}_1 \sum X_{i1}^2 + \hat{B}_2 \sum X_{i1}X_{i2}}$$

- بالنسبة لـ $\hat{B}_2$:

$$\frac{\delta \sum e_i^2}{\delta \hat{B}_2} = 2\sum (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2})(-X_{i2}) = 0$$

$$-2\sum X_{i2}(Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2}) = 0$$

بالقسمة على (-2) وفك القوس , نحصل :

$$\sum X_{i2}Y_i - \hat{B}_0 \sum X_{i2} - \hat{B}_1 \sum X_{i1}X_{i2} - \hat{B}_2 \sum X_{i2}^2 = 0$$

$$\boxed{\sum X_{i2}Y_i = \hat{B}_0 \sum X_{i2} + \hat{B}_1 \sum X_{i1}X_{i2} + \hat{B}_2 \sum X_{i2}^2}$$

ويمكن حل هذه المعادلات الطبيعية الثلاث والتي تستخدم في تقدير المعالم الثلاثة المجهولة $\hat{B}_2, \hat{B}_1, \hat{B}_0$ بإحدى الطرق الآتية : (John Johnston، 1991، صفحة 79)

أولا : طريقة المحددات : ويمكن أن تحل هذه المعادلات بواسطة قاعدة "كرا يمر" للحصول على قيم $\hat{B}_K$ من المعلمات وعلى النحو آلاتي :

$$\sum Y_i = n\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \sum X_{i1} + \hat{B}_2 \sum X_{i2}$$
$$\sum X_{i1} Y_i = \hat{B}_0 \sum X_{i1} + \hat{B}_1 \sum X_{i1}^2 + \hat{B}_2 \sum X_{i1} X_{i2}$$
$$\sum X_{i2} Y_i = \hat{B}_0 \sum X_{i2} + \hat{B}_1 \sum X_{i2} + \hat{B}_2 \sum X_{i2}^2$$
$$\begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_{i1} Y_i \\ \sum X_{i2} Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum X_{i1} & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} & \sum X_{i1}^2 & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i2} & \sum X_{i1} X_{i2} & \sum X_{i2}^2 \end{bmatrix}$$

ومن النظام أعلاه يمكن أيجاد المحددات آلاتية :

$$|D| = \begin{vmatrix} \sum Y_i & \sum X_{i1} & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} Y_i & \sum X_{i1}^2 & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i2} Y_i & \sum X_{i1} X_{i2} & \sum X_{i2}^2 \end{vmatrix}$$

$$|N_1| = \begin{vmatrix} n & \sum Y_1 & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} & \sum X_{i1} Y_i & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i2} & \sum X_{i2} Y_i & \sum X_{i2}^2 \end{vmatrix}$$

$$|N2| = \begin{vmatrix} n & \sum X_{i1} & \sum Y_i \\ \sum X_{i1} & \sum X_{i1}^2 & \sum X_{i1} Y_i \\ \sum X_{i2} & \sum X_{i1} X_{i2} & \sum X_{i2} Y_i \end{vmatrix}$$

$$\hat{B}_1 = \frac{|N_1|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} n & \sum Y_i & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} & \sum X_{i1} Y_i & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i2} & \sum X_{i2} Y_i & \sum X_{i2}^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum Y_i & \sum X_{i1} & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} Y_i & \sum X_{i1}^2 & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i2} Y_i & \sum X_{i1} X_{i2} & \sum X_{i2}^2 \end{vmatrix}}$$

$$\hat{B}2 = \frac{|N_2|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} n & \sum Y_i & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} & \sum X_{i1} Y_i & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i2} & \sum X_{i2} Y_i & \sum X_{i2}^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum Y_i & \sum X_{i1} & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} Y_i & \sum X_{i1}^2 & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i2} Y_i & \sum X_{i1} X_{i2} & \sum X_{i2}^2 \end{vmatrix}}$$

أما بالنسبة ل $\hat{B}_0$ فيتم الحصول عليه عن طريق :

$$\hat{B}_0 = \overline{Y} - \hat{B}_1 \overline{X}_1 - \hat{B}_2 \overline{X}_2$$

ثانيا : طريقة الانحرافات : ويمكن تقدير معاملات الانحدار المتعدد باستخدام أسلوب الانحرافات أو ما يسمى بالمتوسطات ، أي انحرافات القيم الأصلية عن وسطها كآلاتي :

ولهذا الغرض نأخذ نموذج يحتوي متغيرين مستقلين X_1 و X_2 :

$$\hat{Y}_i = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_{i1} + \hat{B}_2 X_{i2} + e_i$$

وبأخذ المتوسط لهذه المعادلة :

$$\overline{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 \overline{X}_1 + \hat{B}_2 \overline{X} 2 + \overline{e}_i \quad , \quad \overline{e}_i = 0$$

$$\hat{Y}_i - \overline{Y} = \hat{B}_1 (X_{i1} - \overline{X}_1) + \hat{B}_2 (X_{i2} - \overline{X}_2) + e_i$$

$$\hat{y}_i = \hat{B}_1 X_{i1} + \hat{B}_2 X_{i2} + e_i$$

اثبات أن $\overline{\hat{Y}_i} = \overline{Y}$:

$$\hat{Y}_i = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_i$$

وبادخال المجموع على طرفي المعادلة اعلاه نتحصل على :

$$\sum \hat{Y}_i = n\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \sum X_i$$

وبالقسمة على n :

$$\frac{\sum \hat{Y}_i}{n} = \hat{B}_0 \frac{n}{n} + \hat{B}_1 \frac{\sum X_i}{n}$$

$$(*)..... \overline{\hat{Y}_i} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 \overline{X}_i$$

$$\hat{B}_0 = \overline{Y} - \hat{B}_1 \overline{X}_i$$

$$\overline{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 \overline{X}_1 \; ......(**)$$

وبطرح المعادلة (*) من المعادلة (**) نتحصل على :

$$\overline{\hat{Y}} - \overline{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 \overline{X}_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 \overline{X}_i$$

وبعد الاختصار في الطرف الايمن نتحصل على :

$$\overline{\hat{Y}_i} - \overline{Y} = 0$$

ومنها يكون :

$$\overline{\hat{Y}_i} = \overline{Y}$$

ولدينا :

$$\hat{Y}_i = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_{i1} + \hat{B}_2 X_{i2} + e_i$$

(i=1,2,3,……,n)

وفي واقع الأمر فان المعادلة أعلاه هي واحدة من جملة معادلات يبلغ عددها n معادلة تكون نظام المعادلات لكالتالي:

$$Y_1 = B_1 X_{11} + B_2 X_{12} + \dots\dots\dots + B_K X_{1K} + e_1$$
$$Y_2 = B_1 X_{21} + B_2 X_{22} + \dots\dots\dots + B_K X_{2K} + e2$$
$$y_n = B_1 X_{n1} + B_2 X_{n2} + \dots\dots\dots + B_K X_{nK} + en$$

ويمكن التعبير عن المعادلات أعلاه في هيئة مصفوفة كما يلي :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1K} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2K} \\ . & . & . & . \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ . \\ \hat{B}_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ . \\ e_n \end{bmatrix}$$

حيث يمكن التعبير عن ذلك بصيغة المصفوفات :

$$Y = x\ \hat{B} + e$$

حيث أن :

Y: متجه عمودي أبعاده ($n \times 1$) يحتوي على انحرافات قيم المتغير التابع .

X: مصفوفة أبعادها ($n \times k - 1$) تحتوي على انحرافات قيم المتغيرات المستقلة حيث أنها لا تتضمن العمود الأول الذي يمثل الحد الثابت، حيث يمكن بذلك استخراج الحد الثابت $\hat{B}_0$ من خارج المصفوفة باستخدام القانون آلاتي :

$$\hat{B}_0 = \overline{Y} - \hat{B}_1 \overline{X}_1 - \hat{B}_2 \overline{X}_2$$

$\hat{B}$: متجه عمودي أبعاده ($K - 1 \times 1$) تحتوي على المعالم المجهولة .

E : متجه عمودي أبعاده ($n \times 1$) يحتوي على البواقي .

ويمكن التوصل الى مصفوفة الانحرافات باتباع الخطوات التالية :
باعادة كتابة المعادلة على النحو الاتي :

$$e_i = y_i - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2}$$

وكما تطرقنا سابقا حيث أن افضل طريقة للحصول على اصغر قيمة ممكنة للانحرافات تتم بواسطة تربيعها وبجعل مجموع مربعاتها اصغر ما يمكن ، وبأخذ المشتقة الجزئية لها بالنسبة لكل من $\hat{B}_1, \hat{B}_2$ ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$\sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{B}_1 x_{i1} - \hat{B}_2 x_{i2})^2$$

$$\frac{\delta \sum e_i^2}{\delta \hat{B}_1} = 2\sum (y_i - \hat{B}_1 x_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2})(-x_{i1}) = 0$$

$$= -2\sum X_{i1}(y_i - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2}) = 0$$

وبالقسمة على (-2) وفك القوس نتحصل على :

$$\sum X_{i1} y_i - \hat{B}_1 \sum X_{i1}^2 - \hat{B}_2 \sum X_{i1} X_{i2} = 0$$

$$\sum x_{i1} y_i = \hat{B}_1 \sum X_{i1}^2 + \hat{B}_2 \sum X_{i1} X_{i2}$$

$$\frac{\delta \sum e_i^2}{\delta \hat{B}_2} = 2\sum (y_i - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2})(-X_{i2}) = 0$$

$$= -2\sum x_{i2}(y_i - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2}) = 0$$

وبالقسمة على (-2) وفك القوس نتحصل على :

$$\sum X_{i2} y_i - \hat{B}_1 \sum X_{i1} X_{i2} - \hat{B}_2 \sum X_{i2}^2 = 0$$

$$\sum X_{i2} y_i = \hat{B}_1 \sum X_{i1} X_{i2} + \hat{B}_2 \sum X_{i2}^2$$

ويمكن صياغة المعادلتين أعلاه على شكل مصفوفة وكآلاتي :

$$\begin{bmatrix} \sum X_{i1} y_i \\ \sum X_{i2} y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum X_{i1}^2 & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i1} X_{i2} & \sum X_{i2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix}$$

ومن النظام أعلاه، يمكن إعادة كتابته بالشكل التالي :

$$x'y = (x'x)^{-1}\hat{B}$$

وعليه فان تقدير المعالم باستخدام المصفوفة بأسلوب الانحرافات يأخذ الصيغة التالية :

$$\boxed{\hat{B} = (X'X)^{-1}X'Y}$$

وبعد احتساب المتجه $X'Y$ ومحدد المصفوفة $|X'X|$ الذي ينبغي أن لا يساوي صفرا نوجد مقلوب المصفوفة الذي هو عبارة عن:

$$(X'X)^{-1} = \frac{adj(x'x)}{|x'x|}$$

ومن ثم تطبيق القانون أعلاه .

أما $\hat{B}_0$ فيمكن حسابه بموجب القانون آلاتي :

$$\boxed{\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1\bar{X}_1 - \hat{B}_2\bar{X}_2}$$

وبعد استخدام الحاسوب فقد اصبح من السهل على الباحث الاقتصادي أن يحصل على النتائج من خلال استخدام إحدى البرمجيات الإحصائية مثل: Eviews , SPSS , Excel..,إلخ، ولايحتاج إلى استخدام الصيغ أعلاه في الجوانب التطبيقية ولكن تم عرضها هنا لمعرفة كيفية الحصول على معالم نموذج الانحدار الخطي المتعدد باستخدام الطرق الرياضية فقط.

1-2-5- دراسة صلاحية النموذج المقدر : في هذه المرحلة وبعد القيام بصياغة النموذج الخطي المتعدد وتقدير معالمه بطريقة المربعات الصغرى العادية، نقوم بدراسة صلاحية هذا النموذج من خلال : (محمد شيخي، 2010-2011، صفحة 37)

- اختبار معنوية المعالم (t)
- معامل التحديد المضاعف R^2
- اختبار إحصائية F

أولا : اختبار معنوية المعالم باستخدام اختبار ستيودنت(t) : يستخدم اختبار (t) ستيودنت لتقييم معنوية المتغيرات المستقلة $x_1,x_2,...x_k$ في نموذج الانحدار المتعدد ويرتكز هذه الإختبار على القيمة المحسوبة والقيمة المجدولة وطريقة استخدامه هي نفس الطريقة التي تطرقنا اليها في النموذج السابق (النموذج الخطي البسيط)، حيث يتم اختبار الفرضية التالية :

- تحديد الفرضيات :

$$\begin{cases} H_0 : \beta j = 0 \\ H_1 : \beta j \neq 0 \end{cases}$$

حيث : j=0,1,2……k

- تحديد قاعدة القرار : في هذه الحالة نرتكز على دالة التوزيع لستيودنت والتي تعتبر دالة متناظرة وبالتالي تحديد منطقة الرفض والقبول يكون من الشكل التالي :

- إذا كانت: $t_{tab} < /t_c/$ ⟵ نرفض H_0 ونقبل H_1
- إذا كانت: $t_{tab} \geq /t_c/$ ⟵ نقبل H_0 ونرفض H_1

- حساب القيمة الإسمية (t_c) : لحساب القيمة الاسمية للمعلمات المقدرة نستخدم العلاقة الحسابية على النحو التالي :

$$t_{c(\beta j)} = \frac{\beta_j}{\delta_{\beta j}}$$

- حساب القيمة الجدولية (t_{tab}) : وهي قيمة يتم استخراجها من الجول الإحصائي الخاص بتوزيع ستيودنت (المدرجة في الملحق رقم 01) حيث : $t_{tab} = t_{(\alpha/2\ ;n-k-1)}$

- إتخاذ القرار : وبالارتكاز على قاعدة القرار حيث إذا كانت :

- إذا كانت: $t_{tab} < /t_c/$ ⟵ نرفض H_0 ونقبل H_1

أي نقبل فرضية $H_1 : \beta j \neq 0$ وبالتالي نقول أن المعلمة المقدرة لها معنوية.

- إذا كانت: $t_{tab} \geq /t_c/$ ⟵ نقبل H_0 ونرفض H_1

أي نقبل فرضية $H_0 : \beta j = 0$ وبالتالي نقول أن المعلمة المقدرة ليس لها معنوية .

ثانيا :معامل التحديد المضاعف R^2 : ويعد مؤشر أساس في تقييم مدى العلاقة بين المتغير التابع (Y) والمتغيرات المستقلة (X_K)، وبعبارة أخرى هو مقياس يوضح نسبة مساهمة المتغيرات المستقلة في تفسير التغير الحاصل في المتغير التابع، ويمكن اشتقاقه باستخدام المصفوفات بالانحرافات كآلاتي :

$$y = x\hat{B} + e$$
$$e = y - \hat{B}$$
$$e'e = (y - x\hat{B})'(y - x\hat{B})$$
$$e'e = y'y - y'x\hat{B} - x'\hat{B}'y + \hat{B}'x'x\hat{B}$$

وبما أن التحديد الثاني الثالث قيمة واحدة كما وان كلا منها يمثل مبدلا للآخر فان :

$$e'e = y'y - 2\hat{B}x'y + \hat{B}'x'y + \hat{B}'x'x\hat{B}$$
$$\hat{B} = (x'x)^{-1}x'y$$
$$(x'x) = \hat{B} = x'y$$
$$e'e = y'y - 2\hat{B}'x'y + \hat{B}'x'y$$
$$e'e = y'y - \hat{B}'x'y$$

بذلك يمكن كتابة معادلة الانحرافات الكلية كآلاتي :

$$y'y = \hat{B}x'y - e'e$$

إذ أن :

$y'y$: تمثل الانحرافات الكلية .

$\hat{B}'x'y$: تمثل الانحرافات الموضحة من قيل خط الانحدار .

$e'e$: تمثلا الانحرافات غير الموضحة .

وبما أن معامل التحديد R^2 عبارة عن نسبة الانحرافات الموضحة من قيل خط الانحدار إلى الانحرافات الكلية ، فانه يمثل نسبة مجموع مربعات التغير في المتغيرات المستقلة إلى مجموع المربعات الكلية :

$$R^2 = \frac{\hat{B}x'y}{y'y} = \frac{\hat{B}'x'y}{\sum y^2}$$
$$R^2 = 1 - \frac{e'e}{y'y - n\bar{Y}^2}$$
$$\boxed{R^2 = \frac{\hat{B}_1 \sum x_1 y + \hat{B}_2 \sum x_2 y}{\sum y^2}}$$

وإن إضافة متغيرات مستقلة جديدة إلى المعادلة يؤدي إلى رفع قيمة R^2 ، وذلك لثبات قيمة المقام وتغير قيمة البسط بمقدار $(\hat{B}xy)$ غير أن الاستمرار بإضافة المتغيرات المستقلة سيؤدي إلى انخفاض درجات الحرية (n-k-1) ، مما يتطلب استخراج معامل التحديد المعدل أو المصحح $\bar{R}^2$ وعلى النحو الآتي :

$$\boxed{\bar{R}^2 = \left[(1-R^2)\frac{n-1}{n-k-1}\right]}$$

حيث أن هذا المعامل له مجموعة من الخصائص تجعله وسيلة قياس جودة التوفيق أفضل من R^2 فهو على الأقل
يأخذ بعين الإعتبار حالة إضافة متغيرات مستقلة جديدة إلى النموذج.

ثالثا: إختبار المعنوية الكلية للنموذج (اختبار إحصائية F) : يهدف هذا الاختبار الى معرفة مدى المعنوية الكلية للنموذج ويعتمد على الفرضية التالية :

$$\begin{cases} H_0 : \hat{B}_0 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = ...= \hat{B}_K = 0 \\ H_1 : \hat{B}_0 \neq \hat{B}_1 \neq \hat{B}_2 \neq .....\neq \hat{B}_k \neq 0 \end{cases}$$

والصيغة الرياضية لهذا الاختبار هي :

$$F_C = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 / k}{\sum e^2{}_i /(n-k-1)}$$

$$F_C = \frac{\sum \hat{y}_i / k}{\sum e^2{}_i /(n-k-1)}$$

$$F_C = \frac{R^2 / k}{(1-R^2)/(n-k-1)}$$

$$F_C \to F_\alpha (k, n-k-1)$$

وبعد احتساب قيمة (F_c) تقارن مع قيمتها الجدولية بدرجة حرية (k) و (n-k-1) وبمستوى معنوية معين (α) فإذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من القيمة المجدولة نرفض الفرضية H_0 ونقبل الفرضية H_1 أي أن للنموذج معنوية إحصائية، أما إذا كان العكس فنقول عدم وجود معنوية كلية للنموذج.

1-2-6- الـــتـــنبـــؤ: بعد القيام بالمراحل السابقة الذكر والخاصة بصياغة وبناء نموذج خطي متعدد والقيام بعملية التقدير ودراسة صلاحية النموذج المقدر، تأتي في المرحلة الأخيرة عملية التنبؤ وذلك بايجاد قيم شعاع المتغير التابع Y_t فليكن لدينا النموذج الخطي المتعدد المقدر على الشكل التالي :

$$\hat{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{B}}$$

ومقدر المربعات الصغرى العادية

$$\hat{B} = (X'X)^{-1} X'Y$$

وعليه يكون التنبؤ بالفترة (h) في المستقبل من النحو التالي :

التنبؤ بفترة واحدة في المستقبل :

$$\hat{Y}_t(1) = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_{t+1,1} + \hat{B}_2 X_{t+1,2} + \ldots\ldots + \hat{B}_k X_{t+1,k}$$

التنبؤ بفترتين في المستقبل :

$$\hat{Y}_t(2) = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_{t+2,1} + \hat{B}_2 X_{t+2,2} + \ldots\ldots + \hat{B}_k X_{t+2,k}$$

وعليه يكون التنبؤ بالفترة (h) في المستقبل :

$$\hat{Y}_t(h) = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_{t+h,1} + \hat{B}_2 X_{t+h,2} + \ldots\ldots + \hat{B}_k X_{t+h,k}$$

وبالتالي يكون شعاع القيم التقديرية :

$$\hat{Y}_t(h) = \begin{bmatrix} \hat{Y}_t(1) \\ \hat{Y}_t(1) \\ . \\ \hat{Y}_t(1) \end{bmatrix}_{(h\times 1)}$$

أما مصفوفة ملاحظة المتغيرات المستقلة المستقبلية فهي :

$$X_{t+h} = \begin{bmatrix} 1 & X_{t+1,1} & \ldots.X_{t+1,2}\ldots\ldots. & X_{t+1,k} \\ 1 & X_{t+2,1} & X_{t+2,2} & X_{t+2,k} \\ . & . & . & . \\ 1 & X_{t+h,1} & X_{t+h,2} & X_{t+h,k} \end{bmatrix}_{(h\times(k+1))}$$

كما يمكن كتابة النموذج المقدر الخطي العام المتنبأ به من الشكل :

$$\hat{Y}_t(h) = X_{(t+h)}\hat{B}$$

- مثال تطبيقي رقم (02): لتكن لدينا المتغيرات التالية :

M2R : يمثل مقياس عرض النقود

PIBR : يمثل الناتج الداخلي الخام الحقيقي كتعبير عن مقياس الدخل

INT : يمثل معدل الفائدة

INF: يمثل معدل التضخم

DG : يمثل متغير الإنفاق الحكومي بشقيه، نفقات التسيير ونفقات التجهيز

TCH : يمثل سعر الصرف.

وقد تم استخدام الصيغة اللوغاريتمية لتصحيح اللاتجانس الممكن تواجده.

- من خلال نتائج التقدير المتحصل عليها في الحالتين كما هو مبين في الأسفل، وباستخدام برنامج Eviews للنموذج الخطي المتعدد الذي يدرس العلاقة بين المتغير LM2R و المتغيرات المفسرة له ، قم بتحليل هذه النتائج حسب كل حالة و استنتاج النموذج الأحسن للتقدير

الحالة رقم: 1

Dependent Variable: LM2R
Method: Least Squares
Date: 01/05/15 Time: 22:11
Sample: 1970 2008
Included observations: 39

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.282370	1.248224	3.430769	0.0616
LPIBR	0.638518	0.174272	3.663912	0.0009
LINT	-0.090849	0.079461	-1.143313	0.2611
LINF	-0.082619	0.033211	-2.487734	0.0181
LDG	0.270062	0.091927	2.937777	0.0060
LTCH	-0.278506	0.076263	-3.651899	0.0009

R-squared	0.768208	Mean dependent var	5.545463
Adjusted R-squared	0.763391	S.D. dependent var	0.668612
S.E. of regression	0.127929	Akaike info criterion	-1.134039
Sum squared resid	0.540075	Schwarz criterion	-0.878106
Log likelihood	28.11376	F-statistic	200.9971
Durbin-Watson stat	0.880767	Prob(F-statistic)	0.000000

الحالة رقم: 2

Dependent Variable: LM2R

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LPIBR	1.169098	0.091073	12.83686	0.0000
LINF	-0.086142	0.026888	-3.203795	0.0029
LDG	-0.042622	0.021090	-2.021005	0.0010
LTCH	-0.085449	0.025872	-3.302720	0.0022

R-squared	0.956565	Mean dependent var	5.545463
Adjusted R-squared	0.952842	S.D. dependent var	0.668612
S.E. of regression	0.145194	Akaike info criterion	-0.924571
Sum squared resid	0.737850	Schwarz criterion	-0.753949
Log likelihood	22.02914	Durbin-Watson stat	1.158386

- من خلال جدول التقدير يمكن استخراج النموذج الخطي المتعدد على النحو التالي :
- الحالة الأولى (01): من خلال جدول التقدير للحالة رقم 01 يمكن استخراج النموذج المقدر على النحو التالي:

$$\hat{LM2R} = C + \beta_1 LPIBR + \beta_2 LINT + \beta_3 LINF + \beta_4 LDG + \beta_5 LTCH$$

$$\hat{LM2R} = 4.28 + 0.63 LPIBR - 0.09 LINT - 0.08 LINF + 0.27 LDG - 0.27 LTCH$$

- دراسة صلاحية النموذج المقدر (الحالة رقم 01) :
- معامل التحديد (R^2) : من خلال نتائج التقدير لدينا : $R^2 = 76.82\%$ وبالتالي نستطيع القول أن المتغيرات المستقلة تفسر المتغير التابع بنسبة 76.82% وهي نسبة مقبولة نوعا ما.
- دراسة معنوية المعلمات المقدرة عند مستوى معنوية 5% : وفي هذه الحالة نقوم بدراسة معنوية كل معلمة على حدى، حيث من خلال النتائج المدرجة في جدول التقدير وبالإرتكاز على طريقة الاحتمالات التي تطرقنا اليها في التحليل السابق نجد معنوية كل المعلمات المقدرة ماعدا الثابت (C) والمتغير المستقل (LINT) وبالتالي في هذه الحالة يجب تصحيح النموذج المقدر من خلال تقديره بدون المعلمات غير المعنوية .
- الحالة الثانية (02): من خلال جدول التقدير للحالة رقم 02 والذي يمثل تصحيح النموذج يمكن استخراج النموذج المقدر على النحو التالي :

$$\hat{LM2R} = \beta_1 LPIBR + \beta_2 LINF + \beta_3 LDG + \beta_4 LTCH$$

$$\hat{LM2R} = 1.16 LPIBR - 0.08 LINF - 0.04 LDG - 0.08 LTCH$$

– دراسة صلاحية النموذج المقدر (الحالة رقم 02) :

- معامل التحديد (R^2) : من خلال نتائج التقدير الخاصة بالحالة رقم 02 لدينا : $R^2 = 95.65\%$ وبالتالي نستطيع القول أن المتغيرات المستقلة تفسر المتغير التابع بنسبة 95.65% وهي نسبة نفسيرية جيدة مقارنة بالحالة 01.
- دراسة معنوية المعلمات المقدرة عند مستوى معنوية 5% : وفي هذه الحالة نقوم بدراسة معنوية كل معلمة على حدى، حيث من خلال النتائج المدرجة في جدول التقدير وبالإرتكاز على طريقة الاحتمالات التي تطرقنا اليها في التحليل السابق نجد معنوية كل المعلمات المقدرة، وبالتالي يمكن قبول هذا النموذج احصائيا من خلال المؤشرات التي ارتكزنا عليها في دراسة الصلاحية.

3-1- نماذج انحدار المتغيرات التفسيرية الوصفية : في هذه الحالة سنركز على النماذج الانحدارية التي تحتوي على متغير تابع كمي ومتغيرات مستقلة كمية ووصفية أو نوعية، حيث في تحليل الانحدار نواجه في كثير من الأحيان متغيرات ذات طبيعة وصفية أونوعية مثل : الجنس، الانتماء،...الخ)، كما نستطيع القول أن المتغيرات الوصفية ليس لها قيمة رقمية معينة ولكن يمكن قياسها عن طريق انشاء متغيرات وهمية ونرمز لها بالرمز (D) اي (Dummy) والتي تأخذ قيمة 0 و 1 (حيث يشير 0 الى عدم وجود الصفة و 1 الى وجود الصفة). (مها محمد زكي ، 2019، صفحة 99)
فمثلا يمكن كتابة النموذج الذي يفسر دالة الأجر على النحو التالي :

$$Waege_i=B_1+B_2D_{2i}+ B_3D_{3i}+ B_4Educ_i + B_5Exper_i+ U_i \quad (1).......$$

حيث :
Waege : يمثل الأجر في المؤسسة
D2i: متغير وهمي خاص بالجنس (ياخذ قيمة 1 اذا كانت أنثى و 0 للذكور)
D3i : متغير وهمي خاص بالانتماء النقابي (ياخذ قيمة 1 اذا كانت عضو و 0 غير عضو)
Educi : متغير كمي خاص بالتعليم
Experi : متغير كمي خاص بالخبرة.

وتسمى الفئة التي تأخذ قيمة (0) فئة المرجع او المقارنة المرجعية، ونظرا لان المتغيرات الوهمية تأخذ قيمة (1) و (0) فلا يمكن أخذ اللوغاريتم الخاص بهم، اي لانستطيع ادخال المتغيرات الوهمية في شكل لوغاريتمي,
كما يمكن الاشارة انه اذا كان حجم العينة صغير نسبيا فلا يمكن ادراج الكثير من المتغيرات الوهمية حيث ان كل متغير وهمي سوف يكلف درجة واحدة من الحرية، كما يمكن القول انه اذا كان المتغير الوصفي له (m) من التصنيفات ففي هذه الحالة يمكن تضمين (m) من المتغيرات الوهمية.
1-3-1 - تفسير المتغيرات الوهمية : من خلال النموذج المقدر نفسر معاملات المتغيرات الوهمية، ومن خلال تقدير دالة الانتاج (1) بالمتغيرات الوهمية نتحصل على النموذج الانحداري المقدر على النحو التالي :

$$Waege_i=-7,18-3,07D_{2i}+1,56D_{3i}+ 1,37\ Educ_i + 0,16\ Exper_i$$

ومن خلال معاملات المتغيرات الوهمية نجد :
- معامل المتغير D2i اي للاناث (لان الاناث تاخذ قيمة 1) حيث قيمته تساوي (3,07-) اي ان متوسط راتب العاملات في الساعة أقل بحوالي (3,07 قيمة نقدية) مقارنة بمتوسط راتب الذكور وهي الفئة المرجعية هنا وبالطبع الابقاء على جميع المتغيرات الاخرى ثابتة .
- معامل المتغير D3i حيث قيمته تساوي (1,56+) اي ان متوسط الاجر في الساعة للعاملين النقابيين اعلى حوالي 1,56 قيمة نقدية مقارنة بالاجور المتوسطة للعمال غير النقابيين.
- اما بالنسبة للمتغير الكمي الخاص بالتعليم (Educ) حيث نجد ان مقابل كل عام اضافي من التعليم يرتفع متوسط الاجر بالساعة بحوالي 1,37 قيمة نقدية مع بقاء العوامل الاخرى ثابتة، ونفس الشيء بالنسبة للمتغير الكمي الثاني الخاص بالخبرة .

- أما بالنسبة للثابت فهو عبارة عن الاجر في الساعة المتوقع للعاملين الذكور غير النقابيين اي ان قيمة ثابت الانحدار تشير الى جميع تلك الفئات التي تأخذ القيمة المرجعية (0) .

2- النماذج الإحصائية للسلاسل الزمنية : تركز هذه النماذج على الجانب العشوائي في السلسلة الزمنية، وتنقسم الى : (مها محمد زكي ، 2019، صفحة 426)
2-1- نماذج الإنحدار الذاتي (AR) : حيث تكتب القيمة الجارية كدالة خطية في القيم السابقة لنفس المتغير، حيث نجد نماذج الانحدار الذاتي للسلاسل الزمنية من الدرجة الأولى وهي ابسط نموذج يرمز له بالرمز AR(1) ويكتب من الشكل التالي :

والافتراض خلف نموذج الانحدار الذاتي من الدجة الأولى ان سلوك السلسلة الزمنية Y_t يحدد غالبا من قبل قيمها للفترة الزمنية السابقة. أي ان ماسوف يحدث في الفترة T يعتمد على مايحدث في الفترة $t\text{-}1$. وكذلك ماسوف يحدث في الفترة $T+1$ سوف يتحدد بسلوك السلسلة الزمنية في الفترة الحالية.
ولتعميم نموذج الانحدار من الدرجة الأولى$AR(1)$ نستخدم$AR(p)$ حيث يمثل الرقم داخل القوس درجة عملية الانحدار الذاتي، فعلى سبيل المثال $AR(2)$ سيكون من الدرجة الثانية:

وكذلك $AR(p)$ سيكون انحدار ذاتي من الدرجة P كما يلي:

أو باستخدام رمز الجمع:

2-2- نماذج المتوسطات المتحركة (MA) : حيث تكتب القيمة للمتغير كدالة خطية في القيم الجارية لعنصر الخطأ العشوائي وعدد من قيمه السابقة، و نموذج المتوسط المتحرك في ابسط أشكاله هو من الدرجة الأولى وهو يأخذ الشكل التالي:

أما نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة (q)يكتب من الشكل التالي :

2-3- نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA) : حيث تتميز هذه النماذج بجمع نماذج الانحدار الذاتي ونماذج المتوسط المتحرك لنتحصل على سلسلة زمنية جديدة تسمى *ARMA(p,q)* وتكتب من الشكل التالي :

$Y_t = \theta_1 Y_{t-1} +$

وتكتب باستخدام صيغة الجمع على النحو التالي :

2-4- نماذج شعاع الإنحدار الذاتي (VAR) : يعتبر هذا النموذج من النماذج القياسية الحديثة الشائعة الاستعمال في دراسة التفاعل بين المتغيرات الاقتصادية الكلية، وبالطبع لا يوجد متغيرات خارجية في هذا النموذج

وتعامل جميع المتغيرات المستخدمة في النموذج على أنها متغيرات داخلية ويتم في هذا النموذج كتابة كل متغير من متغيرات الدراسة كدالة خطية بقيم المتغير نفسه في الفترات السابقة وبقيم المتغيرات الأخرى في النموذج في الفترات السابقة، ويكون من الشكل التالي :

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + \cdots + A_p Y_{t-p} + u_t$$

حيث: Y_t شعاع بعده$(K \times 1)$ حيث:

$$Y_t = \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ \vdots \\ Y_{kt} \end{bmatrix}$$

A_0 هو شعاع ذو بعد$(K \times 1)$للقيم الثابتة حيث:

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_1^0 \\ a_2^a \\ \vdots \\ a_k^0 \end{bmatrix}$$

A_i هي عبارة عن مصفوفات العوامل ذات بعد$(K \times K)$ حيث:

$$A_i = \begin{bmatrix} a_{1i}^1 & a_{1i}^2 & \cdots & a_{1i}^k \\ a_{2i}^1 & a_{2i}^2 & \cdots & a_{2i}^k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{ki}^1 & a_{ki}^2 & \cdots & a_{ki}^k \end{bmatrix}$$

μ_t هو شعاع التشويش الأبيض(*Bruit Blanc*) ذو بعد$(K\times 1)$ حيث:

$$\mu_t = \begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \\ \vdots \\ \mu_{kt} \end{bmatrix}$$

2-5- طريقة بوكس- جنكنز (BOX and Jenkins) **لتحليل السلسلة الزمنية:** تعد منهجية بوكس جينكينز منهجية واسعة الاستخدام وذات صدى كبير في تحليل السلاسل الزمنية ومن أجل تطبيق فهي تعكس سلوك السلسلة الزمنية سواء كانت موسمية أو غير موسمية، ومن أجل تطبيق هذه الطريقة يجب اتباع المراحل التالية : (BOURBONNAIS REGIS , MICHEL TERRAZA, 1998, p. 261)

- ✓ دراسة استقرارية السلسلة الزمنية
- ✓ تحديد النموذج (AR) ، (MA)، (ARMA)....إلخ
- ✓ تقدير معالم النموذج المحدد
- ✓ دراسة صلاحية النموذج المقدر
- ✓ التنبؤ (قصير المدى)

أ) إستقرارية السلسلة الزمنية : تكون السلسلة العشوائية مستقرة، إذا تذبذبت حول وسط حسابي ثابت، مع تباين ليس له علاقة مع الزمن، و يمكن التعبير عنه رياضيا كمايلي:

$$E(y_t) = u$$

$$E(y_t - u)^2 = \sigma^2 = \delta_0 \langle \infty, \forall t$$

$$E[(y_t - u)(y_{t-k} - u)] = \delta_k$$

وتتمثل أسباب عدم الاستقرار في مركبة الاتجاه العام و الفصلية و للتخلص من مشكل عدم الاستقرارية يجب أولا معرفة مسبباته، ثم محاولة إزالتها بإحدى الطرق السالفة الذكر.

ومن أهم المراحل الخاصة بدراسة الإستقرارية للسلسلة الزمنية نجد :

- التحليل البياني : حيث من خلال الرسم البياني تكون لدينا فكرة حول استقرارية السلسلة الزمنية من عدمها أو احتوائها على احدى المركبات التي يمكن أن تظهر في الرسم البياني كالمركبة الفصلية.

- تحليل دالة الارتباط الذاتي(ACF) والارتباط الذاتي الجزئي(PACF) : حيث تكون دالة الارتباط الذاتي (ACF) مؤشرا مهما لكشف عدم إستقرارية سلسلة زمنية وهذا عندما لا تنعدم هذه الدالة بعد فترة معينة تعادل $\frac{T}{4}$ (ربع عدد المشاهدات) و تناقصها يكون في شكل أسي نظريا، بينما تطبيقيا يجب أن تقع معاملات هذه الدالة داخل مجال ثقة مناسب حتى تكون مستقرة ، كما أنها تعتبر كاشف مهم للفصلية من خلال القمم و التنبوئات التي تظهر في شكل منتظم على هذه الدالة.

- إختبارات ديكي فولر (Testes de dickey-fuller) : وتعتبر المعيار الأكثر مصداقية، فإذا كانت السلسلة الزمنية غير مستقرة يجب معالجتها عن طريق الفروقات حسب درجة التكامل من أجل تحويلها الى سلسلة مستقرة ومن ثم القيام بالتقدير اللازم.

ب) تحديد النموذج : بعد دراسة استقرارية السلسلة الزمنية تأتي مرحلة تحديد النموذج (AR) ، (MA)، (ARMA)...إلخ وذلك بالإرتكاز على دالة الإرتباط الذاتي ودالة الإرتباط الذاتي الجزئي .

- بالنسبة لنماذج المتوسطات المتحركة (MA) من الدرجة q تنعدم دالة الارتباط الذاتي (ACF) مباشرة بعد الدرجة q بينما دالة الارتباط الذاتي الجزئية (PACF) متناقصة و لكنها لا تنعدم لحظيا.
- بالنسبة لنماذج الانحدار الذاتي (AR) من الدرجة p فإن دالة الارتباط الذاتي الجزئية (PACF) تنعدم مباشرة بعد الدرجة p بينما دالة الارتباط (ACF) تبقى متناقصة ولكنها لا تنعدم بنفس السرعة.
- أما النماذج المختلطة فإن الدالتين تبقيان مستمرتي التدهور ولكنهما لا تنعدمان عند الدرجتين المذكورتين سابقا.

ويمكن تلخيص هذه النتائج في الجدول التالي :

الجدول رقم (5) : كيفية تحديد النموذج من خلال منهجية بوكس جينكينز

نوع النموذج	دالة الارتباط الذاتي	دالة الارتباط الذاتي الجزئي
MA (q)	تنعدم بعد الفترة q	غير منعدمة
AR (P)	غير منعدمة	تنعدم بعد الفترة p
ARMA (p,q)	غير منعدمة	غير منعدمة

المصدر : من إعداد الباحث وبالاعتماد على المعلومات السابقة الخاصة بتحديد النموذج

ج) تقدير معالم النموذج المحدد : بعد الانتهاء من مرحلة التعرف على نموذج السلسلة الزمنية و ذلك بتحديد كل من (p,q) يمكننا الانتقال إلى مرحلة التقدير لمعالم النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية (MCO) أو طريقة المربعات الصغرى المعممة (MCG).

د) صلاحية النموذج المقدر : في هذه المرحلة نرتكز على المؤشرات والاختبارات الاحصائية التي على أساسها يتم قبول النموذج المقدر ومن أهمها :

- ✓ إختبار معنوية المعلمات المقدرة
- ✓ اختبار طبيعية البواقي : حيث يعتبر هذا الاختبار جد مهم ففي حالة عدم تتبع أخطاء النموذج للقانون الاحتمالي الطبيعي فلايمكن استخدام طريقة بوكس جنكز في التنبؤ وبالتالي وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء مما يجب تشخيص نماذج أخرى مثلا: ARCH ,GARCH....إلخ.

ه) التنبؤ : إن مرحلة التنبؤ تعد آخر و أهم مرحلة بإعتبار أن التنبؤ هو عملية عرض حالي لمعلومات مستقبلية باستخدام معلومات مشاهدة تاريخية و ذلك بإستعمال نماذج السلاسل الزمنية (AR) ، (MA)، (ARMA)....إلخ والتي تم تحديدها مسبقا ودراسة صلاحيتها حيث هدفها الأساسي هو تحقيق التنبؤ.

3 ـ السلاسل الزمنية المدمجة والمقطعية ـ بيانات البانل (Panel Data) :عرف القياس الإقتصادي لمعطيات بانل تطورا معتبر سواءا من حيث التطبيقات أو من حيث بناء النماذج الملائمة، وأول استعمال لنماذج بانل يعود إلى القرن التاسع عشر وكان ذلك في ميدان علم الفلك و في علم الزراعة وفي هذه الأخيرة استعمل من أجل معرفة المرد ودية الزراعية حسب أنواع الأسمدة. (صواليلي صدر الدين، 2005-2006، صفحة 92)

كما نعني بمصطلح بيانات البانل مجموعة من المشاهدات التي تتكرر عند مجموعة من الأفراد في عدة فترات من الزمن، بحيث أنها تجمع بين خصائص كل من البيانات المقطعية والسلاسل الزمنية في نفس الوقت، فبالنسبة للبيانات المقطعية فهي تصف سلوك عدد من المفردات أو الوحدات المقطعية(شركات أو دول) عند فترة زمنية واحدة، بينما تصف بيانات السلاسل الزمنية سلوك مفردة واحدة خلال فترة زمنية معينة، وهنا تكمن أهمية استخدام بيانات البانل كونها تحتوي على معلومات ضرورية تتعامل مع ديناميكية الوقت وعلى مفردات متعددة، فإذا كانت الفترة الزمنية نفسها لكل الأفراد نسمي نموذج البانل ب "المتوازن"، أما إذا اختلفت الفترة الزمنية من فرد لآخر يكون نموذج البانل "غير متوازن ". (Dielman, 1989, p. 02)

كما يمكن القول أيضا بأن معطيات البانل تتمتع ببعد مضاعف بعد زمني وبعد فردي، هذا ما جعل دراستها الميدانية أكثر فعالية ونشاط في الاقتصاد القياسي وبالتالي فهي تكتسي أهمية بالغة، أي أن معطيات البانل ببعدها الثنائي تأخذ بعين الاعتبار تصرفات أو سلوكيات الأفراد عبر الزمن.

وكما تسمح أيضا نماذج البانل بدراسة بعض المشاكل الشائعة الظهور عند استخدام البيانات العرضية أو السلاسل الزمنية، بحيث تساعد في منع ظهور مشكلة انعدام ثبات تباين حد الخطأ "Heteroscedasticity" كما تتيح لنا التخفيف من مشكلة التعدد الخطي(Multicollinearity). (Peracchi. F، 2001، صفحة 397)

3-1: نماذج البانل الشائعة الإستعمال: عندما نقوم ببناء نموذج بانل فإن الأثر النوعي α_i هو عامل ثابت في الزمن وخاص بكل فرد، بالإضافة إلى ذلك فانه يلعب دور في تحديد المتغير التابع؛ حيث إذا كان العامل B هو نفسه لكل الأفراد وفي جميع الفترات، فإن الأثر النوعي يقوم بإزالة هذا التجانس؛ وباعتبار هذا العامل الثابت ففي هذه الحالة نتكلم على نموذج ذو أثر ثابت، وفي الحالة المعاكسة نتكلم عن نموذج ذو أثر عشوائي، أو بعبارة أخرى :

- نموذج التأثيرات الثابتة (Fixed Effects): الذي يعتبر α_i مجموعة من الحدود الثابتة الخاصة بكل وحدة.

- نموذج التأثيرات العشوائية (Random Effect): الذي يعتبر αi ضمن عنصر الخطأ العشوائي المركب.

أولا:نموذج التأثيرات الثابتة (Fixed Effects) : من أجل تقدير هذا النموذج تستخدم طريقة المربعات الصغرى ذات المتغيرة الصورية، حيث نجد :

أ) طريقة المربعات الصغرى ذات المتغيرة الصورية (LSDV)(*) : عادة ما نربط نموذج بانل ذو الأثر الثابت بهذه الطريقة وهذا نظرا لإدخال المتغيرة الصورية في الثابت، حيث إذا قمنا بوضع α_i المعلمة التي نريد تقديرها؛ *ونضع* Y_I و X_I لمشاهدات T المتعلقة بالفرد I يصبح النموذج كما يلي : (Wiliam Green، 2003، صفحة 287)

$$Y_i = X_i\beta + i\alpha_i + \varepsilon_i$$

وبتجميع الأفراد نتحصل على :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}\beta + \begin{bmatrix} i & 0 & \cdots 0 \\ 0 & i \cdots & 0 \\ \vdots & & \\ 0 & 0 \cdots & i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

وإذا وضعنا d_i المتغيرة الصورية المتعلقة بالفرد i نتحصل على:

$$Y = \begin{bmatrix} X & d_1 & d_2 & \cdots & d_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} + \varepsilon$$

وبتمثيل المتغيرات الصورية عن طريق المصفوفة $D_{nT\times n}$ وبتجميع الأسطر نتحصل على :

$$Y = X\beta + D\alpha + \varepsilon$$

ومنه فإن تقدير معالم β لهذا النموذج يتم عن طريق طريقة المربعات الصغرى كما يلي:

$$b = \left[X'M_D X\right]^{-1}\left[X'M_D Y\right]$$

مع:

$$M_D = I - D(D'D)^{-1}D'$$

و التي تمثل المصفوفة القطرية التالية :

$$M_D = \begin{bmatrix} M^0 & 0 & 0 \cdots & 0 \\ 0 & M^0 & 0 \cdots & 0 \\ & \cdots & & \\ 0 & 0 & 0 & M^0 \end{bmatrix}$$

(*) LSDV : Least Squares Dummy Variable

حيث كل مصفوفة من هذه المصفوفة القطرية تكتب كمايلي :

$$M^0 = I_T - \frac{1}{T} ii'$$

نستنتج من العلاقة السابقة أن تطبيق طريقة المربعات الصغرى على المتغير التابع $M_D Y$ و المتغير المستقل $M_D X$ ؛ يكافئ تطبيق انحدار كل من $[y_{it} - \bar{y}_{i.}]$ على $[x_{it} - \bar{x}_{i.}]$، حيث تمثل $\bar{y}_{i.}$ و $\bar{x}_{i.}$ متوسط المشاهدات لشعاع العمودي ذات K سطر المتعلقة بالفرد i.
وعليه مما سبق يمكن تقدير معالم المتغيرات الصورية عن طريق تجزئة معادلة الانحدار كالأتي :

$$D'D\hat{\alpha} + D'XD = D'Y$$

ومنه:

$$\hat{\alpha} = [D'D]^{-1} D'(Y - Xb)$$

وهذا يعني لكل فرد لدينا

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i.} - b'\bar{x}_{i.}$$

ب) اختبار الأثر الفردي الجماعي : في هذه الحالة فإن الاختبار الملائم هو اختبار فيشر F والذي يعطى بالعلاقة التالية:

$$F(n-1, nT-n-K) = \frac{\left(R^2_{LSDV} - R^2_{Pooled}\right)}{(1 - R^2_{LSDV})/(nT-n-K)}$$

حيث تحت فرضية العدم المتمثلة في تساوي معالم الأثر الفردي، فإن أحسن التقديرات هو تقدير الإجمالي ($Pooled$)، أي أن النموذج يحتوي على ثابت مشترك لجميع مجموعات الأفراد.
كما يمكن توسيع النموذج المتغيرات الصورية بإضافة الأثر الزمني ، ومنه يصبح النموذج كما يلي:

$$y_{it} = x'_{it}\beta + \alpha_i + \gamma_t + \varepsilon_{it}$$

تحت القيد التالي :

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = \sum_{t=1}^{T} \gamma_t = 0$$

ثانيا: نموذج التأثيرات العشوائية (Random Effect): على عكس نموذج التأثيرات الثابتة يتعامل نموذج التأثيرات العشوائية مع الآثار المقطعية والزمنية على أنها معالم عشوائية وليست معالم ثابتة، بحيث يقوم هذا الإفتراض على أن العينة المستخدمة في التطبيق مسحوبة بشكل عشوائي وبالتالي فإن معلمات انحدار النموذج تمثل العينة بأكملها، ولهذا يعامل الأثر الفردي كمكون عشوائي عبر المفردات بالإضافة إلى قاطع متوسط المجموعة ككل، ومن أجل تقدير هذا النوع من النماذج تستخدم طريقة المربعات الصغرى المعممة .

- طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS): (Wiliam Green، 2003، صفحة 295)

ليكن النموذج التالي :

$$y_{it} = x'_{it}\beta + (\alpha + u_i) + \varepsilon_{it}$$

مع افتراض :

$$E(\varepsilon_{it}) = E(u_i) = 0 \text{ ؛}$$

$$E(\varepsilon^2_{it}) = \sigma^2_\varepsilon \text{ ؛}$$

$$E(u^2_{it}) = \sigma^2_u \text{ ؛}$$

$$E(\varepsilon_{it} u_j) = 0, \forall i, t, j \text{ ؛}$$

$$E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{js}) = 0,\ t \neq s, i \neq j \text{ ؛}$$

$$E(u_i u_j) = 0, i \neq j \text{ .}$$

حيث : u_i يمثل العامل العشوائي المتعلق بالمشاهدة I و هو ثابت في الزمن.

ومن أجل المشاهدات T نضع :

$$\eta_{it} = \varepsilon_{it} + u_i$$

والذي يعبر عن الخطأ المركب بحيث :

$$E[\eta^2_{it}] = \sigma^2_\varepsilon + \sigma^2_u \text{ ،}$$

$$E[\eta_{it}\eta_{is}] = \sigma^2_u ; t \neq s \text{ ،}$$

$$E[\eta_{it}\eta_{js}] = 0; \forall t \wedge s, i \neq s$$

ونضع لكل المشاهدات T المتعلقة بالفرد i :

$$\Sigma = E[\eta_i \eta'_i]$$

إذا :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma^2_\varepsilon + \sigma^2_u & \sigma^2_u & \sigma^2_u & \cdots & \sigma^2_u \\ \sigma^2_u & \sigma^2_u + \sigma^2_\varepsilon & \sigma^2_u & \cdots & \sigma^2_u \\ & \cdots & & & \\ \sigma^2_u & \sigma^2_u & \sigma^2_u & \cdots & \sigma^2_u + \sigma^2_\varepsilon \end{bmatrix} = \sigma^2_u I_T + \sigma^2_\varepsilon i_T i'_T$$

وعليه فإن مصفوفة التباينات لكل أفراد المجتمع المدروس nT هي :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 & 0 \cdots & 0 \\ 0 & \Sigma & 0 \cdots & 0 \\ & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 \cdots & \Sigma \end{bmatrix} = I_n \otimes \Sigma$$

إذا تقدير معالم النموذج عن طريق طريقة المربعات الصغرى تعطى بالعلاقة التالية:

$$\hat{\beta} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}y = (\sum_{i=1}^{n} X_i'\Omega^{-1}X_i)^{-1}(\sum_{i=1}^{n} X_i'\Omega^{-1}y_i)$$

ومن أجل إيجاد هذه المعالم عن طريق المربعات الصغرى العادية يجب تحويل المعطيات كما جرت العادة في النموذج العادي (Régis Bourbonnais، 2000، صفحة 126)؛ ولهذا يجب معرفة

$$\Omega^{-\frac{1}{2}} = [I_n \otimes \Sigma]^{-\frac{1}{2}}$$

مما يتطلب إيجاد $\Sigma^{-\frac{1}{2}}$ والتي تقدر بـ:

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sigma_\varepsilon}\left[I - \frac{\theta}{T} i_T i_T'\right]$$

حيث :

$$\theta = 1 - \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_u^2}}$$

وعليه فإن التحويل اللازم لكلا من y_i و X_i هو كالأتي :

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}} X_i = \frac{1}{\sigma_\varepsilon}\begin{bmatrix} X_{i1} - \theta\overline{X}_{i.} \\ X_{i2} - \theta\overline{X}_{i.} \\ \vdots \\ X_{iT} - \theta\overline{X}_{i.} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \Sigma^{-\frac{1}{2}} y_i = \frac{1}{\sigma_\varepsilon}\begin{bmatrix} y_{i1} - \theta\overline{y}_{i.} \\ y_{i2} - \theta\overline{y}_{i.} \\ \vdots \\ y_{iT} - \theta\overline{y}_{i.} \end{bmatrix}$$

إلا أن مصفوفة التباينات Σ غير معلومة، وعند القيام بحساب هذه المصفوفة يمكن تطبيق ما يسمى بطريقة المربعات الصغرى الممكنة (« Feasible Generalized Linear Regression « FGLS)

ولحساب مصفوفة التباينات المركبة Σ نتبع الخطوات التالية :

أ - حساب النموذج التالي :

$$y_{it}-\bar{y}_{i.}=\left[x_{it}-\bar{x}_{i.}\right]'\beta+\left[\varepsilon_{it}-\bar{\varepsilon}_{i.}\right]$$

والذي يسمح من إزالة عدم التجانس

حيث :

$$E\left[\sum_{t=1}^{T}\left(\varepsilon_{it}-\bar{\varepsilon}_{i.}\right)^2\right]=(T-1)\sigma_{\varepsilon}^2$$

فإن التقدير الغير متحيز لـ σ_{ε}^2 للمشاهدات T والمتعلقة بالمجموعة i هو:

$$\sigma_{\varepsilon}^2(i)=\frac{\sum_{t=1}^{T}\left(\varepsilon_{it}-\bar{\varepsilon}_{i.}\right)^2}{T-1}$$

وعليه فإن تقدير بواقي $LSDV$ عن طريق درجة الحرية المصححة نتحصل على σ_{ε}^2 :

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2=s_{LSDV}^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left(e_{it}-\bar{e}_{i.}\right)^2}{nT-n-K}$$

ب-تقدير قيمة σ_u^2 تتم كما يلي : نقوم بحساب تباين النموذج الإجمالي، الذي يضم الثابت المشترك (*Pooled*) فنتحصل على : (Wiliam Green، 2003، صفحة 298)

$$p\lim S_{Pooled}^2=p\lim\frac{e'e}{nT-K-1}=\sigma_{\varepsilon}^2+\sigma_u^2$$

$$\Rightarrow\hat{\sigma}_u^2=S_{Pooled}^2-S_{LSDV}^2$$

وقبل دراسة وتقدير مختلف النماذج الخاصة ببيانات البانل، سنتطرق إلى اختبارات تجانس معلمات النموذج.

2-3: إختبارات التجانس لـ Hsiao (1986) : يتم استخدام اختبارات التجانس والمبنية على إحصائية فيشر من أجل تحديد الأسلوب الأمثل الذي من أجله يتم تحديد نموذج بانل، وفي هذا الإختبار يمكن أن نستنتج 5 مراحل

المرحلة الأولى : يتم إختبار التجانس التام (الثوابت والمعاملات متطابقة)، فإذا تم قبول هذه الفرضية فنكون أمام نموذج بانل متجانس تماما، أما إذا تم رفض هذه الفرضية، فنكون أمام تحديد فرضيات أخرى خاصة بنموذج التأثيرات الثابتة.

المرحلة الثانية : في هذه المرحلة نقوم بصياغة واختبار فرضيات نموذج التأثيرات الفردية والمبني على وجود معاملات متطابقة من أجل كل الأفراد، في حين نجد إختلاف وخصوصية الثوابت.

المرحلة الثالثة: في هذه المرحلة نقوم بصياغة واختبار فرضيات نموذج التأثيرات الفردية الثابتة، وفي هذه الحالة نفترض أن التأثيرات الفردية هي عبارة عن معلمات محددة، وبالتالي ترتكز الفرضيات على بقاء معاملات الإنحدار للمتغيرات المستقة ثابتة واختلاف الحد الثابت من دولة لأخرى .

المرحلة الرابعة : نقوم بصياغة واختبار فرضيات نموذج التأثيرات العشوائية، وفي هذه الحالة نفترض أن التأثيرات الفردية ليست بمعلمات بالنسبة للحد الثابت، بل عبارة عن متغيرات عشوائية.
المرحلة الخامسة : في هذه المرحلة يتم استخدام اختبار تحديد التأثيرات الفردية (ثابتة أو عشوائية)، وذلك باستخدام اختبار Hausman (1978) (Christophe HURLIN, 2001, p. 06).
ومن أجل تلخيص إجراءات اختبارات التجانس، نفترض أنه لدينا عينة مكونة من (T) مشاهدة و (N) مفردة :

$$\left\{y_{it};t\in z,i\in N\right\}$$

et

$$\left\{x_{it};t\in z,i\in N\right\}$$

حيث يمكن كتابة المتغيرة y_{it} من الشكل التالي والمعرفة بالعلاقة الخطية التالية :

$$y_{it}=\alpha_i+\beta_i^{'}x_{it}+\varepsilon_{it}$$

حيث :

α_i : يمثل الحد الثابت .

$\beta_i^{'}$: هو شعاع (k,1) ، $\beta_i=(\beta_{1i},\beta_{2i}\ldots\ldots\beta_{ki})$ ، وهو عبارة عن شعاع معاملات الإنحدار.

x_{it} : هو شعاع (k) متغيرة مستقلة

$$x_{it}=\left(x_{1,it},x_{2,it},\ldots.x_{k,it}\right)$$

ε_{it} : الخطأ العشوائي .

ويفترض تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي : $V(\varepsilon_{it})=\delta^2$ ، $\forall i\in[1,N]$ بالإضافة الى أن القيمة المتوقعة للخطأ العشوائي تساوي الصفر $E(\varepsilon_{it})=0$ وأيضا عدم الإرتباط الذاتي بين حدود الخطأ العشوائي.

ومن خلال هذا النموذج، يمكن أن نجد عدة فرضيات تعبر عن المراحل السابقة الذكر:

- ✓ الثوابت (α_i) ومعاملات الإنحدار (β_i) متطابقة :

$$\alpha_i=\alpha \quad \text{et} \quad \beta_i=\beta$$

$$\forall i\in[1,N]$$

في هذه الحالة نعتبر نموذج بانل متجانس كليا.

- ✓ الثوابت (α_i) ومعاملات الإنحدار (β_i) مختلفة، وفي هذه الحالة نكون أمام مجموعة من النماذج المختلفة، وبالتالي نرفض الهيكل الخاص بنماذج البانل.

✓ الثوابت (α_i)متطابقة$\forall i \in [1, N]$ $\alpha_i = \alpha$ ، وشعاع معاملات الإنحدار (β_i) مختلفة
وفي هذه الحالة نكون أمام مجموعة من النماذج المختلفة، وبالتالي نرفض الهيكل الخاص بنماذج البانل .

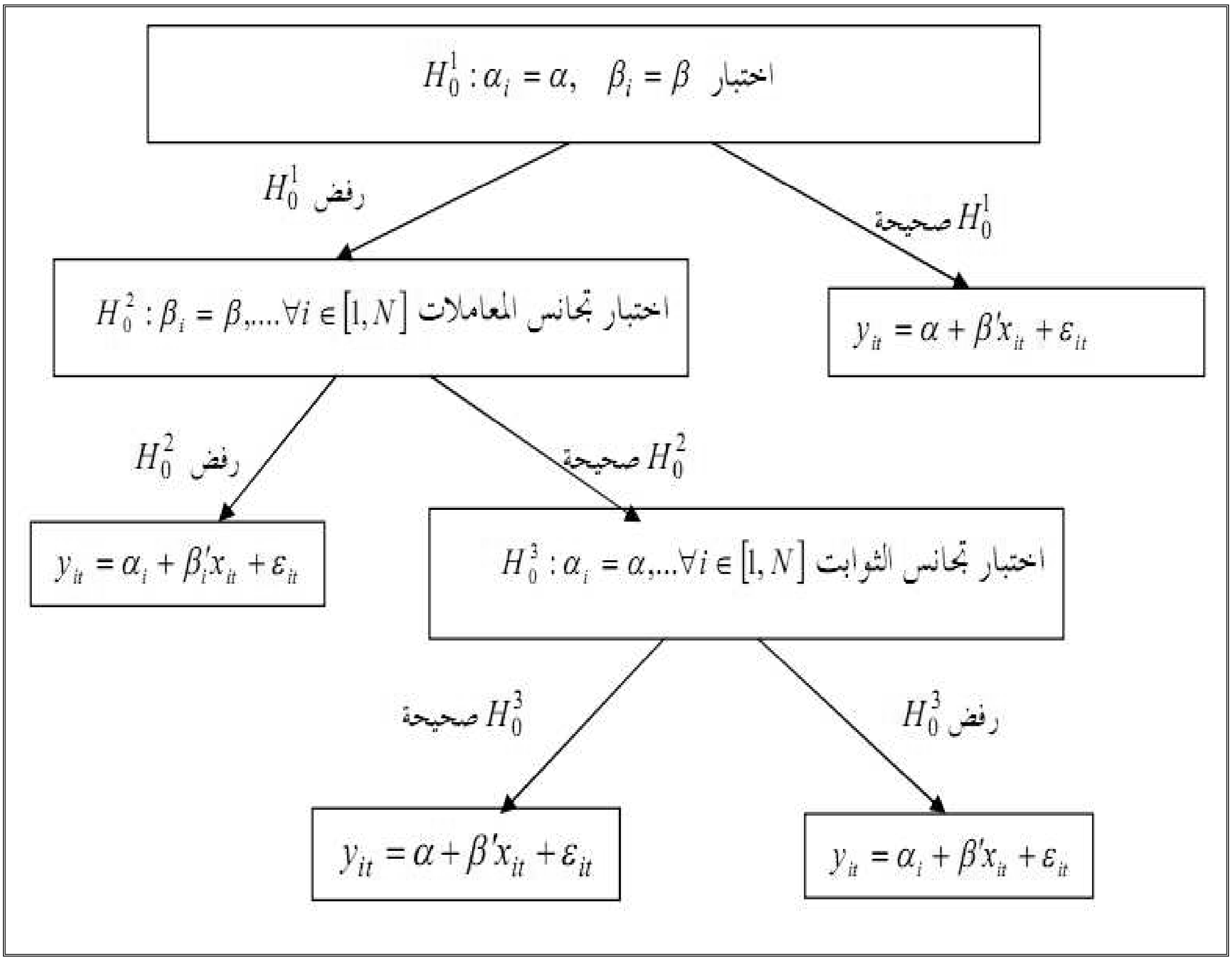
✓ شعاع معاملات الإنحدار (β_i) متطابقة :

$$\beta_i = \beta \quad \forall i \in [1, N]$$ ،

والثوابت (α_i) مختلفة، وفي هذه الحالة نكون أمام نموذج التأثيرات الفردية.

ويمكن أن نلاحظ الخطوات الخاصة بإختبارات التجانس لـ Hsiao (1986) من خلال الشكل الموالي :

الشكل رقم (08): المراحل العامة لاختبارات التجانس لـ Hsiao (1986)



Source : (Christophe HURLIN, 2001, p. 11)

3-3: التفضيل بين نموذج التأثيرات الثابتة ونموذج التأثيرات العشوائية : توصلنا من خلال المراحل السابقة واختبارات التجانس وفقا لمخطط (Hsiao1986)، أن النموذج يأخذ شكل نموذج التأثيرات الفردية (ثابتة أو عشوائية)، وفي هذه الرحلة يأتي إختبار فرضية ملائمة نموذج التأثيرات الثابتة أو نموذج التأثيرات العشوائية وذلك باستخدام إختبار (Hausman 1978)، والمستخدم لإختبار الفرضية الصفرية التي تفترض ملائمة نموذج التأثيرات العشوائية، مقابل الفرضية البديلة التي تفترض ملائمة نموذج التأثيرات الثابتة، أي يأخذ الصيغة التالية :

H_0 : ملائمة نموذج التأثيرات العشوائية .

H_1 : ملائمة نموذج التأثيرات الثابتة .

أو بعبارة أخرى، فإختبار (Hausman) يستخدم لإختبار وجود علاقة إرتباطية بين التأثيرات الفردية (α_i) والمتغيرات المستقلة (X_i) ، ويمكن كتابتها من الشكل التالي : (Christophe HURLIN, 2001, p. 50)

$$\begin{cases} H_0 : E(\alpha_i / X_i) = 0 \\ H_1 : E(\alpha_i / X_i) \neq 0 \end{cases}$$

وبالتالي في حالة قبول الفرضية الصفرية (نموذج التأثيرات العشوائية)، يتم الإعتماد في التقدير على طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) ، ومن خصائص المقدر أنه مقدر متحيز بالإضافة الى عدم وجود ارتباط بين (αi) و(Xi) (Estimateur BLUE)، وفي حالة قبول الفرضية البديلة (نموذج التأثيرات الثابتة، كما يسمى أيضا نموذج المربعات الصغرى للمتغيرات الوهمية LSDV)* ، يتم الإعتماد في التقدير على طريقة المربعات الصغرى العادية(OLS) ،ومن خصائص المقدر أنه مقدر غير متحيز بالإضافة الى وجود ارتباط بين (αi)و(Xi).(Gujarati, 2004, p. 642)
وتكون صيغة اختبار (Hausman) على النحو التالي : (Wiliam Green, 2003, p. 301)

$$H = \chi^2(K) = \left[b - \hat{B}\right]' \hat{\psi}^{-1}\left[b - \hat{B}\right]$$

حيث :

$$\hat{\psi} = Var\left[b - \hat{B}\right] = Var[b] - Var\left[\hat{B}\right]$$

و تمثل كل من مصفوفة التباين والتباين المشترك للمعالم الانحدارية b والمتحصل عليها بطريقة LSDV ، ومصفوفة التباين والتباين المشترك للمعالم الإنحدارية $\hat{B}$ والمتحصل عليها بطريقة GLS ؛ وعليه تحت فرضية العدم فإن أحسن نموذج هو نموذج ذو الأثر العشوائي وهذا يعني أن الأثر الفردي غير مرتبط بالمتغيرات الأخرى، وفي الحالة المعاكسة فإن أحسن نموذج هو نموذج ذو الأثر الثابت.

وتقترب دالة (Hausman) من توزيع كاي مربع $\chi^2(K)$ مع درجة حرية (K) ، فإذا تبين أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة المجدولة يتم رفض الفرضية الصفرية (فرضية العدم) H_0 وقبول الفرضية

البديلة H_1 والعكس صحيح، أو بعبارة أخرى إذا كانت القيمة الإحتمالية للإختبار أقل من أو تساوي 5 % ، نرفض الفرضية الصفرية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 والعكس صحيح.

3-4: دراسة الإستقرارية والتكامل المتزامن لبيانات البانل: في هذه المرحلة سنقوم بدراسة استقرارية السلاسل الزمنية والمقطعية لمختلف متغيرات النموذج، وذلك باستخدام إختبارات جذر الوحدة لبيانات البانل، ثم بعدها ننتقل الى إختبارات التكامل المتزامن للمتغيرات التي لها نفس درجة التكامل .

أ) **دراسة الإستقرارية لبيانات البانل :** من أجل القيام بهذه المرحلة لابد من استخدام اختبارات جذر الوحدة لبيانات البانل، حيث نجد اختبارات خاصة بالجيل الأول و الثاني. (Christphe Hurlin et Valérie Mignon, 2005, p. 04)

والجدول التالي يوضح ذلك :

الجدول رقم (06): إختبارات جذر الوحدة لبيانات البانل الخاصة بالجيل الأول والثاني

اختبارات الجيل الأول:	
1- نوعية التجانس لجذر الانحدار الذاتي (Autoregressive) تحت الفرضية التعاقبية H 1	- اختبارLevin and Lin (1993-1992)
	-اختبار Levin, Lin and Chu (2002)
	-اختبار Hanis and Tzavalis (1999)
2- نوعية عدم التجانس لجذر الانحدار الذاتي (Autoregressive) :	- اختبار Im, Pesaram and Shin (2003-2002-1997)
	-اختبار Wu and Maddala (1999)
	- اختبار Choi (2001-1999)
	-اختبار Hadri (2000)
2- إختبار تسلسلي أو تعاقبي	-اختبار Henin, Jolivaldt and Nguyen (2001)
اختبارات الجيل الثاني :	
1- اختبارات معمقة مبنية على أساس نماذج عاملية:	-اختبار Bai and Ng (2001)
	-اختبار Moon and Perron (2004)
	-اختبار Phillips and Sul (2003)
	-اختبار Pesaran (2003)
	-اختبار Choi (2002)
2- مقاربات وطرق أخرى :	-اختبار O’connell (1998)
	-اختبار Chang (2004-2002)

Source : (Christphe Hurlin et Valérie Mignon, 2005, p. 04)

3-5 - إختبار علاقات التكامل المتزامن : نقوم في هذه المرحلة باختبار علاقات التكامل المتزامن بالنسبة للمتغيرات المستقرة والمتكاملة من نفس الدرجة، وذلك من أجل معرفة وجود أو عدم وجود علاقة توازنية طويلة الأجل.

ومن أهم الإختبارات المستخدمة في هذا المجال نجد :

– **اختبار (Pedroni) :** يرتكز هذا الإختبار على سبعة اختبارات فرعية لدراسة علاقات التكامل المتزامن ويبدأ تطبيق هذه الإختبارات بتقدير العلاقة على المدى الطويل حيث نجد :

$$y_{i,t} = d_{i,t} + x_{i,t}\ b_i + u_{i,t}$$

حيث : d_{it} : دالة كثير حدود مرتبطة بالزمن ، x_{it} : شعاع k متغيرة تفسيرية .

حيث يرتكز إختبار pedroni على اختبار فرضية العدم والخاصة بغياب علاقات التكامل المتزامن، والتي يمكن صياغتها من الشكل التالي :

$$H_0 : P_i = 1$$

حيث: p_i يشير الى ارتباط البوقي المقدرة تحت الفرضية التعاقبية التالية :

$$U_{i,t} = P_i U_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$$

حيث تمثل u_{it} بواقي النموذج السابق والخاص بـ y_{it}

ويمكن القول أن إجراء هذا الإختبار يرتكز على حساب القيمة المحسوبة ومقارنتها بالقيمة الجدولية الخاصة بالقانون الطبيعي عند مستوى المعنوية α ، فإذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة المجدولة يتم رفض فرضية العدم (فرضية غياب علاقات التكامل المتزامن)، أو بعبارة أخرى إذا كانت القيمة الإحتمالية (Prob) أصغر من مستوى المعنوية α يتم رفض فرضية العدم (فرضية غياب علاقات التكامل المتزامن) وقبول الفرضية البديلة (فرضية وجود علاقات التكامل المتزامن)، والعكس صحيح.

3-6 – مرحلة التقدير ودراسة صلاحية النموذج المقدر : في هذه المرحلة تتم عملية التقدير الخاصة بنموذج الأثر العشوائي للأفراد (الدول)، وتقدير نموذج الأثر العشوائي للزمن (السنوات) ودراسة صلاحيتهما من خلال معنوية المعلمات المقدرة ومن خلال المعامل الخاص بآثار المواصفات (الأثر العشوائي للزمن أو للأفراد).

الفصل الرابع : مدخل لبحوث العمليات واستخدامها في المالية

1– عموميات حول بحوث العمليات: يعتبر بحوث العمليات من التقنيات الكمية المطبقة في المالية حيث يمكن تحديد بعض المفاهيم الخاصة به على النحو التالي :

1-1-مفهوم بحوث العمليات: اختلفت وجهات النظر وتباينت الآراء في إيجاد تعريف محدد لبحوث العمليات، فقد عرف دانتزيج (Dantzig) بحوث العمليات " بأنها علم الادراة أي علم اتخاذ القرارات" ويعد هذا التعريف تعريفا شاملا ولا يقدم مفهوما واضحا لبحوث العمليات وتطبيقاتها وانما يميزها من غيرها من المصطلحات، فبحوث العمليات ليست علم اتخاذ القرارات وتطبيقها انما هي أدوات تستعمل مع غيرها من الأدوات الأخرى للمساعدة في اتخاذ القرارات. (حامد سعد نور الشمرتي، 2010، صفحة 02)

إن الخاصية التي يتميز بها هذا العلم هو إعداد نموذج علمي وعملي لنظام معين يتضمن تحديد العوامل المؤثرة و التنبؤ ومقارنة النتائج لمساعدة الإدارة في قياس دقة النظام المستخدم وبالتالي اتخاذ القرارات المناسبة والسليمة.

أما مورس وكمبال (Kimblall and Morse) فقد عرفا بحوث العمليات " بأنها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الأساس الكمي الذي يمكن الإدارة من اتخاذ القرارات "، ومن هذا التعريف يمكن تحديد العناصر الرئيسة لبحوث العمليات على النحو الأتي: (فتحي خليل حمدان، رشيق رفيق مرعي، 2004، صفحة 15)

- استعمال الطريقة العلمية؛
- الاعتماد على الأساس الكمي، وذلك باستعمال أدوات بحوث العمليات وأساليبها؛
- يمكن الإدارة من اتخاذ قرارات أكثر موضوعية.

وعلى هذا الأساس يمكننا وضع تعريف محدد لبحوث العمليات على أنها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الأساس الكمي وباستعمال أدوات بحوث العمليات وأساليبها كالبرمجة الخطية والبرمجة العددية، والبرمجة غير الخطية والتحليل الشبكي،..... وذلك لتمكين الإدارة من اتخاذ قرارات أكثر موضوعية. (صالح مهدي محسن العامري، عواطف ابراهيم الحداد، 2000، صفحة 12)

وهناك بعض التعريفات الأخرى الذي قدمها كبار المتخصصين بهذا العلم لتحديد مفهومه ومن بينها :

- **تعريف (Wagner)** حيث عرف بحوث العمليات هي المدخل العلمي الذي تستخدمه الإدارة التنفيذية لحل المشاكل ؛

-**تعريف جمعية بحوث العمليات البريطانية:** حيث عرفت بحوث العمليات على أنها تطبيق الطرق العملية لحل مشاكل معقدة في إدارة نظم كبيرة تشتمل على أفراد والآلات ومواد و رأس مال في الصناعة والأعمال والحكومة والدفاع"؛

- **تعريف جمعية بحوث العمليات الأمريكية:** حيث عرفت بحوث العمليات على أنها أساليب تتعلق بكيفية اتخاذ قرار عملي لتصميم وتشغيل نظم (العاملين، الآلات) والتي عادة ما تتطلب تخصيص الموارد النادرة .

- تعريف حمدي طه: حيث عرف بحوث العمليات على أنها حقل علمي جديد لصناعة القرار يتصف باستخدام المعرفة العلمية من خلال جهود فرق عمل تضم في عضويتها متخصصين بمختلف المعارف بغرض الاستخدام الأفضل للموارد المحدودة .

وخلاصة القول بعد استعراض هذه التعريفات المختلفة، فإننا نرى أنها جميعا تتمحور حول فكرة معينة يمكن أن تصاغ بالآتي كتعريف إجرائي لبحوث العمليات:

" على أنها أساليب كمية رياضية يعتمدها متخذو القرارات من المدراء على اختلاف مستوياتهم الإدارية لغرض حل المشاكل الإدارية المختلفة في المؤسسات والشركات بكافة أنواعها الصناعية والتجارية والزراعية والخدمات عن طريق تقييم للبدائل المختلفة بصيغة علمية وطريقة منهجية منظمة ومن ثم التوصل إلى حلول مثلى ".

2-1- التطور التاريخي لبحوث العمليات: نشأت بحوث العمليات خلال الحرب العالمية الثانية واستخدمت للمرة الأولى أثناء الحرب العالمية الثانية في عام 1940 في المملكة المتحدة حيث عهدت الإدارة العسكرية في بريطانيا إلى فريق من العلماء والباحثين وذوي اختصاصات مختلفة مهمة دراسة العمليات المرتبطة بالدفاع الجوي والبري ودراسة المشاكل الإستراتيجية والتعرف على أفضل استخدام ممكن للمعدات الحربية المتاحة، فقد عمل فريق من العلماء المتخصصين في بحوث العمليات في استغلال الموارد المتاحة من القوى العاملة والمعدات للقوات البريطانية ضد العدوان (دلال صادق الجواد ، حميد ناصر الفتال، 2008 ، صفحة 06)، ثم طورت هذه العلوم وطبقتها للاستفادة منها في بقية قطاعات الحياة المختلفة مما أدى بها إلى جني ثمار ما توصلت إليه من نتائج جيدة في كل قطاعات الحياة الاقتصادية " الصناعية و الزراعية والخدمية "، مما حمل ببقية الدول الأخرى على الاهتمام بهذا العلم ومنها الولايات المتحدة الأمريكية التي هي الأخرى استفادت من تطبيقاته في قطاعات الحياة الأخرى بعد أن أسهمت في تطوير بقية ألغازه ومواصلة اكتشافها، وفي هذه الفترة أيضا ظهر الاهتمام بشكل جدي بدارسة النمو الاقتصادي لتلك البلدان وبذلك استخدمت " البرامج الخطية " التي تعد إحدى أساليب بحوث العمليات في تخصيص موارد أو طاقات محدودة للحصول على أهداف معينة وفي الحقيقة لقد تم تطوير الأساليب الرياضية لتشمل ميادين واسعة من المتغيرات المؤثرة في المشاكل المدروسة، وبذلك ساعدت هذه الأساليب على حسن استخدام هذه الموارد للحصول على نتائج أفضل.

كما نجد أن بحوث العمليات تهتم بدارسة مشاكل الأمثلية (problems optimization) والتي تهدف إلى تعظيم أو تدنية دالة الهدف التي تمثل عدد محدد من المتغيرات (أو الدوال) بحيث تكون هذه المتغيرات مستقلة عن بعضها البعض أو مرتبطة ببعضها من خلال أحد أو مجموعة من القيود، ولقد عرفت أساليب الأمثلية منذ 150 عام سبقت وطبقت في كثير من المجالات سو اء الاقتصادية منها أو الهندسية أو الفيزياء، وقد أعطت النظرية الكلاسيكية في تحديد الأمثلية نتائج رائعة في مجال النظرية الكلاسيكية للإنتاج والاستهلاك إلا أنه في الآونة الأخيرة ظهرت حالات مهمة في مجال تحديد الأمثلية في المجال الاقتصادي والعسكري والمالية العامة والتصنيع يصعب حلها في الأسلوب الكلاسيكي لتحديد الأمثلية مما أدى إلى تطوير هذه الأساليب ضمن

مـــا يعــرف فـــي مشـــاكل البرمجـــة الرياضـــية التـــي تعــد إحــدى أســـاليب بحــوث العمليـــات فظــلا عــن الأســـاليب الاحتماليـــة، وبــذلك فهـــي تـــدور حـــول اســـتخدام التحليـل الكمـــي لمســـــاعدة الإدارة علـــــى اتخـــــاذ القـــرارات مســـــتخدمة الأســـــاليب الرياضـــــية المتقدمـــــة والأدوات العلميـــــة لحـــل تلــك المشـــاكل التـــي تتعلـــق بالعمليـــات الخاصـــة بـــأي نظـــام يهـــدف تقـــديم الحـــل الأمثـــل لهـــذه المشاكل . (حامد سعد نور الشمرتي، 2010، صفحة 07)

3-1- أسباب ظهور بحوث العمليات ووظائفها: يمكـــن تلخيص أســـباب ظهـــور وتطـــور أســـاليب بحـــوث العمليـــات واســـتخدامها علـــى نطـــاق واســـع كالآتي:

- إن المـــدراء فـــي عـــالم اليـــوم يحتـــاجون إلـــى وســـائل تســـاعدهم فـــي اتخـــاذ قـــرارات أكثـــر رشـــدا وعقلانيـــة بعـــد أن تعقـــدت المشـــاكل وتضـــخمت وأصـــبحت متداخلـــة ومتشـــعبة، إن أســـلوب الارتجـــال والحكـــم الشخصـــي لوحـــده لا يكفيـــان للتصـــدي لهـذه المشـــاكل وحلهـــا بطريقـــة فعالـــة،وأساليب بحوث العمليات تمثل أداة فاعلة في أيدي هؤلاء المدراء؛
- إن الرغبـــة فـــي الوصـــول إلـــى حلـــول مثلـــى ســـواء كانـــت تعظـــيم الأربـــاح أو تقليـــل التكـــاليف يقتضـــي اعتمـــاد أســـاليب علميـــة دقيقـــة، فلـــيس بالإمكـــان اعتمـــاد التجربـــة والخطـــأ فـــي مجـــال الإنتـــاج والتوزيـــع وغيرهـــا مـــن العمليـــات حيـــث أن عـــالم اليـــوم لـــم يعـــد فيـــه متســـع لاتخـــاذ قـــرارات غيـــر صـــائبة ومـــن ثـــم تعـــديلها بـــدون تكـــاليف عاليـــة، بعبـــارة أخـــرى يجـــب أن يكـــون القرار صائبا من أول مرة؛
- النجـــاح البـــاهر الـــذي تحقـــق فـــي العمليـــات العســـكرية أثنـــاء الحـــرب العالميـــة الثانيـــة وغيرهـــا مـــن الحـــروب فـــي مجـــال اختيـــار الأســـلحة المناســـبة أو توزيـــع القطعـــات العســـكرية والقيـــام بأعمـــال الـدفاع المـــدني أثنـــاء الحـــروب وكـذا تطـــوير الأسـلحة الجديـدة، كـــل هـــذا شـــجع علـــى تطبيق نفس الأساليب في الأعمال المدنية التي أعطت بدورها نتائج ممتازة؛
- التوســـع الكبيـــر فـــي اســـتخدام أجهـــزة الحاســـوب التـــي تتســـم بالســـرعة العاليـــة والدقـــة الأمـــر الـــذي أدى إلـــى حـــل النمـــاذج التـــي تحتـــوي علـــى معـــادلات معقـــدة وكثيـــرة المتغيـرات، ممـــا ســـاعد فـــي توســـع وازديـــاد التطبيقـــات لبحـــوث العمليـــات فـــي حـــل المشـــاكل الإداريـــة، وكـــذلك فـــإن تطـــوير البرمجيـــات والتـــي تســـهل كثيـــرا حـــل المشـــاكل المختلفـــة قـــد ســـاهمت فـــي تطـــوير المنـــاهج المختلفة في هذا العلم ووفرت وسيلة لمساعدة الطلاب و الباحثين؛ (محمد عبد العال النعيمي، رفاه شهاب الحمداني، احمد شهاب الحمداني، 2011، صفحة 12)
- حاجـة العلـوم المختلفـــة الأخـــرى لأساليب بحـوث العمليـــات فـــلا يوجـد تخصـــص تقريبـــا إلا وتجـد أن بعـض هـــذه الأســـاليب علـــى الأقـــل موجـــودة فـــي مناهجـــه.
- التقدم التكنولوجي المتسارع؛
- تطـور المنشـآت الصـــــغيرة وزيـــــادة المنظمـــات الصـناعية والزراعيـة والتجاريـة والإداريـة والإجتماعيـة والحيويـة الأخـرى التـي اسـتخدمت التحليـل الكمـي لمعالجـة الكثيـــر مـــن المشكلات التي واجهتها؛
- إســـتمرار كثيـــر مـــن البـــاحثين فـــي بحـــوثهم، وقـــد أدى ذلـــك إلـــى إبتكـــار الكثيـــر مـــن أســـاليب بحـــوث العمليـــات حيـــث إبتكـــر جـــورج دانتـــزج (Dantzig Gearge) طريقـــة الســـمبليكس لحل نموذج البرمجة الخطية في عام 1947 نتيجة استمراره في البحث.

كما يمكن أن نحدد الوظائف الرئيسية لأساليب بحوث العمليات في ميدان الأعمال كالآتي: [2]
- تسهيل عملية اتخاذ القرار ومساعدة المدراء ولكن ليس إحلال الحلول محلهم؛
- توفير حلول لمختلف المشاكل الإدارية؛
- تعتبر أداة فعالة في مجال البحث العلمي في ميادين الأعمال؛
- تساعد في تخصيص الموارد بشكل فاعل على الاحتياجات الكثيرة؛
- المساعدة في اختيار الاستراتيجيات المختلفة في الإنتاج والتسويق والتمويل؛
- المساعدة في تخفيض التكاليف في كثير من القرارات الإدارية؛
- يوفر أداة مهمة لدراسة ردود الفعل وتحليل الحساسية للكثير من القرارات المتخذة.

1-4- شروط تطبيق بحوث العمليات: إن اساليب بحوث العمليات كافة يمكن أن تطبق في مختلف المؤسسات الإنتاجية منها والخدمية، بشرط توفر على النحو الآتي : (جهاد صياح بني هاني، نازم محمود الملكاوي، فالح عبد القادر الحوري، 2008، صفحة 15)
- محدودية الموارد: وتعني أن الموارد التي تستعملها المؤسسة سواء كان ذلك في العملية الإنتاجية أم التجارية وما شابه ذلك تتصف بكونها محدودة الكمية من حيث توفرها و سهولة الحصول عليها، بمعنى أخر أن الموارد المتوفرة تحت تصرف المؤسسة لا يوجد منها كميات كبيرة إلى درجة بحيث يمكن الحصول عليها في أية لحظة ومن دون عناء وكلفة، وينطبق هذا الشرط على: الموارد المالية، الموارد البشرية ذات الكفاءة العالية، الموارد الأولية، مساحات الأراضي ذات الموصفات النادرة (يتواجد فيها النفط أو مناجم و الذهب ..).
- تعدد البدائل: يقصد بهذا الشرط أن هناك أكثر من بديل أو طريقة يتم بموجبها استغلال المورد المتوفر، فعند الحديث عن المستلزمات الأساسية لعملية الإنتاج و بالتحديد عن المواد الأولية الداخلة في صنع المنتج، يعني هذا الشرط أن هناك أكثر من طريقة لاستغلال هذه المواد الأولية، ومن الجدير بالذكر هنا إن اختيار البديل الأفضل أو الأمثل يخضع لمعايير متعددة أهمها أن يحقق البديل أعلى الفوائد والمنافع أو اقل التكاليف والخسائر وهو ما يعرف بالبديل الأمثل.

1-5- المجالات التطبيقية لبحوث العمليات: يوجد العديد من المجالات التطبيقية لبحوث العمليات في الكثير من النواحي الإقتصادية والصناعية والزراعية والتجارية ومن أهمها : (فتحي خليل حمدان، 2010، صفحة 10)
- الإدارة الصناعية: حين تتعامل المصانع مع الإنتاج فهناك مشكلتان تظهران وهما إما تعظيم الأرباح أو تقليل التكلفة ولحل هاتان المشكلتان نستخدم الأساليب الكمية في الحل ويتم تطبيق بحوث العمليات أيضا في تحديد كمية الإنتاج وزيادة الطاقة الإنتاجية والسيطرة على المحزون.
- الإدارة العسكرية: تستخدم بحوث العمليات في هذه الناحية بحيث تحدد أفضل الطرق للنقل بأقل الخسائر الممكنة وأيضا وضع التكتيك الدفاعي الذي يعتمد على أسلوب البرمجة الخطية.
- الإدارة الزراعية: تستخدم في التوزيع الأمثل للمياه على الأراضي الزراعية ومساعدة البلدان التي تقل فيها الموارد المائية في السيطرة على المخزون المائي وتوزيعه بشكل أفضل على السكان والزراعة والصناعة.
- إدارة الخدمات: تستخدم بحوث العمليات في النواحي الخدمية مثل المستشفيات ووسائل النقل وبعض الدوائر الحكومية في صفوف الانتظار، وأيضا في تنظيم وصول القطارات والطائرات.

- إدارة التسويق: تستخدم بحوث العمليات في التسويق بحيث نستطيع التنبؤ بالطلب عند مستويات المخزون المتدنية واختيار المنتج الذي يحقق أعلى عائد وفي تحديد الأساليب التسويقية للمنتجات.
- الإدارة المالية: تطبق بحوث العمليات في الإدارة المالية لمساعدة المالي في نواحي عديدة منها التخطيط لزيادة أرباح المنظمة والتخطيط للمشروع وزيادة رأس المال بالإضافة إلى تحليل التدفق النقدي.

6-1- مراحل التحليل الكمي باستخدام بحوث العمليات: تقوم المنهجية العلمية لبحوث العمليات في عملية اتخاذ القرارات على الخطوات التالية: (أكرم محمد عرفان المهتدي، 2004، صفحة 15)

- **تعريف المشكلة قيد البحث:** أي أن يتم تعريف المشكلة الذي سيتحذ القرار فيها لأن ذلك يقود إلى الهدف الذي تسعى الإدارة لتحقيقه، فلو كانت المشكلة إنتاجية تتعلق بخط إنتاجي معين فإن الهدف هو تحديد أفضل كمية إنتاجية ستنجم عن تشغيل هذا الخط بحيث تحقق الشركة أهدافها في الحصول على أعلى ربح ممكن أو تكلفة ممكنة فتحديد وتشخيص المشكلة من المهام الأولى في عملية اتخاذ القرار الإداري.
- **بناء النموذج الرياضي:** بعد الانتهاء من تحديد المشكلة موضوع القرار وبيان العلاقات المتداخلة فيها يتم وضع المشكلة بصيغة نماذج رياضية تمثل مكونات المشكلة المراد حلها، وتشتمل على متباينة الهدف المطلوب تحقيقه ومتباينات القيود الملازمة للمشكلة التي تحكم الإدارة في اتخاذ القرار.
- **حل النموذج:** بعد صياغة النموذج الرياضي يتم حله لاستخراج النتائج الأولية وتحديد كونه أمثلا أم لا، فإذا لم يكن كذلك فالأمر يتطلب تطويره حتى الوصول إلى الحل الأمثل لأنه المحقق للأهداف المقترحة.
- **تطبيق واعتماد النتائج:** بعد الوصول إلى الحل الأمثل نظريا يتم تطبيق الحل الأمثل عمليا من خلال مجموعة الإجراءات والتعليمات الذي يقدمها متخذ القرار للعاملين للتقيد بها مراعيا توفر المهارات والمستلزمات الضرورية التي يتطلبها التنفيذ، ثم متابعة التنفيذ للتأكد من أن القرار المتخذ كان فعلا هو العلاج للمشكلة.

2 - نظرية وشجرة القرارات: إن حالات القرارات سواء في ظروف التأكد، أو ظروف عدم التأكد أو في ظروف المجازفة هي قرارات من مرحلة واحدة وبالتالي فهي ساكنة من حيث الزمن، غير أن متخذ القرار قد تصادفه حالات تستلزم منه اتخاذ قرارات متتابعة، إذ بعد أن يختار قرار معين، يستلزم منه الأمر اتخاذ قرار بالاعتماد على الأول، ثم بعد اختيار القرار الثاني، قد يستلزم الأمر منه أيضا اتخاذ قرار ثالث ....إلخ، وبالتالي يجد نفسه اتخذ سلسلة من القرارات المتتابعة لأجل تعظيم العائد أو الأرباح أو تدنية التكاليف أو الخسائر، وهذا ما يعبر عنه بنموذج القرارات المتتابعة والمعبر عنه أيضا بشجرة القرارات.

2-1- نظرية القرارات: عرفت البشرية فنون الإدارة ومارستها منذ أقدم العصور وظهر النشاط الإداري مبكرا في تاريخ الحضارة، فإذا كانت العملية الإدارية هي أساس تنسيق وتوجيه جهود الأفراد والجماعات نحو تحقيق أهداف معينة فإن القرارات هي من أهم وسائل الإدارة لتحقيق هذه الأهداف. و الكثير من المفاهيم المرتبطة بالقرارات لها جذور تمتد في تاريخها إلى الوقت الذي بدأ فيه التفاعل الاجتماعي، فعملية صنع القرارات لا تعتبر وظيفة مستقلة عن وظائف الإدارة، وإ نما تعتبر بمثابة الوسيلة والأداة الأساسية لممارسة جميع تلك الوظائف من تخطيط وتنظيم ورقابة وتوجيه، حيث يمكن التطرق اليها على النحو التالي :

- **التخطيط:** يقوم على اتخاذ سلسلة من القرارات الإدارية التي تتعلق بوضع افتراضات حول الأحداث المستقبلية وردود الأفعال التي كلما كانت قريبة من الواقع كان التخطيط سليما.
- **التنظيم:** يقوم على اتخاذ سلسلة من القرارات الإدارية التي تتعلق بالهيكل التنظيمي، الإجراءات التنظيمية، تقسيم العمل (مسؤولية العاملين)، وتحديد القواعد التي تحكم سير العمل ونقل عملية اتخاذ القرارات إلى جميع أجزاء التنظيم سواء عموديا أو أفقيا والعلاقة بين العاملين.

- **التوجيه:** تعتمد على اتخاذ سلسلة من القرارات الإدارية التي تتعلق بكيفية إصدار الأوامر والتعليمات الواضحة بشأن ما يجب عمله والإرشاد بأسلوب أداء العمل حسب الظروف القائمة وكيفية الإشراف أثناء التنفيذ وذلك باستخدام كل وسائل التحفيز والتصحيح.
- **الرقابة:** تعتمد على اتخاذ سلسلة من القرارات الإدارية التي تتعلق بتحديد مجالات الرقابة، معاييرها والمعلومات المطلوبة لها والزمن اللازم لذلك والجهات التي تشرف عليها.

ويمكن القول أن حقيقة المشكلة الإدارية تتمثل باختصار في اتخاذ القرارات التي تحدد كيفية توزيع الموارد على أوجه الاستخدام الغير محدودة تحت تأثير العوامل وضغوط خارجية لا تملك المؤسسة قدرة السيطرة عليها إلا في حدود التخفيف من آثارها كما أن تلك القرارات تتخذ في ظروف تتصف بنقص المعلومات وعدم التأكد وصعوبة الرؤية المستقبلية مما يتطلب ضرورة وجود نظام مناسب فعال يساعد المسير على تقدير الاحتمالات بصورة صحيحة واتخاذ القرارات السليمة.

2-1-1- مفاهيم عامة حول القرار: تعني كلمة قرار الإجابة النهائية لصانع القرار بشأن ما يجب فعله للوصول لوضع معين و إلى نتيجة محددة ونهائية إلا أن هناك بعدا آخر يمكن أن يضاف إلى مفهوم القرار فأفعال كل منا يمكن أن تنقسم إلى قسمين رئيسيين: قسم ينتج من التمعن والحساب والتفكير وقسم آخر لا شعوري تلقائي فينتج عن القسم الأول ما يسمى قرارات أما القسم الثاني فينتهي إلى أفعال آنية، ومن ثم يمكن تعريف القرار بأنه مسار فعل يختاره المقرر باعتباره أنسب وسيلة متخذة أمامه لإنجاز الهدف أو الأهداف التي يبتغيها، أي حل المشكلة التي تشغله،وإ ن كان الاختيار بين البدائل يبدو نهاية المطاف في صنع القرارات إلا أن مفهوم القرار ليس قاصرا على الاختيار النهائي بل أنه يشير كذلك إلى تلك الأنشطة التي تؤدي إلى ذلك الاختيار.

كما يجب التفرقة بين مفهومي صنع القرار واتخاذ القرار، فمفهوم صنع القرار لا يعني اتخاذ القرار فحسب و إنما هي عملية معقدة للغاية تتداخل فيها عوامل متعددة: تقنية، سياسة، اقتصادية، اجتماعية، وتتضمن عناصر عديدة.

أما اتخاذ القرار فيمثل مرحلة من صنع القرار وهي آخر مراحله، فبعض العلماء عرف الإدارة بأنها فن تنفيذ الأشياء من خلال الآخرين والبعض الآخر عرفها بأنها عملية اتخاذ قرارات تنقسم إلى شقين، الأول هو العلم الذي يمثل مجموعة من المعرفة المنظمة التي تم تجميعها وتحليلها، أما الشق الثاني فهو فن تطبيق العلم أو المهارة في تطبيق المعرفة المكتسبة، ومن بين تعريفات عملية اتخاذ القرار تعريف " Barnard " أنها " تكثيف العديد من البدائل أي أنه اختيار بديل من بديلين أو أكثر وأنه يؤثر باستمرار على قدرات المدير في اتخاذ القرارات أما العالم " Simon " وضع أهمية كبيرة على القرار واعتبر الإدارة عملية اتخاذ القرار فقد أكد على أن القرار هو عبارة عن حصيلة معقدة تتضافر فيها العديد من الاعتبارات سواءا كانت اقتصادية، تقنية، اجتماعية، سياسية،قانونية، فنية..الخ.

ولذا لا ينبغي أن ينظر إلى اتخاذ القرار من زاوية واحدة فقط كما يراه بعض المختصين بأن القرار ينطوي من حيث الأبعاد الاقتصادية على مسألتين هامتين هما العوائد المحققة والتكلفة المرتبطة على اتخاذها

ويمكن القول أن: " اتخاذ القرار هو عملية اختيار بديل واحد من بديلين محتملين أو أكثر لتحقيق هدف أو مجموعة من الأهداف خلال فترة زمنية معينة على ضوء معطيات كل من البيئة الداخلية والخارجية والموارد المتاحة للمنظمة".

كما نجد أن اتخاذ القرار ينطوي على عدد من العناصر وهي: الاختيار، الأهداف والغايات، الوقت، الموارد المادية والبشرية المتوفرة، البيئة الداخلية للمنظمة، البيئة الخارجية لما تحويه من المتغيرات.

كما نجد أيضا من مميزات عملية اتخاذ القرار مايلي :

- أنها عملية قابلة للترشيد: ذلك أن هذه العملية تقوم على افتراض يؤدي الى أنه ليس بالإمكان الوصول إلى الترشيد الكامل للقرار وإ نما يمكن الوصول إلى حد من المعقولية والرشد، كما أن عملية اختيار البديل الملائم التي تتم على خطوات متعددة ومختلفة وتحت تأثير ضغوط وعوامل متباينة، الأمر الذي جعل من غير الممكن من الناحية العملية وجود معلومات دقيقة وتنبؤ دقيق بالأحداث تمكن متخذ القرار من اختيار البديل الأمثل .

- أنها عملية تتأثر بعوامل ذات صبغة إنسانية واجتماعية: وهذه الصفة نابعة من كون هذه العملية تتأثر بعوامل سيكولوجية نابعة من شخصية متخذ القرار والمرؤوسين وجميع الأشخاص الذين يساهمون في اتخاذ القرار أو يتأثرون به وهذا ما أكده سايمون" Simon"في قوله" ليس هناك قرار إداري يتخذ في أية منظمة بعيدا عن تأثير العديد من الأفراد" كما أن هذه العملية تتأثر بعوامل اجتماعية نابعة من بيئة القرار سواء كانت هذه البيئة داخلية أو بيئة خارجية.

- أنها عملية تمتد في الماضي والمستقبل: وتنبع هذه الصفة من كون القرار الإداري وخاصة القرارات المتكررة امتداد واستمرار القرارات أخرى سبق اتخاذها وأن أي قرار لا يتخذ بمعزل عن بقية القرارات التي سبق اتخاذها بل تعتبر حلقة سلسلة قرارات، كما تمتد عملية اتخاذ القرارات في المستقبل من حيث كون آثار القرار تنصرف إلى المستقبل.

-أنها عملية تقوم على الجهود الجماعية المشتركة: إذ ينظر إلى هذه العملية على أنها نتاج جهة مشتركة يبرز من خلال مراحلها المتعددة، وقد برزت هذه الصفة لعملية اتخاذ القرارات بشكل واضح بعد التطورات التي شهدتها التنظيمات الإدارية الحديثة وما رافق هذا التطور من تشابك وتعقد لنشاطاتها وكل ذلك اقتضى الجهود المشتركة لمواجهتها وهذا ما أدى ببعض كتاب الإدارة إلى القول بأن القرارات الإدارية يجب أن لا تنسب إلى متخذيها من الأفراد و إنما يجب أن تنسب إلى التنظيم الذي صدرت عنه بمعنى أن الجهد الجماعي الذي كان القرار خلاصته ساهم فيه بشكل مباشر أو غير مباشر جميع أعضاء التنظيم.

- أنها عملية تتصف بالعمومية والشمول: فهي تتصف بالعمومية من حيث أن أنواع القرارات وأسس وأساليب اتخاذها تكاد تكون عامة بالنسبة لجميع المنظمات الإدارية فهي صالحة للتطبيق على المنظمات الإدارية على اختلاف أنماطها سواء كانت منظمات تجارية أو صناعية أو خدمية وهي تتصف بالشمول من حيث أن القدرة على اتخاذ القرار ينبغي أن تتوافر في جميع من يشغلون المناصب الإدارية على اختلاف مستوياتها العليا والوسطى والمباشرة.

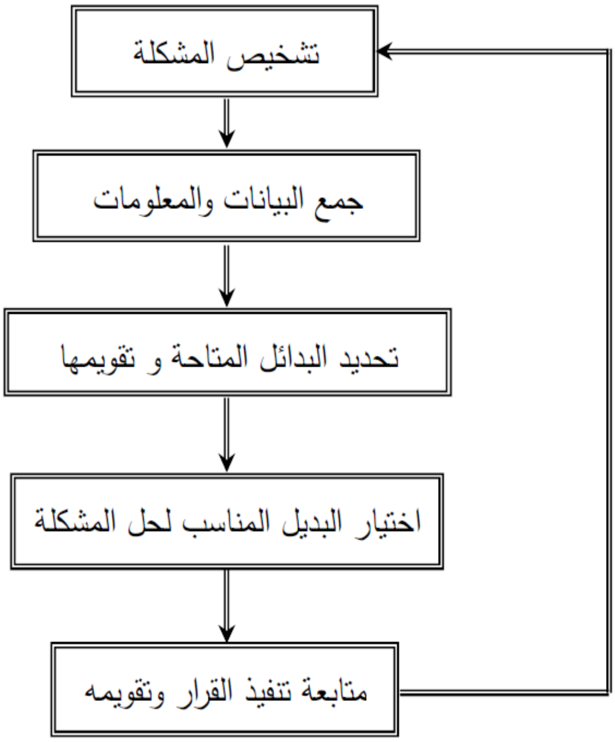
- أنها عملية ديناميكية مستمرة: وتبرز صفة الحركية في هذه العملية من خلال كون هذه العملية تنتقل من مرحلة إلى أخرى وصولا إلى الهدف المنشود لحل المشكلة محل القرار كما أن هذه الأخيرة غالبا ما يكون طابعها التغيير المستمر من مرحلة إلى أخرى حسب متغيرات وظروف معينة كتغيير نوعية وكمية المعلومات المتاحة لمتخذ القرار مثلا.

- أنها عملية مقيدة وتتسم بالبطء أحيانا: وهذه العملية مقيدة وليست مطلقة وهذه الصفة نابعة من كون متخذ القرار يخضع لقيود متعددة بعضها قانونية وبعضها نابع من الضغوط التي يتعرض لها وبعضها نابع من المرؤوسين أو غيرهم ممن يمسهم القرار كما أن هذه العملية تتسم بالبطء أحيانا كونها تستغرق وقتا طويلا لاتخاذ القرار بسبب تعقد المشكلة محل القر ار أحيانا أو سبب ما يتطلبه حلها من جمع المعلومات وتحليلها وسبب تردد متخذ القرار أو إحجامه عند اتخاذ القرار... وهذه كلها أسباب تجعل من عملية اتخاذ القرار عملية بطيئة.

- أنها عملية معقدة وصعبة: وتنبع صعوبة هذه العملية من أنها تتضمن نشاطات متعددة تقتضيها مر احل

متعددة وما تتطلبه هذه النشاطات من قدرات ومهارات لإنجازها.
كما يمكن تلخيص خطوات ومراحل إتخاذ القرار من خلال الشكل الموالي:

الشكل رقم (09): مراحل اتخاذ القرار



المصدر: (نواف كنعان، 2000، صفحة 14)

حيث يمكن تحديد كل مرحلة على النحو التالي:

المرحلة الأولى- تشخيص المشكلة : من لأمور المهمة التي ينبغي على المسير أو المدير إدراكها وهو بصدد التعرف على المشكلة
الأساسية وأبعادها، هي تحديده لطبيعة الموقف الذي خلق المشكلة، ودرجة أهمية المشكلة، وعدم الخلط بين أعراضها وأسبابها، والوقت الملائم للتصدي لحلها واتخاذ القرار الفعال والمناسب بشأنها.
ولقد عرف البعض المشكلة بأنها انحراف الأداء الفعلي عن الأداء المخطط، ويعتمد التحديد الدقيق للمشكلة على الإجابة على تساؤل أساسي هو: ما الخطأ الحقيقي ؟ ... فإذا كان المدير لا يعرف تماما المجال الذي توجد فيه المشكلة فعليه أن يسأل الأشخاص الذين يعملون في هذا المجال عن الخطأ في اعتقادهم، لأن إشراك المهتمين بحل المشكلة يخلق لديهم الحافز للبحث عن الحل و تنفيذه أيضا.

المرحلة الثانية - جمع البيانات والمعلومات : إن فهم المشكلة فهما حقيقيا واقتراح بدائل مناسبة لحلها يتطلب جمع البيانات والمعلومات ذات الصلة بالمشكلة محل القرار،حيث أن اتخاذ القرار الفعال يعتمد على قدرة المسير في الحصول على أكبر قدر ممكن من البيانات الدقيقة والمعلومات المحايدة والملائمة زمنيا من مصادرها المختلفة، ومن ثم تحديد أحسن الطرق للحصول عليها، ثم يقوم بتحليلها تحليلا دقيقا ويقارن الحقائق والأرقام ويخرج من ذلك بمؤشرات ومعلومات تساعده على الوصول إلى القرار المناسب.
حيث يمكن تصنيف أنواع البيانات والمعلومات التي يستخدمها المسير إلى:

- البيانات والمعلومات الأولية والثانوية؛

- البيانات والمعلومات الكمية؛
- البيانات والمعلومات النوعية؛
- الأمور والحقائق.

المرحلة الثالثة - تحديد البدائل المتاحة وتقويمها : بمجرد التيقن من أن المشكلة الحقيقية قد تم تحديدها، وجب إيجاد عدد من الحلول لها، وذلك من خلال إشراك المساعدين في وضع الحلول، فإذا كانت طبيعة المشكلة والوقت الذي يجب أن تعالج فيه يسمح، فلا شك أن التحفيز الذهني سوف يكون مقيدا ونقوم باستدعاء كل الأشخاص الذين لهم دور في حل المشكلة ونطلب منهم اقتراح أي حل يطرأ على أذهانهم، والهدف من التحفيز الذهني هو توليد أكبر عدد ممكن من الحلول البديلة للمشكلة ، ويشترط في الحل البديل شرطان (نادرة أيوب، 1997، صفحة 82) ، أولهما القدرة على الإسهام في تحقيق بعض النتائج التي يسعى إليها صانع القرار، أما الثاني ففي حدود الموارد المتاحة، أي إمكانية التنفيذ إذا ما اختاره صانع القرار، ويتوقف عدد الحلول البديلة ونو عها على عدة عوامل منها وضع المنظمة، والسياسات التي تطبقها، والفلسفة التي تلتزم بها، وإمكانياتها المادية، والوقت المتاح أمام متخذ القرار، واتجاهات المسير متخذ القرار وقدرته على التفكير المنطقي والمبدع، الذي يعتمد على التفكير الابتكاري الذي يرتكز على التصور والتوقع وخلفه الأفكار مما يساعد على تصنيف البدائل المتواترة وترتيبها والتوصل إلى عدد محدود منها، ثم تقييم كل بديل من زاوية الجدوى، الرضى والقبول حيث يتم تقسيم عملية التقييم لأي بديل من البدائل إلى ثلاثة أسئلة، فالأول يبحث عن مدى جدوى هذا البديل كحل للمشكلة وما إذا كان من الممكن تنفيذ هذا البديل في حالة الاختيار، أما التساؤل الثاني فيرتبط بدرجة الرضى عن بديل معين والاقتناع به، أما الثالث فيرتبط بالآثار المحتملة لتنفيذ هذا البديل. (رجب عبد الحميد السيد، 2000، صفحة 46)

المرحلة الرابعة - اختيار البديل المناسب لحل المشكلة : وتتم عملية المفاضلة بين البدائل المتاحة و واختيار البديل الأنسب وفقا لمعايير و اعتبارات موضوعية يستند إليها المسير في عملية الاختيار وأهم هذه المعايير:

- تحقيق البديل للهدف أو الأهداف المحددة، فيفضل البديل الذي يحقق الأهداف أو أكثرها مساهمة في تحقيقها.
- انسجام البديل مع هأمية المنظمة وأهدافها وقيمها ونظمها وإ جراءاتها.
- قبول أفراد المنظمة للحل البديل واستعدادهم لتنفيذه.
- درجة تأثير البديل على العلاقات الإنسانية والمعاملات الناجحة بين أفراد التنظيم.
- درجة السرعة المطلوبة في الحل البديل، والموعد الذي يراد الحصول فيه على النتائج المطلوبة.
- مدى ملائمة كل بديل مع العوامل البيئية الخارجية للمنظمة مثل العادات والتقاليد.
- كفاءة البديل، والعائد الذي سيحققه إتباع البديل المختار.
- الموازنة بين درجة المخاطرة المحتملة، أي قياس الفوائد المتوقعة بالنسبة للمخاطر.

المرحلة الخامسة - متابعة تنفيذ القرار وتقويمه: ويجب على متخذ القرار اختيار الوقت المناسب لإعلان القرار حتى يؤدي القرار أحسن النتائج، وعندما يطبق القرار المتخذ و تظهر نتائجه، يقوم المسير بتقويم هذه النتائج ليرى درجة فاعليتها، ومقدار نجاح القرار في تحقيق الهدف الذي أتخذ من أجله.

وعملية المتابعة تنمي لدى متخذ القرارات أو مساعديهم القدرة على تحري الدقة والواقعية في التحليل أثناء عملية التنفيذ مما يساعد على اكتشاف مواقع القصور ومعرفة أسبابها واقتراح سبل علاجها.

يضاف إلى ذلك، أن عملية المتابعة لتنفيذ القرار تساعد على تنمية روح المسؤولية لدى المرؤوسين وحثهم على المشاركة في اتخاذ القرار.

2-1-2- نظريات اتخاذ القرارات: يعتبر العلماء والباحثين المهتمين بعلم الإدارة أن أي تطوير أو إصلاح للإدارة يرتبط بمدى النجاح في اتخاذ أفضل القرارات الممكنة، وبالتالي يصبح الاهتمام بترشيد عملية اتخاذ القرارات وتحديثها هو اهتمامها بتنمية العملية الإدارية، كما أكد رواد الفكر السلوكي في كتاباتهم على أهمية البيئة المحيطة (السياسية، الاجتماعية، الاقتصادية، التكنولوجية، الخ..) والمعوقات القرارات وطريقة اتخاذها.

حيث يرى "سايمون" أن السلوك الإداري هو نتيجة لعمليات اتخاذ القرارات التي تجري في التنظيم، وبالتالي فإن فهم ذلك السلوك والتنبؤ به يقتضيان دراسة كيف تتخذ القرارات ومعرفة المؤثرات التي تحددها.

وقد قسم سايمون صور الرشد في القرارات إلى ستة أنواع فيما يلي:

- القرار الرشيد موضوعيا: وهو ذلك القرار الصحيح الذي يهدف إلى تعظيم قيمة معينة في موقف معين.
- القرار الرشيد شكليا: وهو ذلك القرار الذي يعظم طريقة التوصل إلى القيمة المعينة في إطار المعرفة والمعلومات.
- القرار الرشيد بطريقة واعية: وهو ذلك القرار الذي يقوم على عملية واعية لتهيئة الوسائل لتلائم الغايات المرجوة.
- القرار الرشيد قصدا: وهو القرار الذي يقوم على عملية مقصودة لجعل الوسائل ملائمة للغايات.
- القرار الرشيد تنظيما.
- القرار الشخصي الرشيد: وهو القرار الذي يوجه تماما لتحقيق الأهداف الشخصية للمدير متخذ القرارات.

وفي هذا الإطار اعتبر سايمون أن الرشد الإداري أو القرار الرشيد هو ذلك القرار الذي يجمع بين صفتي الرشد التنظيمي والرشد الشخصي مع أخذ بعين الاعتبار أن المدير متخذ القرار هو شخص يشغل مركزا إداريا رسميا داخل التنظيم وذلك عليه أن يوازن بين أهدافه الشخصية وأهداف المنظمة التي يعمل بها ويترتب على ذلك تأثر القرارات التنظيمية بمجموعة من العوامل:

- عوامل شخصية مرتبطة بسلوك وأهداف واتجاهات ونظام القيم الفردي.
- عوامل تنظيمية غير شخصية مرتبطة بالمنظمة و بنيتها.

أما نظرية "تشستر بارنارد" (خليل محمد العزاوي، 2006، صفحة 104) وهو يعتبر صاحب مدرسة النظام الاجتماعي لأنه حلل الكيان التنظيمي تحليلا منطقيا مستخدما في ذلك مفاهيم علم الاجتماع على الإدارة، فقد نظر إلى المنظمة على أنها نظام رسمي لمجموعة جهود أو قوى منسقة لشخصية أو أكثر كما نظر إلى الجانب غير الرسمي وحدده بأنه نظام تعاوني لتحقيق الأهداف.

وقد ألف كتاب "وظائف المدير التنفيذي" الذي يركز فيه على العوامل النفسية والاجتماعية والأخلاقية ودورها الهام في الإدارة.

وركز في كتابه هذا على الجوانب السلوكية للتنظيم بدرجة تفوق الجوانب الرسمية حيث ركز على عنصر النظام وعنصر الأفراد كمحورين أساسيين للتنظيم واعتبر أن المنظمة موجودة عندما تتصف بالصفات التالية:

- القدرة على الاتصال بين الأفراد العاملين في المنظمة.
- وجود الرغبة في المشاركة لانجاز العمل عند هؤلاء الأفراد دون ضغط أو إكراه.
- أن يكون هدف الرغبة في المشاركة لانجاز العمل من أجل تحقيق الأهداف المشتركة.

و بالمقابل فقد اعتبر أن التنظيمات غير الرسمية مهمة للأسباب التالية:

- يعتبر التنظيم غير الرسمي مركزا للمعلومات التي لا تصل للمنظمات الرسمية و وسيلة للاتصالات المتبادلة.
- سبب للتماسك و للالتحام بين أفراد التنظيم وتعاونهم لتحقيق أهداف المنظمة.
- وسيلة لحماية شخصية الأفراد من تأثيرات المنظمة الرسمية.

وحدد بواعث العمل:

- الباعث المادي: و يتضمن الرواتب و المزايا المادية.
- المناخ الطبيعي للعمل ويتضمن العلاقات التنظيمية وظروف العمل.
- الشهرة و التميز والسلطة.
- المبادئ المثالية والشعور بالكفاءة.

وعرف مفهوم السلطة: بأنها قبول المرؤوس سلطة الشخص الذي يصدر الأمر أو قبول القرار ، وفرق أيضا بين السلوك الفردي والسلوك التنظيمي فيرى بارنارد أن الأول يتميز بالعضوية، أما الثاني فيعتمد على العقلانية والقصد وفرق أيضا بين القرار الشخصي والتنظيمي واعتبر أن القرار الشخصي هو قرار المساهمة في أعمال المنظمة ولا يفوض، أما القرار التنظيمي فهو عملية تجرد القرار من صفاته الشخصية لأنه جزء من العمل التنظيمي وعليه فقد حدد بارنارد ثلاثة أنواع للقرارات:

- القرارات التنازلية: وهي القرارات التي تأتي من مستويات عليا في المنظمة على شكل أوامر.
- القرارت التصاعدية: وهي القرارات التي تتبع من المستويات الدنيا وترفع المسؤولية باتخاذ القرار النهائي بشأنها وتسمى بالحالات الاستثنائية.
- القرارات الناتجة عن المبادأة والمبادرة الشخصية للإداري.

كما تعتبر نظرية القرارات طريقة تحليلية منهجية للتعامل مع المشاكل بأسلوب علمي وبالاستعانة بمنهج كمي يساعد في تقييم واختيار البدائل المثلى (رند عمران مصطفى الأسطل، 2016، صفحة 237)، أما القرار فهو عبارة عن اختيار بديل من بين مجموعة من البدائل بهدف تحقيق هدف أو مجموعة من أهداف معينة، ويرتكز القرار على مجموعة من العناصر التالية:

- الاختيار
- مجموعة من البدائل المتاحة
- مجموعة من الأهداف

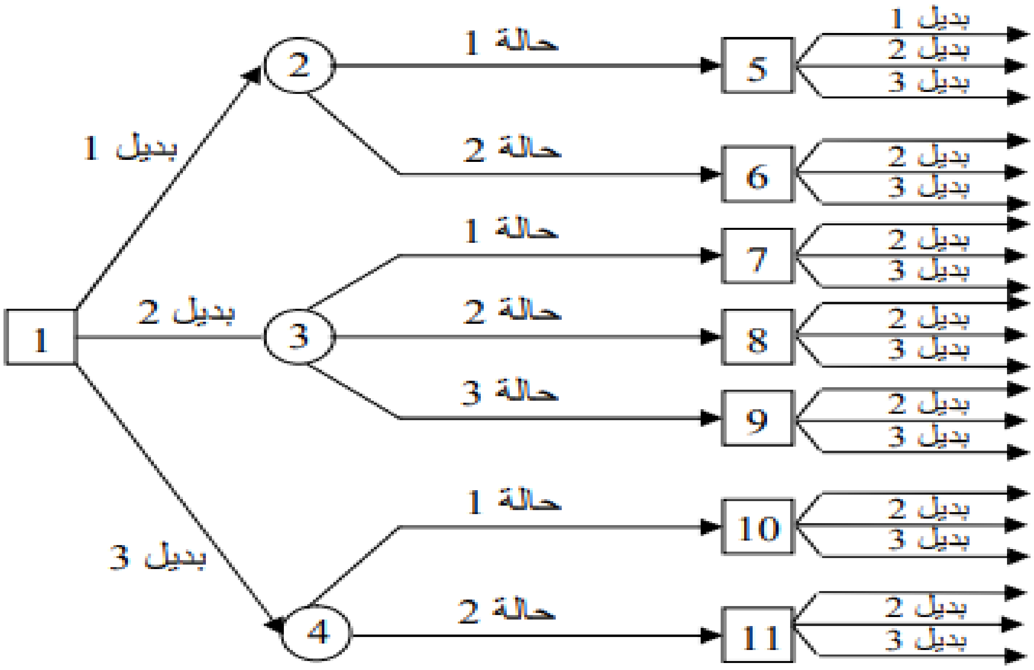
أما مصفوفة القرار فهي عبارة عن مجموعة صفوف أو أعمدة حيث تمثل الصفوف الخيارات أو البدائل المتاحة أمام متخذ القرار في حين أن الأعمدة تمثل حالات الطبيعة أو الظروف الخارجية المحتمل حصولها.

2-2- تعريف شجرة القرارات: إن شجرة القرارات تمثل شكل بياني يوضح الكثير من الأفعال أو البدائل الممكنة، ونستخدم شجرة القرارات عندما يكون هناك صعوبة أمام متخذ القرار ببناء جدول النتائج الشرطية سواء كان معبرا عن هذه النتائج بالأرباح أو الخسائر أو المنفعة، حيث تشير المربعات في هذه الشجرة إلى المواقع التي يتخذ فيها القرار أما العقد الدائرية فتشير إلى المواقع التي تظهر فيها حالات الطبيعة وهناك أسهم تصل بين هذه المربعات وهذه العقد وتسمى هذه الأسهم بالأغصان ويوضع عليها الاحتمالات المتوقعة لحالات الطبيعة أما القيم النهائية المعروفة بالعوائد (نتائج القرار) توضع في نهاية الأغصان المعبرة عن كل نتيجة نحصل عليها من كل حالة من حالات الطبيعة، وتحتوي شجرة القرار على النقاط التالية :

- نقطة بداية القرار
- أسهم للبدائل
- عقد التفرع للبديل الى حالات

ويمكن تمثيلها من خلال الشكل التالي :

الشكل رقم (10): نموذج شجرة القرار



المصدر: (رند عمران مصطفى الأسطل، 2016، صفحة 238)

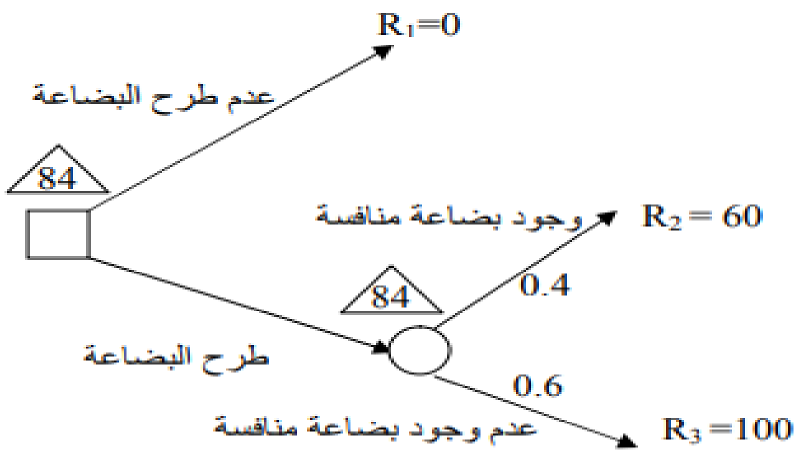
وشجرة القرار يمكن أن تكون محددة يكون فيها البديل الممكن والعائد معروفين تماما، حيث يتخذ فيها قرار واحد فقط، وقد تكون شجرة القرار ذات مراحل متعددة، حيث تحتوي على إمكانيات لقرارات متتابعة

- مثال : يريد مدير إحدى الشركات طرح بضاعة في السوق أو عدم طرحها، فإذا توقع أنه سيكون هناك بضاعة منافسة في السوق باحتمال 40 %، وعدم وجود بضاعة منافسة 60 % و بناءا على هذه المعلومات أرسم شجرة القرارات الملائمة بافتراض أن العائد مع وجود بضاعة منافسة 60 دينار، ومع عدم وجود بضاعة منافسة 100 دينار.

المطلوب:

- إيجاد القرار الأمثل على ضوء شجرة القرارات ؟

الحل : من خلال معطيات المثال نأخذ أعلى قيمة عائد، وبالتالي يتحدد المسار أو القرار الأمثل أي طرح البضاعة في السوق على النحو التالي باستخدام شجرة القرارات التالية :



تمرين 1 : شركة وطنية لإنتاج الحقائب المدرسية تريد إنشاء سلسلة جديدة لإنتاج حقائب السفر، وهذا ما يتطلب منها استيراد آلة جديدة، وقد كان للشركة خيارين، إما شراء آلة فرنسية الصنع X1 بتكلفة 30 ألف دينار، أو آلة ألمانية الصنع X2 بتكلفة 45 ألف دينار.

إن الطلب على المنتج مستقبلا غير مؤكد، إذ تتوقع الشركة إما أن يكون:

- الطلب مرتفعا و باحتمال 5.0 أي 50. %
- أو الطلب منخفضا وباحتمال 5.0 أي 50 % أيضا.

وقامت الشركة بتخمين العوائد واحتمالات الطلب وبدائل التصرف خلال السنتين المقبلتين على النحو التالي:

فبالنسبة لاحتمالات الطلب توقعت ما يلي :

- إذا كان الطلب خلال السنة الأولى منخفضا فإن احتمال أن يكون الطلب:
- منخفضا في السنة الموالية هو 7.0 أي 70 .%
- أن يكون مرتفعا هو 3.0 أي 30 .%
- إذا كان الطلب مرتفعا خلال السنة الأولى فإن احتمال أن يكون الطلب:

منخفضا في السنة الموالية هو 4.0 أي 40 .%

أن يكون مرتفعا هو 6.0 أي 60 .%

أما بالنسبة لبدائل التصرف فإنه تم تخمين ما يلي:

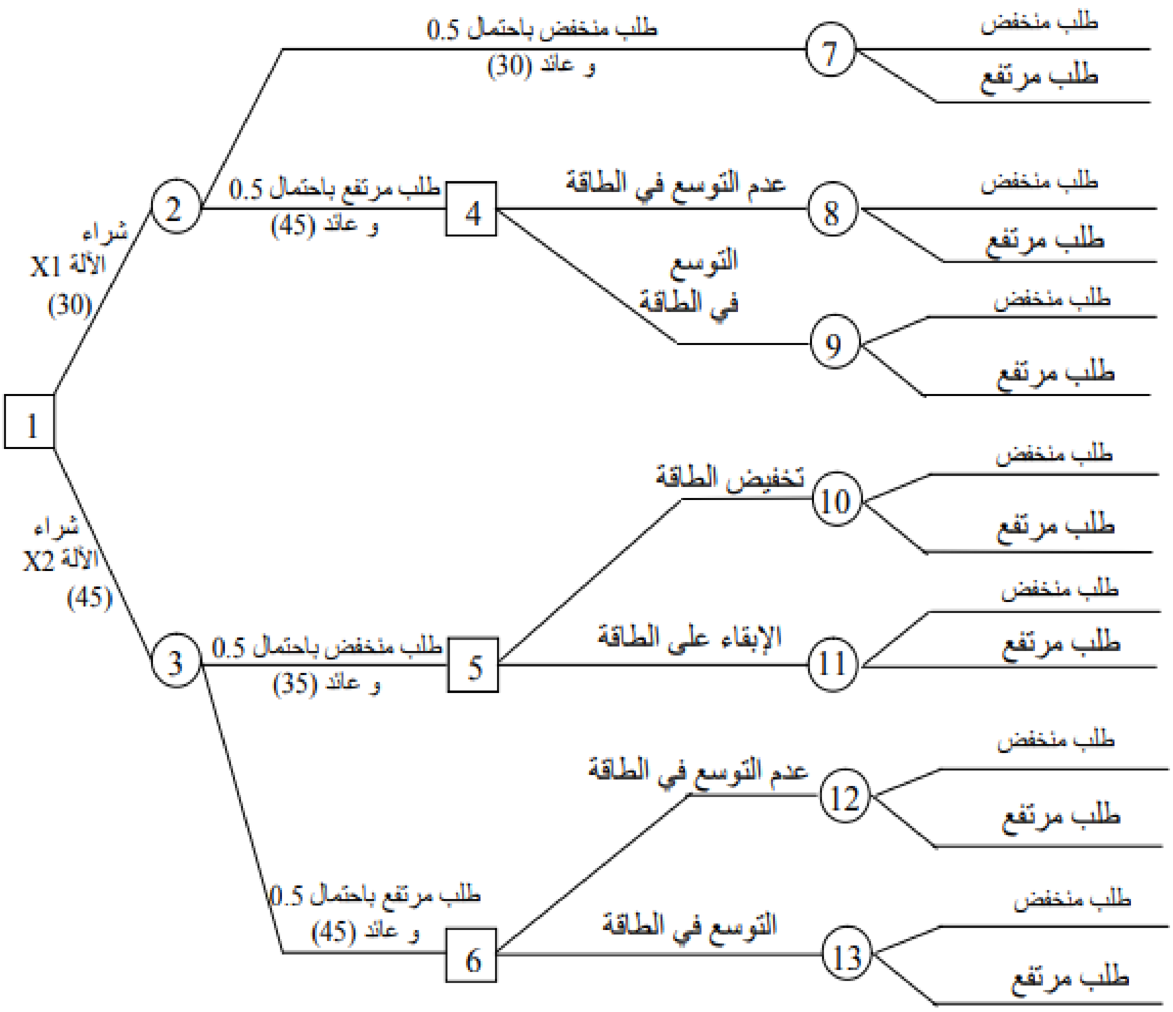
- إذا تم شراء الآلة الفرنسية في السنة الأولى وكان الطلب على الحقائب منخفضا خلال هذه السنة فإن الشركة تتوقع عائد 30 ألف دينار و تستمر في تشغيل هذه الآلة أيضا خلال السنة الثانية.
- إذا تم شراء الآلة الفرنسية في السنة الأولى وكان الطلب مرتفعا خلال هذه السنة فإن الشركة تتوقع عائد 45 ألف دينار و سيكون أمامها بديلان للتصرف في نهاية السنة الأولى هما:
- إما الاستمرار في تشغيل هذه الآلة دون توسع أو التوسع بشراء تجهيزات جديدة بما قيمته 15 ألف دينار كتعزيز للطاقة الإنتاجية لهذه الآلة.
- إذا تم شراء الآلة الألمانية في السنة الأولى وكان الطلب منخفضا خلال هذه السنة فإن الشركة تتوقع عائد 35 ألف دينار و سيكون أمامها بديلان للتصرف في نهاية السنة الأولى هما:

- إما أن تجري بعض التعديلات على هذه الآلة بغرض تخفيض طاقتها الإنتاجية الأمر الذي يكلف 10 ألاف دينار.
أو الإبقاء على هذه الطاقة بدون تغيير.
- إذا تم شراء الآلة الألمانية في السنة الأولى وكان الطلب مرتفعا خلال هذه السنة، فإن الشركة تتوقع عائد 60 ألف دينار و سيكون أمام الشركة أيضا بديلان للتصرف هما:
– إما أن تتوسع بشراء تجهيزات جديدة قيمتها 20 ألف دينار، أو لا تتوسع وتبقى تنتج بنفس الطاقة.

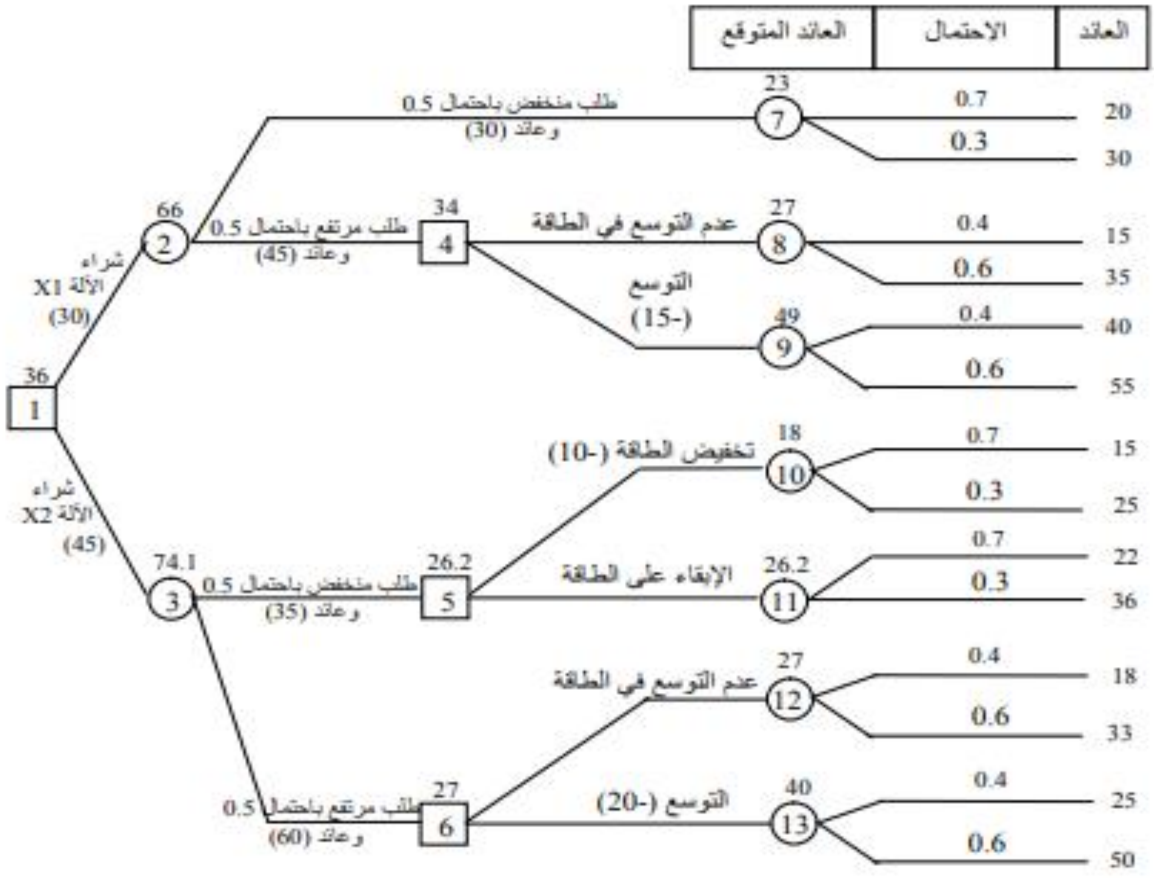
المطلوب:

- ما هي سلسلة القرارات التي يجب أن تتخذها الشركة بالشكل الذي يجعل أرباحها أكبر ما يمكن؟ (محمد راتول، 2004، صفحة 200)

- الحل : من خلال معطيات التمرين يمكن تلخيص القرارات التي يمكن أن تتخذها الشركة بالشكل الذي يجعل أرباحها أكبر ما يمكن على النحو التالي :



ويظهر في الشكل التالي بقية المصاريف والاحتمالات إضافة إلى العوائد المتوقعة



العائد المتوقع في حالة شراء الآلة الفرنسية هو: 66-30=36 ألف دينار

العائد المتوقع في حالة شراء الآلة الألمانية هو: 74.1-45=29.1 ألف دينار

3- نظرية صفوف الانتظار: تتناول هذه النظرية نوعا من الظواهر التي يسهل أن نجدها تحيط بنا في حياتنا العملية، وهي على وجه التحديد ظاهرة وجود صفوف انتظار أو طوابير فهذه الظاهرة موجودة في محطات خدمات السيارات وفي مكاتب تقديم الخدمات الحكومية بل أيضا في المحلات التجارية وفي المطاعم والمستشفيات.

ولاشك أن وجود هذه الظاهرة يستحق الدراسة نظرا لأنها غالبا ما تنطوي على وجود نقاط اختناق عادة ما تؤدي إلى أثار غير مرغوبة سواء من طالب الخدمة أو مقدمها، فعندما يكون هناك اختناق عادة ما يضطر طالب الخدمة إلى الانتظار لفترات أطول مما هو متوقع ويصاحب ذلك أن يبدل جهد غير عادي أيضا للحصول على الخدمة، كذلك وجود اختناقات يمثل نوعا من الضغط على مقدم الخدمة بشكل قد يؤثر على جودة أداء الخدمة، وسمعة الجهة التي تقدم الخدمة.

ومن الميزات التنافسية لأي منظمة قدرتها على تقليل وقت انتظار الزبون والسرعة في تلبية حاجة المستهلك، وفي هذا الإطار تأتي نماذج الانتظار كأداة تحليلية تسهم في دعم متخذ القرار عند الموازنة بين كلفة الانتظار وكلفة تقديم الخدمة لتقليل أقل تكلفة ممكنة.

3-1- نظرية صفوف الانتظار: تختص نظرية الانتظار بوضع الأساليب الرياضية اللازمة لحل المشاكل المتعلقة بتراكم صفوف الوحدات التي تنتظر دورها طلبا لخدمة معينة تؤدى لكل وحدة خلال فترة زمنية محددة. على أن يكون وصول هذه الوحدات إلى مكان أداء الخدمة عشوائيا تبعا لتوزيع معين، كما أن الزمن اللازم لأداء الخدمة لكل وحدة يمكن أن يأخذ الصفة العشوائية وتبعا لتوزيع معين.

وتقدم النظرية قياسا لقدرة مركز خدمة معينة على تحقيق الغرض الذي أنشئ من أجله، ويكون ذلك عن طريق القياس الرياضي الدقيق لمتوسط وقت الانتظار للحصول على الخدمة، وكذلك متوسط عدد المنتظرين للحصول على الخدمة، وعلى ذلك يمكن القول أن تلك النظرية تقدم بطريقة رياضية أسلوبا لتقييم بدائل التصميم المختلفة لمركز تقديم الخدمات.

تتكون عملية الصفوف من عملاء يصلون إلى مكان الخدمة وينتظرون في صف إذا كان كل من يقدمون الخدمة مشغولين ثم يحصلون في النهاية على الخدمة، وبعدها يغادرون مكان الخدمة، ونظام الصفوف هو مجموعة من العملاء، ومجموعة من مقدمي الخدمة ونظام وصول العملاء وتقديم الخدمة لهم.

وتنشأ مشكلة خطوط الانتظار إذا كان معدل الوصول العملاء سريعا بدرجة تفوق معدل أداء الخدمة للعميل الواحد، وكذلك في حال كون معدل أداء الخدمة أسرع من معدل وصول العملاء، حيث يبقى بعض وحدات تأدية الخدمة عاطلة عن العمل وتكون بحد ذاتها خطا للانتظار في كلا الحالتين: انتظار العملاء أو انتظار مقدمي الخدمة يترتب عليه نفقة وبالتالي لابد من دراستها للتقليل من النفقات الكلية (وصول البواخر إلى ميناء بحري للتفريغ، اصطفاف العملاء في البنك في خط أمام شباك صرف الشيكات...إلخ).

وتعود دراسة خطوط الانتظار أو نظرية الصفوف إلى أعمال مهندس الهواتف الدانماركي الذي بدأ عام 1910 بإجراء تجارب تتعلق بمشكلة ازدحام في مركز تأدية المكالمات (A.K.ERLANG) غالبا ما يتعرضون لبعض التأخير خلال الفترات التي تكثر فيها المكلمات الهاتفية وذلك بسبب عدم قدرة العاملين على تلبية الطلبات بشكل متزامن مع السرعة التي تحدث بها، حيث عمد إلى حساب مدة هذا التأخير بالنسبة للعامل الواحد في القسم وعممت هذه الدراسة وتوسعت بعد نهاية الحرب العالمية الثانية، وخاصة بالنسبة للحالات التي تتصف بوجود خطوط الانتظار.

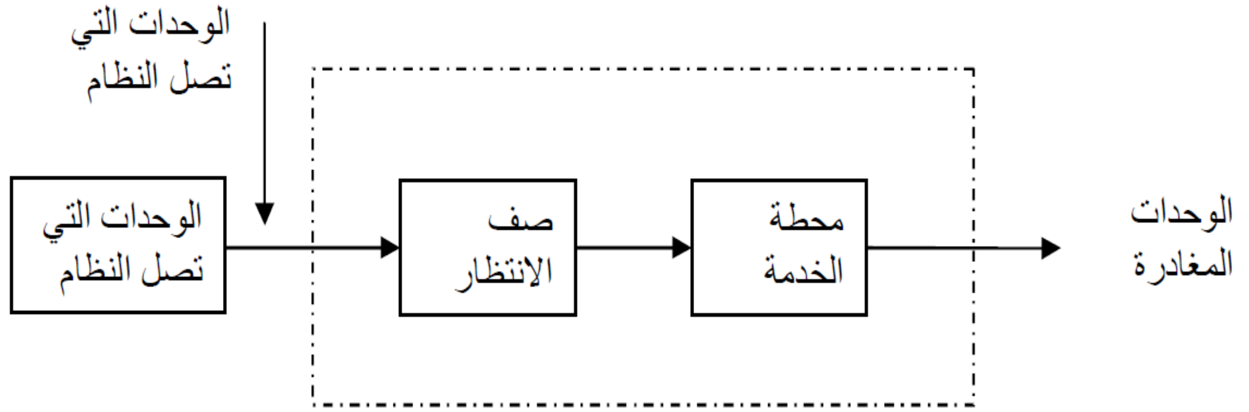
3-2- خصائص نظام الصفوف: ويتميز بخمسة مكونات: نمط الوصول للعملاء، ونمط الخدمة، وعدد من يقدمون الخدمة، وطاقة مكان الخدمة للعملاء، والترتيب الذي يخدم به العملاء.

- **أنماط الوصول:** يخضع ويحدد نمط وصول العملاء سواء كانوا منفردين أو في مجموعات إلى الزمن المستغرق بين وصول عميلين لمكان الخدمة بشكل مستقل عن بعضهما إلى توزيع احتمالي غير متصل لأوقات الوصول والذي يكون بأن احتمال الوصول في فترة زمنية معينة لعميل لا يعتمد على الوقت الذي يتم به الوصول وإنما على الفترة الزمنية الفاصلة بين عمليات الوصول وهذه الفترة قد تكون ثابتة (معروفة بالضبط)، أو متغير عشوائيا بتوزيع احتمالي معروف.

- **أنماط الخدمة:** يتحدد نمط الخدمة عادة بزمن الخدمة وهو الزمن اللازم لأحد مقدمي الخدمة لتقديم الخدمة لأحد العملاء، وقد يكون زمن الخدمة ثابتا أو متغيرا عشوائيا ذو توزيع احتمالي معروف، حيث يخضع هذا النمط من الخدمة لتوزيع أسي احتمالي متصل يفترض بأن أوقات أداء الخدمة مستقلة عن بعضها البعض أي ليس لها علاقة بحوادث الماضي، يعتمد هذا النمط على عدد العملاء الموجودين مسبقا بمكان الخدمة، ومن المهم أن نحدد ما إذا كان العميل يخدم بواسطة مقدم خدمة واحدة، أو يحتاج العميل إلى مقدمي الخدمة (المفترض بأن مقدم الخدمة يقدم الخدمة لعميل واحد). (محمود العبيدي، مؤيد عبد الحسين الفضل، 2004، صفحة 452)

- طاقة النظام: تتحدد طاقة النظام من وجود وحدات من طلاب الخدمة تصل إلى محطات تقديم الخدمة على فترات زمنية ثابتة أو عشوائية وعلى وجود عدد من محطات الخدمة تتجه إليها الوحدات على سبيل الحصول على الخدمة المطلوبة خلال فترة زمنية ثابتة أو عشوائية وبالتالي يمكن أن نرسم المخطط التالي:

الشكل رقم (11): نظام خطوط الانتظار



المصدر: (محمود العبيدي، مؤيد عبد الحسين الفضل، 2004، صفحة 452)

والمقصود بطاقة النظام هو أكبر عدد من العملاء سواء كانوا في مرحلة الخدمة أو في مرحلة الانتظار، والمسموح لهم بالتواجد بمكان الخدمة في نفس الوقت، والنظام الذي ليس له حدود لعدد العملاء المسموح بهم داخل نظام الخدمة تكون له طاقة غير محدودة، والنظام الذي له عدد محدود تكون له طاقة محددة.

كما يمكن تلخيص الافتراضات التالية لنماذج خطوط الانتظار:

- إن حجم العملاء الذين يريدون على نظام خط الانتظار يتكون من عدد لا نهائي من طالبي الخدمة.
- يصل العملاء طالبي الخدمة إلى نظام خط الانتظار بشكل انفرادي وليس بشكل جماعي.
- السياسة التي تحكم نظام الخدمة تقوم على أساس الأول في الوصول هو الأول في الخدمة.
- إن العملاء طالبي الخدمة لا يفقدون دورهم بسبب طول خط الانتظار.
- توجد إمكانية كافية لاستعاب جميع العملاء الذين يقفون في خط الانتظار.
- علاقة الوصول والخدمة تتجانس مع الزمن بمعنى أن متوسط معدلات الوصول ومتوسط معدلات الخدمة لا يتغير بتغير الزمن.

3-3- أنواع نماذج طاقة النظام: حيث يمكن أن نميز الأنواع التالية :

- مركز خدمة واحد مع إتمام الخدمة في مرحلة واحدة: العملاء في محلات التجزئة، أمام صندوق واحد، السيارات في محطة غسيل واحدة.
- عدد من مراكز الخدمة مع إتمام الخدمة في مرحلة واحدة: الزبائن في محلات التجزئة مع وجود أكثر من شخص يقوم بتقديم الخدمة، الزبائن في ورشة لتصليح السيارات يقوم بها شخصين أو أكثر لتقديم الخدمة.
- مركز خدمة واحدة مع إتمام الخدمة على مراحل: إنجاز المعاملات في المصرف لصرف الشيكات.
- عدد من مراكز الخدمة مع تعدد مراحل أداء الخدمة.

4- نظرية الألعاب أو المباريات الرياضية : تعتبر نظرية المباريات إحدى الوسائل الحديثة التي تستخدم لاتخاذ القرارات في الحالات والمواقف التي تتميز بوجود صراع بين الوحدات المتنافسة المستقلة سواء

كانت أفراد أو مؤسسات، حيث لا تتمكن الإدارة من السيطرة الكاملة على كافة العوامل المؤثرة على نتيجة اللعبة فمثلا (التنافس الذي يحدث بين المنظمات لكسب السوق وترويج المنتجات فيه لإحدى المؤسسات على حساب منتجات المؤسسات الأخرى).

وظهرت نظرية الألعاب عام 1928 م على يد العالم "فون نيومان " وهذا المفهوم لم يعرف بشكل واسع إلا مند عام 1944 عندما نشر كتابه المشهور بعنوان نظرية المباريات والسلوك الاقتصادي حيث توسع بعدها استخدام هذه النظرية على نطاق واسع في مجال الإدارة والعمل الإداري.

4-1- تعاريف ومفاهيم أساسية: في هذه المرحلة سيتم التطرق الى مجموعة من التعاريف الأساسية المستخدمة في مجال نظرية الألعاب، حيث نجد :

- مفهوم اللعبة : هو موقف تنافسي بين n شخص أو مجمو عات يطلق عليه لاعبون سواء كان هذا الموقف اقتصاديا أو إداريا أو عسكريا حيث يسعى كل طرف في هذه اللعبة على تحقيق غاياته وأهدافه بحسب ما تقتضيه مصلحته الشخصية وفقا لإجراءات وقواعد محددة ومتكاملة خاصة لكل لعبة.

- اللاعب: هو وحدة مستقلة في اتخاذ القرار، وليسب الضرورة أن يكون اللاعب شخصا واحد وإ نما قد يكون جماعة تعمل في مؤسسة ما.

- الخطوة: هي النقطة التي يتوجب فيها على اللاعب إيجاد القرار والبديل أو الاختيار وهناك نوعينمن الخطوة:

خطوة شخصية وهي اختيار مدروس واعي لأحد البدائل المتاحة، خطوة عشوائية وهي اختيار غير واعي لأحد البدائل المتاحة أمام اللاعب وذلك طبقا لتوزيع احتمالي معين بواسطة قواعد اللعبة.

- المباراة: هي تطبيق خاص لقواعد اللعبة يؤدي في النهاية إلى نتيجة معينة يتم دفع العوائد أو المدفوعات التي تأخذ صورة تحقيق هدف معين أو كسب عدد من النقاط.

- الاستراتيجيات: هي معيار قراري يحدد التصرف الذي يسكه متخذ القرار وفقا لمجموعة من القواعد وهناك نوعين من الإستراتيجية حيث نجد الإستراتيجية الصرفة أو البسيطة وهي الإستراتيجية التي يمارسها اللاعب طوال وقت اللعبة أو المعيار القراري الدائم لاختيار نفس طريقة اللعبة طوال وقت اللعبة، كما نجد الإستراتيجية المختلطة أو المركبة وهي المعيار القراري الذي يحدد التصرف الذي يجب أن يسلكه متخذ القرار بالاعتماد على مجموعة محددة من الاحتمالات، أي هي التوزيع الاحتمالي يحدد اختيار كل من الاستراتيجيات الصرفة.

4-2- لعبة ذات شخصين ومجموع صفري: هذا النوع من المباراة يقوم بين اثنين من اللاعبين بحيث ما يكسبه الطرف الأول يساوي ما يخسره الطرف الأخر، أو مجموع القيم المتبادلة ثابتا.

لكي يكون بالإمكان إجراء التحليل الرياضي للمباراة يجب أولا توصيف كامل للمشكلة من خلال مصفوفة تسمى بمصفوفة الدفع ويقصد بذلك مقدار ما يدفعه أحد اللاعبين للاعب الأخر.

نفرض أنه لدينا لاعبين:

اللاعبA(الأرباح) والذي تكون استراتيجياته(i) حيث تتراوح بين (i=1,m) واللاعب B(الخسائر) والذي تكون استراتيجياته j) حيث تتراوح بين (j=1,n) ونرمز لنتيجة اللعبة (rij) عندما يلعب اللاعبA (i) إستراتيجية واللاعب B (j() استراتيجية.

فإذا كانت rij > 0 فتكون اللعبة غير عادلة ولصالح اللاعب A لأنها موجبة.

فإذا كانتrij < 0 فتكون اللعبة غير عادلة ولصالح اللاعب B لأنها سالبة.

أما إذا كانتrij = 0 فتكون اللعبة عادلة وليس لصالح أي من اللاعبين.

أي يمكن تمثيلها على النحو التالي :

		B					
		b_1	b_2	..	B_j	..	b_n
A	a_1	r_{11}	r_{12}	..	r_{1j}	..	r_{1n}
	a_2	r_{21}	r_{22}	..	r_{2j}	..	r_{2n}
	..	..	..	..	..	..	..
	a_i	r_{i1}	r_{i2}	..	r_{ij}	..	r_{in}
	..	..	..	..	..	..	..
	a_m	r_{m1}	r_{m2}	..	r_{mj}	..	r_{mn}

ويتألف حل مصفوفة اللعبة البحث عن الاستراتيجيات المثلى التي تحقق لكل من اللاعبين أفضل الأرباح حيث كل منهما يسعى إلى الحصول على أفضل حل ممكن فاللاعب A يحاول تعظيم أرباحه وبالتالي يختار السطر الذي يحقق له ذلك أما اللاعبB فيحاول تقليل خسائره وبالتالي يختار العمود الذي يحقق له ذلك.

يأخذ أدنى قيمة من كل سطر ويمكن تحديدها بالعلاقة A إن اللاعب الأسطر

$$\underset{j}{Min}\, r_{ij} = \alpha_i$$

حيث $i=1,m\ ;\ j=1,n$

ومن ثم نأخذ أعظم هذه القيم من αi

$$\underset{i\in(1,m)}{Max}\, \alpha_i = \alpha$$

حيث ندعو هذه القيمة في نظرية الألعاب α عندئذ لاعب السطر من الواضح أنه يضمن أقل الأرباح ونستطيع أن نكتب : V قيمة اللعبة

$$\underset{i}{Max}\,\underset{j}{Min}\, r_{ij} = \alpha = V$$

يملك حرية الاختيار من الأعمدة واختيار العمود المناسب فيختار أعظم B أما بالنسبة للاعب الأعمدة ونمز لهذه القيمة j القيم من كل عمود βj

$$\underset{i\in(1,m)}{Max}\, r_{ij} = \beta_j$$

ويمكن توضيحها βj ومن ثم يمكن اختيار العمود الذي يتطابق مع أدنى قيمة من القيم

$$\underset{j}{Min}\, \beta_j = \beta$$

وهذا ما يسمح لنا بأن نحصل على أعلى قيمة للعبة

$$\underset{j}{Min}\,\underset{i}{Max}\, r_{ij} = \beta$$

وفي نظرية الألعاب يبرهن بأن قيمة اللعبة تملك دائما المتراجحة التالية:

$$\underset{i}{Max}\,\underset{j}{Min}\, r_{ij} \le \underset{j}{Min}\,\underset{i}{Max}\, r_{ij}$$

أي: $\alpha \le \beta$

3-4- نقطة التوازن:

يعبر عنها بالقيمةV فإذا كانت $V > 0$ فهذا يعني بأن اللاعب B يدفع للاعب A هذه القيمة بالوحدات النقدية، أما إذا كانت$V < 0$ فهذا يعني بأن اللاعب A يدفع للاعب B هذه القيمة بالوحدات النقدية

أما إذا كانت $V=0$ فنقول أن اللعبة عادلة فإن لا أحد يدفع للآخر واللعبة قيمتها صفر.

ويمكن تعريف نقطة التوازن بأنها أكبر قيمة في عمودها وأصغر قيمة في سطرها أو إذا تساوت أكبر أصغر الأرباح مع أصغر أكبر الخسائر فنقول عن اللعبة بأنها متوازنة أو مستقرة تحوي نقطة التوازن.

- مثال 1: لتكن لدينا اللعبة التالية:

		B				
		b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
A	a_1	-2	1	1	3	-5
	a_2	4	2	-5	-6	2
	a_3	5	3	4	6	4
	a_4	7	-3	5	-1	6

لاعب السطر A يحدد لنفسه أقل الامكانيات التي يمكن أن يربح بعضا منها ويختار من كل سطر أدنى قيمة :

$$\underset{i}{Max}\,\underset{j}{Min}\, r_{ij} = (-5\ ;\ -6\ ;\ 3\ ;-3) = 3$$

أما بالنسبة للاعب B تحسب أعظم أقل الخسائر :

$$\underset{j}{Min}\,\underset{i}{Max}\, r_{ij} = (7;\ 3;\ 5\ ;\ 6\ ;\ 6) = 3$$

- مثال 2 : لتكن لدينا مصفوفة الألعاب التالية:

		اللاعب B		
اللاعب A		b1	b2	b3
	a1	9	7	2
	a2	11	8	4
	a3	4	1	7

- المطلوب :

1- عرف نقطة التوازن وهل تحوي هذه المصفوفة على نقطة توازن.

2- أوجد إحتمالات كلا اللاعبين وقيمة اللعبة إن أمكن.

- حل المثال : نقطة التوازن: يعبر عنها بالقيمة(V) فإذا كانت $V> 0$ فهذا يعني بأن اللاعب B يدفع

للاعب A هذه القيمة بالوحدات النقدية ، أما إذا كانت $V<0$ فهذا يعني بأن اللاعب A يدفع للاعب B هذه القيمة بالوحدات النقدية، أما إذا كانت $V = 0$فنقول أن اللعبة عادل فإن لا أحد يدفع للآخر واللعبة قيمتها صفر.

ويمكن تعريف نقطة التوازن بأنها أكبر قيمة في عمودها و أصغر قيمة في سطرها أو إذا تساوت أكبر أصغر الأرباح مع أصغر أكبر الخسائر فنقول عن اللعبة بأنها متوازنة أو مستقرة تحوي نقطة التوازن.

		اللاعب B		
اللاعب A		b1	b2	b3
	a1	9	7	2
	a2	11	8	4
	a3	4	1	7

		اللاعب B			α_i=Min r_{ij}
		b_1	b_2	b_3	
اللاعب A	a_1	9	7	2	2
	a_2	11	8	4	4
	a_3	4	1	7	1
β_j=Max r_{ij}		11	8	7	

$$\alpha = \underset{i}{Max}\,\underset{j}{Min}\, r_{ij} = (2\ ;\ 4\ ;\ 1\ )=4$$

$$\beta = \underset{j}{Min}\,\underset{i}{Max}\, r_{ij} =(11;\ 8;7)=7$$

ومن خلال قيمة α و β نجد أن هذه اللعبة غير مستقرة وأن قيمتها تتروراح مابين $4\leq V\leq 7$
نلاحظ أن عناصر السطر الأول أقل من عناصر السطر الثاني إذن يمكن حذف سطر الأول.

		اللاعب B		
اللاعب A		b1	b2	b3
	a2	11	8	4
	a3	4	1	7

بمقارنة العمودين الأول والثاني نلاحظ أن عناصر العمود الأول أكبر من عناصر العمود الثاني إذن يمكن

حذف العمود الأول.

		اللاعب B	
		b2	b3
اللاعب A	a2	8	4
	a3	1	7

$$x_2 = \frac{a_{22} - a_{21}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})} = \frac{7-1}{(8+7)-(4+1)} = \frac{6}{10}$$

$$x_3 = (1 - x_1) = 1 - \frac{6}{10} = \frac{4}{10}$$

$$x_1 = 0$$

وفي هذه الحالة سيضمن اللاعبA عائد متوقعا يساوي:

قيمة اللعبة :

$$V = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}$$

$$V = \frac{8x7 - 4x1}{10} = \frac{52}{10} = 5.2$$

أما اللاعبB سيلعب الإستراتيجية الثانية باحتمال :

$$y_2 = \frac{a_{22} - a_{12}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})} = \frac{7-4}{10} = \frac{3}{10}$$

$$y_3 = 1 - y_2 = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$y_1 = 0$$

5- التسيير الأمثل للمخزون

5-1- عموميات حول المخزون: المخزون مصطلح ملازم للتسيير الرشيد للمنشآت الاقتصادية والاجتماعية والإدارية، لا يقصد به الاحتفاظ لفترة ما بالمواد الأولية التي تدخل في عمليات الصناعات المختلفة فحسب، بل يشمل كل الكميات من السلع سواء كانت مواد أولية أو مواد نصف مصنعة أو كاملة الصنع والمحتفظ بها لفترة زمنية معينة، لاستخدامها لغرض الحفاظ على وتيرة الإنتاج في المصانع ومواجهة احتمالات انخفاض منسوبها وتأثير ذلك على معدلات الإنتاج، أو لضمان التواجد المستمر والمنتظم في الأسواق بالنسبة للمؤسسات التجارية أو لضمان استمرارية تأدية الخدمات بصفة منتظمة

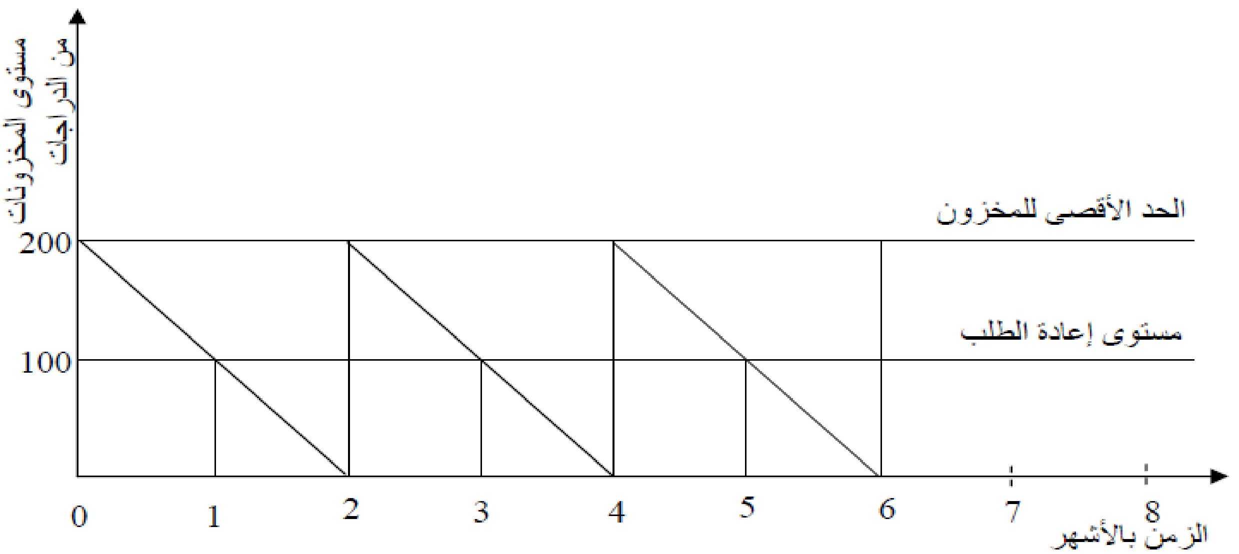
بالنسبة للمؤسسات الخدمية كالمستشفيات والفنادق وغيرها.
ولاشك أن عملية التخزين مكلفة ماديا، فعملية التخزين لا تقتصر نفقاتها فقط على نفقات الإيداع في المخزن ولكنها تتعدى ذلك إلى تكاليف توفير الظروف المناسبة للسلعة لتبقى محافظة على خصائصها الفيزيائية وتبقى بالتالي صالحة للاستعمال، فبعض السلع تتطلب توفير ظروف التبريد المناسبة والبعض الآخر يتطلب توفير درجة معينة من الرطوبة والبعض الآخر يتطلب التوظيب والتحريك المستمر...الخ، وكل هذه العمليات مكلفة بدرجة أو أخرى، سواء بسبب العنصر البشري الساهر على عملية التخزين وما ينجر عن ذلك من أجور، وسواء بسب الوسائل المادية الأخرى المساعدة كالكهرباء واهتلاك الأجهزة المستعملة في العملية أو بالنسبة لنفقات التسيير الأخرى كإعداد الطلبيات وما ينجر على ذلك.

5-2- نموذج كمية الطلب الاقتصادية – نموذج ويلسون- : يقصد بكمية الطلب الاقتصادية، كمية المخزون التي يتم طلبها والتي تجعل مجموع تكاليف المخزون في أدنى قيمها، و هي كمية يتم اشتقاقها رياضيا بناء على نموذج ويلسون.

5-2-1- فرضيات النموذج: يقوم النموذج على أربع فرضيات أساسية هي:
- أن طلب معروف ومحدد بقيمة ثابتة وهو يتغير عبر الزمن، وهو مستمر.
- أن الطلبية تلبى حالا، أي أن الوقت بين إعداد الطلبية ووصول السلعة يكون معدوما.
- أن السلعة تكون جاهزة حالا ولا ينتظر قدومها مستقبلا أو لا ينتظر تركيبها حتى تصبح جاهزة.
- أن تلبية كل الطلبات تتم من المخزون الحالي.

5-3- سلوك المخزون عبر الزمن: إن إدارة المخزون تحرص على أن يكون عند مستوى معين في أي وقت، بحيث أن المخزون يتكون حالا قبل وصول الكمية المخزنة إلى الصفر، بافتراض أن مؤسسة ما تقوم بتسويق الدراجات النارية، بحجم 100 دراجة شهريا، وبافتراض أن هذه المؤسسة تتبع سياسة بحيث تسمح لها بالحصول على مخزون أول كل شهر يبلغ 200 دراجة، ويعني ذلك أن هذا المخزون سنفذ بعد شهرين، لذلك يجب عليها أن تصدر أوامر الشراء لتعويض الكمية المباعة قبل نهاية الشهر الثاني، كما يجب عليها جدولة مواعيد الاستلام بحيث تصل كميات التعويض إلى المخزن قبل توزيع آخر دراجة وهذا بغية تخفيض تكاليف الاحتفاظ بالمخزون إلى أدنى قيمة ممكنة، (محمد راتول، 2004، صفحة 354)ويمكن تمثيل ذلك بيانيا كما يلي:

الشكل رقم (12) : سلوك مستوى المخزون عبر الزمن

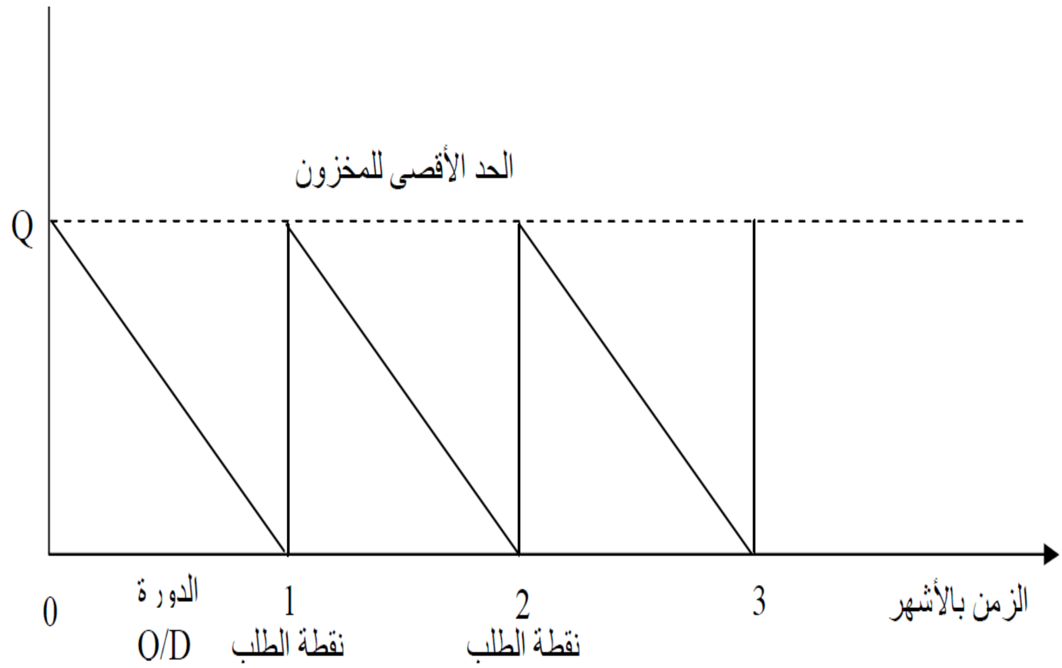


المصدر : (محمد راتول، 2004، صفحة 354)

ومن خلال الشكل نلاحظ أن المخزون يتجدد باستمرار، وأن المؤسسة تبيع 100 وحدة شهريا وتحصل على الطلبية الجديدة قبل انتهاء مخزونها، حيث أن الحد الأقصى لمخزونها من الدرجات يبلغ 200 وحدة، وأن المخزون يكون بانتظام عبر الزمن.

وعادة ما تقوم المؤسسة بإصدار أمر التوريد عند وصول المخزون إلى مستوى معين، ويشار إلى ذلك بنقطة إعادة الطلب، وتحدد هذه النقطة وفق عدة اعتبارات منها معدل التسويق وفترة التوريد، ويكون للخبرة السابقة والقدرة على توقعات الاستهلاك واحتمالات التأخر في التوريد الأهمية الكبرى في تحديد هذه النقطة، و قد تتحدد عند وصول مستوى المخزون إلى النصف أو الثلث....، وفي كل الحالات يجب تفادي إصدار أمر التوريد عند نفاذ الكمية الكلية.

الشكل (13): سلوك مستوى المخزون عبر الزمن



المصدر: (محمد راتول، 2004، صفحة 354)

في الفترة صفر تم استقبال طلبية قدرها Q استهلكت بمعدل D وحدة في السنة، وبالتالي فان المخزون ينتهي بعد فترة من الزمن تقدر بـ Q/D وهي يعبر عنها بالدورة، وعند ذلك يتم استقبال كمية أخرى قدرها Q أيضا فيعود المخزون إلى مستواه الأصلي عند بداية الدورة الثانية وتستمر العملية بهذا الشكل.
فإذا كان حجم الطلبية مثلا Q=100 وحدة وأن معدل الطلب السنوي هو D=1200 وحدة فإن الدورة الواحدة للمخزون هي Q/D أي: 1/12 أي شهر واحد.

4-5- التحديد الرياضي لكمية الطلب الاقتصادية:لتحديد كمية الطلب الاقتصادية رياضيا نصطلح على ما يلي:

الرمز	الإشارة
Q	حجم الطلبية كما تعريفها سابقا بالوحدات
D	معدل الطلب السنوي بالوحدات
C	تكلفة شراء الوحدة الواحدة من المخزون
F	التكلفة الثابتة لكل طلبية
R	معدل تكلفة الاحتفاظ بما قيمته وحدة نقدية واحدة من المخزون لمدة سنة
Tc	مجموع تكاليف المخزون السنوية
Toc	مجموع تكاليف الطلبيات خلال السنة
THc	مجموع تكاليف الاحتفاظ بالمخزون في السنة
Q/2	متوسط المخزون

من خلال هذه المصطلحات نستنتج ما يلي:

- مجموع تكاليف التخزين لدورة واحدة: وهي عبارة عن مجموع تكاليف الطلبيات مضافا إليها مجموع تكاليف الاحتفاظ بالمخزون لمدة دورة واحدة.

واضح أن تكاليف الطلبيات خلال دورة واحدة ثابتة لكل طلبية فهي F ، بينما تكاليف الاحتفاظ بالمخزون خلال سنة واحدة فيمكن كتابتها :

$$CxRx\frac{Q}{2}$$

بينما تكاليف الاحتفاظ بالمخزون خلال دورة واحدة فيمكن كتابتها :

$$CxRx\frac{Q}{D}x\frac{Q}{2}$$

ويمكن الكتابة على النحو التالي :

$$CxRx\frac{Q^2}{2D}$$

وبالتالي يمكن صياغة تكاليف المخزون خلال دورة واحدة لتصبح كما يلي :

$$F + CxRx\frac{Q}{D}x\frac{Q}{2}$$

$$F + CxRx\frac{Q^2}{2D}$$

- مجموع تكاليف التخزين خلال دورات السنة: بما أن عدد الدورات في السنة عبارة عن الطلبيات خلالها،
لذلك فإن الدورات في السنة نحصل عليه بقسمة حجم الطلب السنوي على كمية الطلبية الواحدة أي:D/Q
ومنه فإن مجموع تكاليف التخزين خلال سنة هو:

$$Tc = (F + CxRx\frac{Q^2}{2D})x\frac{D}{Q}$$

وبالاختزال نجد أنه يمكن كتابة مجموع تكاليف التخزين خلال دورات السنة على النحو التالي:

$$Tc = Fx\frac{D}{Q} + CxRx\frac{Q}{2}$$

- اشتقاق كمية الطلب الاقتصادية: إن هدف المؤسسة هو تدنية مجموع التكاليف، أي إيجاد كميات الطلب التي تجعل التكاليف في أدنى قيمة لها، وكما هو معروف لإيجاد القيمة التي تجعل الدالة في أدنى قيمة لها، فإنه يتم إيجاد مشتقتها الأولى ومساواتها للصفر، ثم اختبار مشتقتها الثانية إذا ما كانت أكبر من الصفر، لذلك نشتق معادلة التكاليف :

$$\frac{\partial Tc}{\partial Q} = \frac{-FxD}{Q^2} + CxRx\frac{1}{2} = 0$$

ومنه نجد:

$$\frac{FxD}{Q^2} = \frac{CxR}{2}$$

بضرب الطرفين في الوسطين نجد:

$$Q^2 xCxR = 2xFxD$$

وعليه فإن كمية الطلب الاقتصادية يمكن كتابتها كما يلي:

$$Q = \sqrt{\frac{2xDxF}{CxR}}$$

للتذكير فإن:

Q : كمية الطلب الاقتصادية.

D: حجم المبيعات السنوية.

F: تكلفة الطلبية للدورة الواحدة.

C: تكلفة شراء الوحدة الواحدة من المخزون.

R: معدل تكلفة الاحتفاظ بما قيمته وحدة نقدية واحدة من المخزون لمدة سنة.

- مثال 1 : تبلغ المبيعات السنوية لمؤسسة تسويق الاسمنت 120.000 طن سنويا، تكلفة الطن الواحد 100 دج، فإذا كانت تكلفة الطلبية الواحدة تبلغ 300 دج، ومعدل تكلفة الاحتفاظ بما قيمته دينار واحد من المخزون لمدة
سنة يبلغ 10%.

المطلوب: حدد كمية الطلب الاقتصادية.

- الحل : من المعطيات نجد: F=300 ، D=120.000 ، C=100، R=0.1

بالتعويض نجد:

$$Q = \sqrt{\frac{2xDxF}{CxR}} = \sqrt{\frac{2x120000x300}{100x0.1}} = 2683.3$$

أي أن كمية الطلب الاقتصادية التي تجعل التكلفة في أدنى مستوياتها هي 2683 وحدة.

عدد الدورات أو عدد الطلبيات في السنة نحصل عليه بقسمة الطلب السنوي على كمية الطلب الاقتصادية حيث نجد 44 دورة طلبية في السنة أي يتم الطلب كل 8 أيام تقريبا إذا اعتبرنا أن المؤسسة تشتغل طوال السنة وأن عدد أيام السنة هو 366 يوم.

وتكون التكلفة الدنيا المحتملة:

$$Tc = Fx\frac{D}{Q} + CxRx\frac{Q}{2} = 300x\frac{120000}{2683.3} + 100x0.1x\frac{2683.3}{2} = 13550.66$$

- مثال 2 : إذا كان حجم المبيعات السنوية لمؤسسة الأسمدة الفلاحية هو 200000 طن سنويا، وأن تكلفة شراء
الطن الواحد هي 2000 دج، وأن تكلفة الطلبية الواحدة تبلغ 5000 دج، ومعدل تكلفة الاحتفاظ بما قيمته دينار واحد من المخزون لمدة سنة واحدة تبلغ 25%.

المطلوب:

- ما هي كمية الطلب الاقتصادية.
- ما هو عدد الطلبيات السنوية المثلى.
- ما هو طول دورة الواحدة إذا كانت المؤسسة تتوقف عن العمل لمدة شهر واحد كعطلة سنوية.
- أوجد التكلفة الدنيا.

- حل المثال 2 :

لدينا: D= 200.000 ، F=5000، C=2000، R=0.25

- إيجاد كمية الطلب الاقتصادية:

$$Q = \sqrt{\frac{2xDxF}{CxR}}$$

بالتعويض نجد:

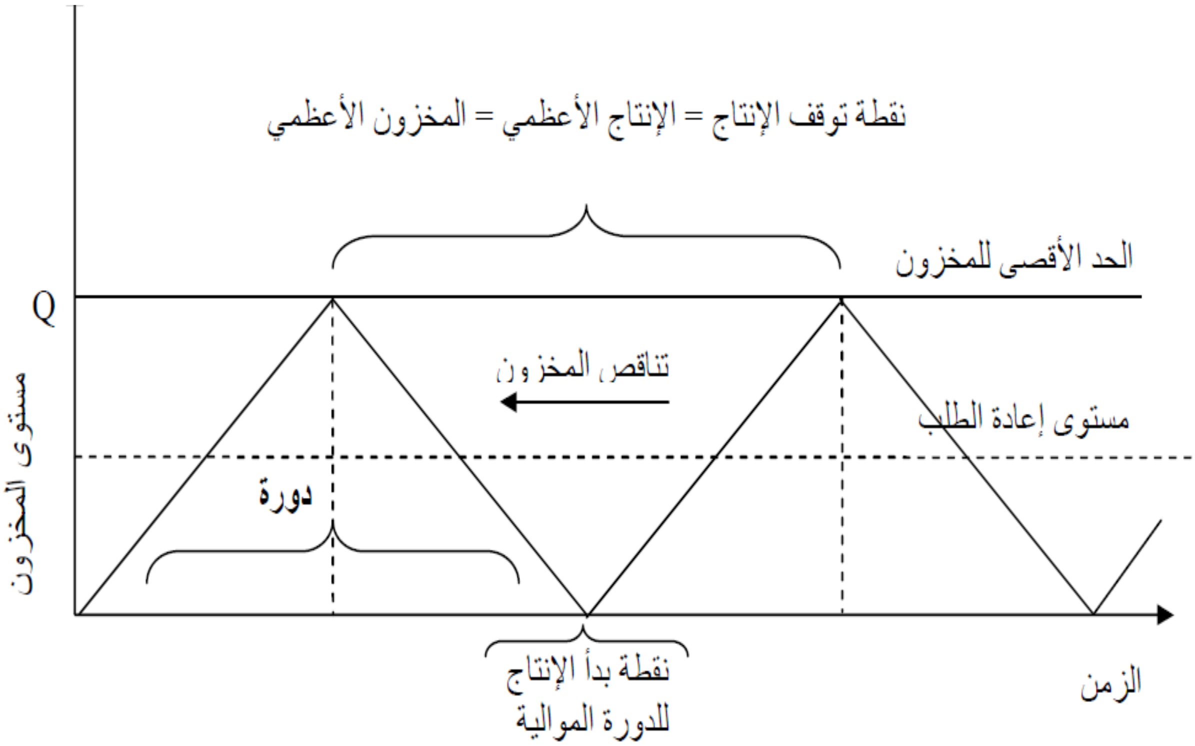
$$Q = \sqrt{\frac{2xDxF}{CxR}} = \sqrt{\frac{2x200000x5000}{2000x0.25}} = 2000$$

أي أن كمية الطلب الاقتصادية التي تجعل التكلفة في أدنى مستوياتها هي 2000 وحدة.
- عدد الطلبيات المثلى سنويا: يتم الحصول عليها بقسمة الطلب السنوي أو المبيعات السنوية على كمية الطلب الاقتصادية حيث نجد 100 طلبية.
بما أن المؤسسة تتوقف لمدة شهر عن العمل، لذلك فإن أيام العمل خلال السنة تبلغ 366-30=336 يوم.
- طول الدورة الواحدة: بقسمة أيام عمل السنوية على عدد الطلبيات نجد: 3.36 يوم أي أنه يتم طلبية كل ثلاثة أيام تقريبا.
- التكلفة الدنيا المتحملة هي:

$$Tc = Fx\frac{D}{Q} + CxRx\frac{Q}{2} = 5000x\frac{200000}{2000} + 2000x0.25x\frac{2000}{2} = 1000000$$

أي أن التكلفة الدنيا تبلغ مليون دينار.
5-5- نموذج الحجم الأمثل للإنتاج:يختلف هذا النموذج عن نموذج كميات الطلب الاقتصادية في أن هذا النموذج يكون الهدف فيه هو تحديد الحجم الأمثل الذي يجب إنتاجه عند كل تشغيلة للورشات، والذي يجعل مجموع التكاليف أقل ما يمكن، ويتم استخدام هذا النموذج خاصة في خطوط الإنتاج التي لا تشتغل باستمرار، أي أن الإنتاج فيها يتم بناء على طلب التوريد.
ويمكن تقسيم هذه التكاليف إلى نوعين هما:
- تكاليف الإعداد للتشغيل: تشمل هذه التكاليف عدة عناصر منها تكاليف إعداد خطوط الإنتاج والآلات، إضافة إلى تكاليف طلب المواد الوسيطة اللازمة للعملية الإنتاجية.
- تكاليف الاحتفاظ بالمخزون: وهي التكاليف العادية الناجمة عن الاحتفاظ بالمخزون لفترة معينة.
ويقوم هذا النموذج بناء على عدة فرضيات منها ما يلي:
- الطلب محدود و بمعدل ثابت.
- الزمن المحصور بين الطلب و البدء في الإنتاج و البدء الفعلي له قد يكون معدوما، أو غير معدوم.
- لا يسمح إلا بالتغطية الكلية للطلبات، أي لا يسمح بتغطية جزء فقط من الطلب.
6-5- مستوى المخزون خلال الزمن: يتكون المخزون في هذه الحالة بتراكم الفارق بين الإنتاج والطلب، فما دام الإنتاج أكبر من الطلب فإن مستوى المخزون يتزايد تدريجيا مع تزايد الزمن حتى يصل إلى أعلى مستوياته، وحينئذ يتوقف الإنتاج نهائيا، في حين يستمر الطلب على الكميات المنتجة المخزنة، إلى حين و صول المخزون إلى مستوى معين، وحينئذ يشرع في الإنتاج مرة أخرى، ليتزايد حتى وصوله إلى أعلى المستويات، وتتكرر نفس العملية باستمرار، وهذا ما يظهر في الشكل الموالي:

الشكل (14):مستوى المخزون خلال الزمن



المصدر: (محمد راتول، 2004، صفحة 362)

5-7- كميات الإنتاج الاقتصادية:

لإيجاد كميات الإنتاج الاقتصادية يتم إتباع نفس منهجية إيجاد كميات الطلب الاقتصادية مع بعض الفارق، و لأجل ذلك نصطلح على ما يلي:

الرمز	الإشارة
Q	كميات الإنتاج في التشغيلة الواحدة
D	معدل كميات الطلب على المخزون خلال سنة
C	تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من المخزون
F	التكلفة الثابتة لكل تشغيلة
R	تكلفة الاحتفاظ بما قيمته وحدة نقدية واحدة من المخزون لمدة سنة
P	معدل كميات الإنتاج خلال السنة مع: $P>D$
Tc	مجموع تكاليف التشغيل و الاحتفاظ بالمخزون في السنة
Toc	مجموع تكاليف التشغيل السنوية
THc	مجموع تكاليف الاحتفاظ بالمخزون السنوية

ومن ذلك نجد:

- مجموع تكاليف التشغيل السنوية :عبارة تكلفة كل تشغيلة مضروبة في عدد الدورات
- مجموع تكاليف الاحتفاظ بالمخزون السنوية
- طول مدة التشغيلة عبارة عن كميات الإنتاج في كل تشغيلة مقسمة على معدل كميات الطلب على المخزون في السنة هيQ/P سنة أي هي عبارة عن جزء من السنة، ومنه فإن:
- عدد الوحدات التي تطلب خلال التشغيلة هو:

$$Dx(Q/P)$$

و من ذلك فإن أكبر حجم للمخزون خلال الدورة هو:

$$M = Q - Dx\frac{Q}{P}$$

وبإخراج Q عامل مشترك يكون:

$$M = Q(1 - \frac{D}{P})$$

أما قيمة متوسط المخزون فهي عبارة عن متوسط المخزون مضروبا في تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من المخزون أي:

$$Cx\frac{M}{2}$$

وبضرب هذه القيمة في تكلفة الاحتفاظ بما قيمته وحدة نقدية واحدة من المخزون لمدة سنة نجد:

-تكلفة الاحتفاظ بالمخزون هي:

$$RxCx\frac{M}{2}$$

وبما أن :

$$M = Q(1 - \frac{D}{P})$$

وبالتعويض يمكن كتابة تكلفة الاحتفاظ بالمخزون كما يلي:

$$THc = C.R.\frac{Q}{2}(1 - \frac{D}{P})$$

ومنه فإنه مجموع تكاليف التشغيل والاحتفاظ بالمخزون خلال السنة هي:

$$Tc = F.\frac{D}{Q} + C.R.\frac{Q}{2}(1 - \frac{D}{P})$$

وحتى تكون هذه الدالة في أدنى قيمة لها، تساوي مشتقتها الأولى بالنسبة للكميات إلى الصفر أي:

$$\frac{\partial Tc}{\partial Q} = \frac{-F.D}{Q^2} + \frac{C.R}{2}(1 - \frac{D}{P}) = 0$$

ومنه نجد :

$$\frac{F.D}{Q^2} = \frac{C.R}{2}(1 - \frac{D}{P})$$

بضرب الطرفين في الوسطين:

$$2.F.D = Q^2.\frac{C.R}{2}(1-\frac{D}{P})$$

من المعادلة نجد:

$$Q = \sqrt{\frac{2.F.D}{C.R(1-\frac{D}{P})}}$$

للتذكير فإن:

Q: كمية الإنتاج الاقتصادية المطلوب إنتاجها في التشغيلة الواحدة.
D: معدل كميات الطلب على المخزون خلال السنة.
C: تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من المخزون.
F: التكلفة الثابتة لكل تشغيلة.
R : تكلفة الاحتفاظ بما قيمته وحدة نقدية واحدة من المخزون لمدة سنة.
P: معدل كميات الإنتاج خلال سنة.
بعد إيجاد كمية الإنتاج الاقتصادية يمكن إيجاد.

الطول الأمثل للدورة	$\frac{Q}{D}$ سنة (هو جزء من سنة)
العدد الأمثل للتشغيلات خلال السنة هو:	$\frac{D}{Q}$ تشغيلة في السنة
الطول الأمثل لكل تشغيلة هو:	$\frac{Q}{P}$ سنة
التكلفة الدنيا للتشغيل و الاحتفاظ عند الكمية الاقتصادية هي:	$Tc = F.\frac{D}{Q} + C.R.\frac{Q}{2}(1-\frac{D}{P})$

- مثال : تنتج إحدى ور شات النجارة العامة طاولات الدراسة، حيث يقدر معدل الطلب السنوي 8000 طاولة، في حين يصل معدل الإنتاج السنوي إلى 10000 طاولة، فإذا كانت كل طاولة تكلف 1000 دج، ومعدل تكلفة الاحتفاظ بما قيمته دينار من المخزون لمدة سنة يبلغ 0.25 ، وأن التكلفة الثابتة لتشغيل سلسلةالإنتاج تبلغ 1000 دج.

- المطلوب:

- ما هو الحجم الأمثل للإنتاج و الاحتفاظ.
- ما هي قيمة تكلفة الدنيا للإنتاج و الاحتفاظ.
- حدد الطول الأمثل للدورة.
- العدد الأمثل للتشغيلات في السنة.
- الطول الأمثل لكل تشغيلة.

ـ حل المثال : لدينا:

Q	كميات الإنتاج في التشغيلة الواحدة	مجهول
D	معدل كميات الطلب على المخزون خلال سنة	8000
C	تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من المخزون	1000
F	التكلفة الثابتة لكل تشغيلة	1000
R	تكلفة الاحتفاظ بما قيمته وحدة نقدية واحدة من المخزون لمدة سنة	0.25
P	معدل كميات الإنتاج خلال السنة	10000

$$Q=\sqrt{\frac{2.F.D}{C.R(1-\frac{D}{P})}}=\sqrt{\frac{2x1000x8000}{1000x0.25(1-\frac{8000}{10000}}}=565.68$$

يعني أن الكميات الواجب إنتاجها عند كل تشغيلة والتي تجعل تكاليف الإنتاج والتخزين في أدنى قيمة هي 566 طاولة تقريبا.
بالتعويض نجد بقية العناصر المطلوبة وهي كما يلي:

لطول الأمثل للدورة	$\frac{Q}{D}=\frac{565.68}{8000}=0.070$ سنة أي ما يعادل 26 يوم
العدد الأمثل للتشغيلات خلال السنة هو:	$\frac{D}{Q}=\frac{8000}{565.68}=14.14$ أي ما يقارب 14 تشغيلة في السنة
الطول الأمثل لكل تشغيلة هو:	$\frac{Q}{P}=\frac{565.68}{10000}=0.056568$ سنة أي ما يعادل 21 يوم
التكلفة الدنيا للتشغيل والاحتفاظ عند الكمية الاقتصادية هي:	$Tc=F.\frac{D}{Q}+C.R.\frac{Q}{2}(1-\frac{D}{P})$ $Tc=1000x\frac{8000}{565.68}+1000x0.25x\frac{565.68}{2}(1-\frac{8000}{10000})=28284.24$ دينار

- قائمة المراجع :

- نصيب رجم .(2011) *.الإحصاء التطبيقي* .الجزائر :دار العلوم للنشر والتوزيع.
- أكرم محمد عرفان المهتدي .(2004) *.الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات الإدارية بحوث العمليات* .عمان :.دار صفاء للنشر والتوزيع.
- جهاد صياح بني هاني، نازم محمود الملكاوي، فالح عبد القادر الحوري .(2008) *.بحوث العمليات والأساليب الكمية* .عمان :دار جليس الزمان .
- رجب عبد الحميد السيد .(2000) *.دور القيادة في اتخاذ القرار خلال الأزمات* .مصر :مطبعة الإمام.
- محمد شيخي .(2011-2010) *.دروس وأمثلة محلولة في الإقتصاد القياسي* .الجزائر.
- محمد عبد العال النعيمي، رفاه شهاب الحمداني، احمد شهاب الحمداني .(2011) *.بحوث العمليات* .الأردن :دار وائل للنشر.
- أموري هادي كاظم الحسناوي .(2002) *.طرق القياس الاقتصادي* .عمان :دار وائل للنشر .
- تومي صالح .(1999) *.مدخل لنظرية القياس الاقتصادي* .الجزائر :ديوان المطبوعات الجامعية.
- جلاطو جيلالي .(2009) *.الاحصاء التطبيقي مع تمارين ومسائل محلولة* .الجزائر :دار الخلدونية للنشر والتوزيع .
- حامد سعد نور الشمرتي .(2010) *.بحوث العمليات مفهوما وتطبيقا* .بغداد :مكتبة الذاكرة.
- خليل محمد العزاوي .(2006) *.إدارة اتخاذ القرار الإداري* .الأردن :دار كنوز المعرفة للنشر والتوزيع.
- دلال صادق الجواد ، حميد ناصر الفتال .(2008) *.بحوث العمليات* .الأردن :للنشر والتوزيع.
- رند عمران مصطفى الأسطل .(2016) *.بحوث العمليات والأساليب الكمية في صنع القرارات الادارية* .فلسطين : كلية إدارة المال والأعمال جامعة فلسطين.
- صالح مهدي محسن العامري، عواطف ابراهيم الحداد .(2000) *.تطبيقات بحوث العمليات في الإدارة* .الأردن : إثراء للنشر والتوزيع.
- صواليلي صدر الدين .(2006-2005) .النمو والتجارة الدولية في الدول النامية .جامعة الجزائر ,الجزائر .
- عايد كريم عبدعون الكناني .(2014) *.مقدمة في الإحصاء*.ktab INC .
- عبد العزيز شرابي .(2000) *.طرق احصائية للتوقع الاقتصادي* .الجزائر :ديوان المطبوعات الجامعية .
- عبد القادر محمد عبد القادر عطية .(2000) *.الاقتصاد القياسي بين النظرية و التطبيق ط* .2الاسكندرية -مصر : الدار الجامعية.
- عبد القادر محمد عبد القادر عطية .(2000) *.الحديث في الاقتصاد القياسي* .الاسكندرية مصر :الدار الجامعية.
- فتحي خليل حمدان .(2010) *.بحوث العمليات مع تطبيقات باستخدام الحاسوب* .الأردن :دار وائل للنشر.10
- فتحي خليل حمدان، رشيق رفيق مرعي .(2004) *.مقدمة في بحوث العمليات* .الأردن :دار وائل للنشر.
- قيس مجيد عبد الحسن علوش .(15 03 ,2013) .مفهوم وأهمية النماذج الإقتصادية .كلية التربية للعلوم الانسانية جامعة بابل ,العراق .
- محمد راتول .(2004) *.بحوث العمليات* .الجزائر :ديوان المطبوعات الجامعية.
- محمد راتول .(2004) *.بحوث العمليات* .الجزائر :ديوان المطبوعات الجامعية.
- محمود العبيدي، مؤيد عبد الحسين الفضل .(2004) *.بحوث العمليات وتطبيقاتها في إدارة الأعمال* . الأردن،عمان :مؤسسة الوراق للنشر والتوزيع.
- مها محمد زكي .(2019) *.الاقتصاد القياسي بالأمثلة* .مصر :دار حميثرا للنشر .
- نادرة أيوب .(1997) *.نظرية القرارات الإدارية* .الأردن :دار زهران.82
- نواف كنعان .(2000) *.اتخاذ القرارات الإدارية :بين النظرية والتطبيق* .عمان :دار الثقافة.

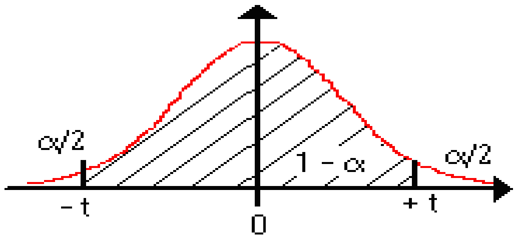
- BOURBONNAIS REGIS , MICHEL TERRAZA. (1998). *Analyse des séries temporelles en économie* . France: 1ere édition, Presses universitaires de France.
- Christophe HURLIN. (2001). *L'Econométrie des données de panel, modèle linéaires simples* . France .
- Christphe Hurlin et Valérie Mignon. (2005). *Synthèse de tests de racine unitaire sur données de panel.* Université d'Orléans.
- Dielman. (1989). *Pooled Cross-Sectional and time series data analysis* . USA: Texas Christian.
- Gujarati. (2004). *Basic Econometrics.* Hill companies.
- John Johnston. (1991). *Econometric methods.* McGraw-Hill: International student editions.
- Peracchi. F. (2001). *Econometrics* . England: England, John Wiley et Sons LTD.
- Rachid BENDIB. (2001). *Econométrie, Théorie et applications.* Alger: OPU .
- Régis Bourbonnais. (2000). *Econométrie.* Paris: Dunod.
- Wiliam Green. (2003). *Ecnometric Analysis.* New Jersey : Apper Saddle River.

- الملاحق :

"الملحق رقم (01) : Studentجدول توزيع ستيودنت "

Table de la Loi de Student

Cette table donne les fractiles de la loi de Student à ν degrés de liberté : valeur t ayant la probabilité α d'être dépassée en valeur absolue : $P(-t < T < t) = 1 - \alpha$.
Ou : $P(T < -t) = \alpha / 2 = P(T > t)$



	α bilatéral		1 – (α / 2) (unilatéral)		ν (degré de liberté)

α	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.001
(α / 2)	0.45	0.4	0.35	0.3	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.0005
1 – (α / 2)	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.9995
ν														
1	0.1584	0.3249	0.5095	0.7265	1	1.3764	1.9626	3.0777	6.3137	12.706	31.821	63.656	127.32	636.58
2	0.1421	0.2887	0.4447	0.6172	0.8165	1.0607	1.3862	1.8856	2.92	4.3027	6.9645	9.925	14.089	31.6
3	0.1366	0.2767	0.4242	0.5844	0.7649	0.9785	1.2498	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8408	7.4532	12.924
4	0.1338	0.2707	0.4142	0.5686	0.7407	0.941	1.1896	1.5332	2.1318	2.7765	3.7469	4.6041	5.5975	8.6101
5	0.1322	0.2672	0.4082	0.5594	0.7267	0.9195	1.1558	1.4759	2.015	2.5706	3.3649	4.0321	4.7733	6.8685
6	0.1311	0.2648	0.4043	0.5534	0.7176	0.9057	1.1342	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	4.3168	5.9587
7	0.1303	0.2632	0.4015	0.5491	0.7111	0.896	1.1192	1.4149	1.8946	2.3646	2.9979	3.4995	4.0294	5.4081
8	0.1297	0.2619	0.3995	0.5459	0.7064	0.8889	1.1081	1.3968	1.8595	2.306	2.8965	3.3554	3.8325	5.0414
9	0.1293	0.261	0.3979	0.5435	0.7027	0.8834	1.0997	1.383	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6896	4.7809
10	0.1289	0.2602	0.3966	0.5415	0.6998	0.8791	1.0931	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.5868
11	0.1286	0.2596	0.3956	0.5399	0.6974	0.8755	1.0877	1.3634	1.7959	2.201	2.7181	3.1058	3.4966	4.4369
12	0.1283	0.259	0.3947	0.5386	0.6955	0.8726	1.0832	1.3562	1.7823	2.1788	2.681	3.0545	3.4284	4.3178
13	0.1281	0.2586	0.394	0.5375	0.6938	0.8702	1.0795	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.3725	4.2209
14	0.128	0.2582	0.3933	0.5366	0.6924	0.8681	1.0763	1.345	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.3257	4.1403
15	0.1278	0.2579	0.3928	0.5357	0.6912	0.8662	1.0735	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467	3.286	4.0728
16	0.1277	0.2576	0.3923	0.535	0.6901	0.8647	1.0711	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.252	4.0149
17	0.1276	0.2573	0.3919	0.5344	0.6892	0.8633	1.069	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.2224	3.9651
18	0.1274	0.2571	0.3915	0.5338	0.6884	0.862	1.0672	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.1966	3.9217
19	0.1274	0.2569	0.3912	0.5333	0.6876	0.861	1.0655	1.3277	1.7291	2.093	2.5395	2.8609	3.1737	3.8833
20	0.1273	0.2567	0.3909	0.5329	0.687	0.86	1.064	1.3253	1.7247	2.086	2.528	2.8453	3.1534	3.8496
21	0.1272	0.2566	0.3906	0.5325	0.6864	0.8591	1.0627	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.1352	3.8193
22	0.1271	0.2564	0.3904	0.5321	0.6858	0.8583	1.0614	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.1188	3.7922
23	0.1271	0.2563	0.3902	0.5317	0.6853	0.8575	1.0603	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.104	3.7676
24	0.127	0.2562	0.39	0.5314	0.6848	0.8569	1.0593	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.797	3.0905	3.7454
25	0.1269	0.2561	0.3898	0.5312	0.6844	0.8562	1.0584	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.0782	3.7251

26	0.1269	0.256	0.3896	0.5309	0.684	0.8557	1.0575	1.315	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.0669	3.7067
27	0.1268	0.2559	0.3894	0.5306	0.6837	0.8551	1.0567	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.0565	3.6895
28	0.1268	0.2558	0.3893	0.5304	0.6834	0.8546	1.056	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.047	3.6739
29	0.1268	0.2557	0.3892	0.5302	0.683	0.8542	1.0553	1.3114	1.6991	2.0452	2.462	2.7564	3.038	3.6595
30	0.1267	0.2556	0.389	0.53	0.6828	0.8538	1.0547	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.75	3.0298	3.646
31	0.1267	0.2555	0.3889	0.5298	0.6825	0.8534	1.0541	1.3095	1.6955	2.0395	2.4528	2.744	3.0221	3.6335
32	0.1267	0.2555	0.3888	0.5297	0.6822	0.853	1.0535	1.3086	1.6939	2.0369	2.4487	2.7385	3.0149	3.6218
33	0.1266	0.2554	0.3887	0.5295	0.682	0.8526	1.053	1.3077	1.6924	2.0345	2.4448	2.7333	3.0082	3.6109
34	0.1266	0.2553	0.3886	0.5294	0.6818	0.8523	1.0525	1.307	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284	3.002	3.6007
35	0.1266	0.2553	0.3885	0.5292	0.6816	0.852	1.052	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	2.9961	3.5911
36	0.1266	0.2552	0.3884	0.5291	0.6814	0.8517	1.0516	1.3055	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195	2.9905	3.5821
37	0.1265	0.2552	0.3883	0.5289	0.6812	0.8514	1.0512	1.3049	1.6871	2.0262	2.4314	2.7154	2.9853	3.5737
38	0.1265	0.2551	0.3882	0.5288	0.681	0.8512	1.0508	1.3042	1.686	2.0244	2.4286	2.7116	2.9803	3.5657
39	0.1265	0.2551	0.3882	0.5287	0.6808	0.8509	1.0504	1.3036	1.6849	2.0227	2.4258	2.7079	2.9756	3.5581
40	0.1265	0.255	0.3881	0.5286	0.6807	0.8507	1.05	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	2.9712	3.551
41	0.1264	0.255	0.388	0.5285	0.6805	0.8505	1.0497	1.3025	1.6829	2.0195	2.4208	2.7012	2.967	3.5443
42	0.1264	0.255	0.388	0.5284	0.6804	0.8503	1.0494	1.302	1.682	2.0181	2.4185	2.6981	2.963	3.5377
43	0.1264	0.2549	0.3879	0.5283	0.6802	0.8501	1.0491	1.3016	1.6811	2.0167	2.4163	2.6951	2.9592	3.5316
44	0.1264	0.2549	0.3878	0.5282	0.6801	0.8499	1.0488	1.3011	1.6802	2.0154	2.4141	2.6923	2.9555	3.5258
45	0.1264	0.2549	0.3878	0.5281	0.68	0.8497	1.0485	1.3007	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	2.9521	3.5203
46	0.1264	0.2548	0.3877	0.5281	0.6799	0.8495	1.0482	1.3002	1.6787	2.0129	2.4102	2.687	2.9488	3.5149
47	0.1263	0.2548	0.3877	0.528	0.6797	0.8493	1.048	1.2998	1.6779	2.0117	2.4083	2.6846	2.9456	3.5099
48	0.1263	0.2548	0.3876	0.5279	0.6796	0.8492	1.0478	1.2994	1.6772	2.0106	2.4066	2.6822	2.9426	3.505
49	0.1263	0.2547	0.3876	0.5278	0.6795	0.849	1.0475	1.2991	1.6766	2.0096	2.4049	2.68	2.9397	3.5005
50	0.1263	0.2547	0.3875	0.5278	0.6794	0.8489	1.0473	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	2.937	3.496
60	0.1262	0.2545	0.3872	0.5272	0.6786	0.8477	1.0455	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	2.9146	3.4602
70	0.1261	0.2543	0.3869	0.5268	0.678	0.8468	1.0442	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	2.8987	3.435
80	0.1261	0.2542	0.3867	0.5265	0.6776	0.8461	1.0432	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	2.887	3.4164
90	0.126	0.2541	0.3866	0.5263	0.6772	0.8456	1.0424	1.291	1.662	1.9867	2.3685	2.6316	2.8779	3.4019
100	0.126	0.254	0.3864	0.5261	0.677	0.8452	1.0418	1.2901	1.6602	1.984	2.3642	2.6259	2.8707	3.3905
110	0.126	0.254	0.3863	0.5259	0.6767	0.8449	1.0413	1.2893	1.6588	1.9818	2.3607	2.6213	2.8648	3.3811
120	0.1259	0.2539	0.3862	0.5258	0.6765	0.8446	1.0409	1.2886	1.6576	1.9799	2.3578	2.6174	2.8599	3.3734
130	0.1259	0.2539	0.3862	0.5257	0.6764	0.8444	1.0406	1.2881	1.6567	1.9784	2.3554	2.6142	2.8557	3.367
140	0.1259	0.2538	0.3861	0.5256	0.6762	0.8442	1.0403	1.2876	1.6558	1.9771	2.3533	2.6114	2.8522	3.3613
infini (loi normale)	0.1257	0.2533	0.3853	0.5244	0.6744	0.8416	1.0364	1.2816	1.6449	1.96	2.3264	2.5759	2.8072	3.2908

الملحق رقم (02) : جدول توزيع كاي مربع " KHI 2 "

DISTRIBUTION DU KHI2

La table donne les valeurs critiques de χ^2 pour un nombre de degrés de liberté (ddl) et pour un seuil repère donnés (α).

Par exemple:

Pour ddl = 3 et α= 0,05 la table indique χ^2 = 7,81

Ceci signifie que: P ($\chi^2_{[3]}$ > 7,81) = 0,05

ddl \ α	0,05	0,01	0,001
1	3,84	6,63	10,83
2	5,99	9,21	13,82
3	7,81	11,34	16,27
4	9,49	13,28	18,47
5	11,07	15,09	20,52
6	12,59	16,81	22,46
7	14,07	18,48	24,32
8	15,51	20,09	26,12
9	16,92	21,67	27,88
10	18,31	23,21	29,59
11	19,68	24,72	31,26
12	21,03	26,22	32,91
13	22,36	27,69	34,53
14	23,68	29,14	36,12
15	25,00	30,58	37,70
16	26,30	32,00	39,25
17	27,59	33,41	40,79
18	28,87	34,81	42,31
19	30,14	36,19	43,82
20	31,41	37,57	45,31
21	32,67	38,93	46,80
22	33,92	40,29	48,27
23	35,17	41,64	49,73
24	36,42	42,98	51,18
25	37,65	44,31	52,62
26	38,89	45,64	54,05
27	40,11	46,96	55,48
28	41,34	48,28	56,89
29	42,56	49,59	58,30
30	43,77	50,89	59,70

"الملحق رقم (03) : جدول القيم الحرجة لمعامل الارتباط الرتبي لسبيرمان " Spearman"

Critical Values of the Spearman's Ranked Correlation Coefficient (rs)

α(2):	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
α(1):	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
n									
4	0.600	1.000	1.000						
5	0.500	0.800	0.900	1.000	1.000				
6	0.371	0.657	0.829	0.886	0.943	1.000	1.000		
7	0.321	0.571	0.714	0.786	0.893	0.929	0.964	1.000	1.000
8	0.310	0.524	0.643	0.738	0.833	0.881	0.905	0.952	0.976
9	0.267	0.483	0.600	0.700	0.783	0.833	0.867	0.917	0.933
10	0.248	0.455	0.564	0.648	0.745	0.794	0.830	0.879	0.903
11	0.236	0.427	0.536	0.618	0.709	0.755	0.800	0.845	0.873
12	0.217	0.406	0.503	0.587	0.678	0.727	0.769	0.818	0.846
13	0.209	0.385	0.484	0.560	0.648	0.703	0.747	0.791	0.824
14	0.200	0.367	0.464	0.538	0.626	0.679	0.723	0.771	0.802
15	0.189	0.354	0.446	0.521	0.604	0.654	0.700	0.750	0.779
16	0.182	0.341	0.429	0.503	0.582	0.635	0.679	0.729	0.762
17	0.176	0.328	0.414	0.485	0.566	0.615	0.662	0.713	0.748
18	0.170	0.317	0.401	0.472	0.550	0.600	0.643	0.695	0.728
19	0.165	0.309	0.391	0.460	0.535	0.584	0.628	0.677	0.712
20	0.161	0.299	0.380	0.447	0.520	0.570	0.612	0.662	0.696
21	0.156	0.292	0.370	0.435	0.508	0.556	0.599	0.648	0.681
22	0.152	0.284	0.361	0.425	0.496	0.544	0.586	0.634	0.667
23	0.148	0.278	0.353	0.415	0.486	0.532	0.573	0.622	0.654
24	0.144	0.271	0.344	0.406	0.476	0.521	0.562	0.610	0.642
25	0.142	0.265	0.337	0.398	0.466	0.511	0.551	0.598	0.630
26	0.138	0.259	0.331	0.390	0.457	0.501	0.541	0.587	0.619
27	0.136	0.255	0.324	0.382	0.448	0.491	0.531	0.577	0.608
28	0.133	0.250	0.317	0.375	0.440	0.483	0.522	0.567	0.598
29	0.130	0.245	0.312	0.368	0.433	0.475	0.513	0.558	0.589
30	0.128	0.240	0.306	0.362	0.425	0.467	0.504	0.549	0.580
31	0.126	0.236	0.301	0.356	0.418	0.459	0.496	0.541	0.571
32	0.124	0.232	0.296	0.350	0.412	0.452	0.489	0.533	0.563
33	0.121	0.229	0.291	0.345	0.405	0.446	0.482	0.525	0.554
34	0.120	0.225	0.287	0.340	0.399	0.439	0.475	0.517	0.547
35	0.118	0.222	0.283	0.335	0.394	0.433	0.468	0.510	0.539
36	0.116	0.219	0.279	0.330	0.388	0.427	0.462	0.504	0.533
37	0.114	0.216	0.275	0.325	0.383	0.421	0.456	0.497	0.526
38	0.113	0.212	0.271	0.321	0.378	0.415	0.450	0.491	0.519
39	0.111	0.210	0.267	0.317	0.373	0.410	0.444	0.485	0.513
40	0.110	0.207	0.264	0.313	0.368	0.405	0.439	0.479	0.507
41	0.108	0.204	0.261	0.309	0.364	0.400	0.433	0.473	0.501
42	0.107	0.202	0.257	0.305	0.359	0.395	0.428	0.468	0.495
43	0.105	0.199	0.254	0.301	0.355	0.391	0.423	0.463	0.490
44	0.104	0.197	0.251	0.298	0.351	0.386	0.419	0.458	0.484
45	0.103	0.194	0.248	0.294	0.347	0.382	0.414	0.453	0.479
46	0.102	0.192	0.246	0.291	0.343	0.378	0.410	0.448	0.474
47	0.101	0.190	0.243	0.288	0.340	0.374	0.405	0.443	0.469
48	0.100	0.188	0.240	0.285	0.336	0.370	0.401	0.439	0.465
49	0.098	0.186	0.238	0.282	0.333	0.366	0.397	0.434	0.460
50	0.097	0.184	0.235	0.279	0.329	0.363	0.393	0.430	0.456

α(2):	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
α(1):	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
n									
51	0.096	0.182	0.233	0.276	0.326	0.359	0.390	0.426	0.451
52	0.095	0.180	0.231	0.274	0.323	0.356	0.386	0.422	0.447
53	0.095	0.179	0.228	0.271	0.320	0.352	0.382	0.418	0.443
54	0.094	0.177	0.226	0.268	0.317	0.349	0.379	0.414	0.439
55	0.093	0.175	0.224	0.266	0.314	0.346	0.375	0.411	0.435
56	0.092	0.174	0.222	0.264	0.311	0.343	0.372	0.407	0.432
57	0.091	0.172	0.220	0.261	0.308	0.340	0.369	0.404	0.428
58	0.090	0.171	0.218	0.259	0.306	0.337	0.366	0.400	0.424
59	0.089	0.169	0.216	0.257	0.303	0.334	0.363	0.397	0.421
60	0.089	0.168	0.214	0.255	0.300	0.331	0.360	0.394	0.418
61	0.088	0.166	0.213	0.252	0.298	0.329	0.357	0.391	0.414
62	0.087	0.165	0.211	0.250	0.296	0.326	0.354	0.388	0.411
63	0.086	0.163	0.209	0.248	0.293	0.323	0.351	0.385	0.408
64	0.086	0.162	0.207	0.246	0.291	0.321	0.348	0.382	0.405
65	0.085	0.161	0.206	0.244	0.289	0.318	0.346	0.379	0.402
66	0.084	0.160	0.204	0.243	0.287	0.316	0.343	0.376	0.399
67	0.084	0.158	0.203	0.241	0.284	0.314	0.341	0.373	0.396
68	0.083	0.157	0.201	0.239	0.282	0.311	0.338	0.370	0.393
69	0.082	0.156	0.200	0.237	0.280	0.309	0.336	0.368	0.390
70	0.082	0.155	0.198	0.235	0.278	0.307	0.333	0.365	0.388
71	0.081	0.154	0.197	0.234	0.276	0.305	0.331	0.363	0.385
72	0.081	0.153	0.195	0.232	0.274	0.303	0.329	0.360	0.382
73	0.080	0.152	0.194	0.230	0.272	0.301	0.327	0.358	0.380
74	0.080	0.151	0.193	0.229	0.271	0.299	0.324	0.355	0.377
75	0.079	0.150	0.191	0.227	0.269	0.297	0.322	0.353	0.375
76	0.078	0.149	0.190	0.226	0.267	0.295	0.320	0.351	0.372
77	0.078	0.148	0.189	0.224	0.265	0.293	0.318	0.349	0.370
78	0.077	0.147	0.188	0.223	0.264	0.291	0.316	0.346	0.368
79	0.077	0.146	0.186	0.221	0.262	0.289	0.314	0.344	0.365
80	0.076	0.145	0.185	0.220	0.260	0.287	0.312	0.342	0.363
81	0.076	0.144	0.184	0.219	0.259	0.285	0.310	0.340	0.361
82	0.075	0.143	0.183	0.217	0.257	0.284	0.308	0.338	0.359
83	0.075	0.142	0.182	0.216	0.255	0.282	0.306	0.336	0.357
84	0.074	0.141	0.181	0.215	0.254	0.280	0.305	0.334	0.355
85	0.074	0.140	0.180	0.213	0.252	0.279	0.303	0.332	0.353
86	0.074	0.139	0.179	0.212	0.251	0.277	0.301	0.330	0.351
87	0.073	0.139	0.177	0.211	0.250	0.276	0.299	0.328	0.349
88	0.073	0.138	0.176	0.210	0.248	0.274	0.298	0.327	0.347
89	0.072	0.137	0.175	0.209	0.247	0.272	0.296	0.325	0.345
90	0.072	0.136	0.174	0.207	0.245	0.271	0.294	0.323	0.343
91	0.072	0.135	0.173	0.206	0.244	0.269	0.293	0.321	0.341
92	0.071	0.135	0.173	0.205	0.243	0.268	0.291	0.319	0.339
93	0.071	0.134	0.172	0.204	0.241	0.267	0.290	0.318	0.338
94	0.070	0.133	0.171	0.203	0.240	0.265	0.288	0.316	0.336
95	0.070	0.133	0.170	0.202	0.239	0.264	0.287	0.314	0.334
96	0.070	0.132	0.169	0.201	0.238	0.262	0.285	0.313	0.332
97	0.069	0.131	0.168	0.200	0.236	0.261	0.284	0.311	0.331
98	0.069	0.130	0.167	0.199	0.235	0.260	0.282	0.310	0.329
99	0.068	0.130	0.166	0.198	0.234	0.258	0.281	0.308	0.327
100	0.068	0.129	0.165	0.197	0.233	0.257	0.279	0.307	0.326