جامعة غليزان
كلية العلوم الإقتصادية، التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

مطبوعة بيذاغوجية بعنوان :

مقياس إحصـــــــاء04
محاضرات وتمارين

موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس في ميدان العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير.

من إعداد

د. بلفضيل كمال

السنة الجامعية:2024-2025

توجه هذه المطبوعة لطلبة السنة الثانية في كليات العلوم التجارية، وهي مصممة لتلبية احتياجاتهم التعليمية في مجال الإحصاء التطبيقي. تهدف المطبوعة إلى دعم الطلاب في اكتساب المهارات التحليلية اللازمة لاستخدام الإحصاء في دراسات الأعمال والإدارة.

هدف المقياس :

يهدف مقياس "إحصاء 04" إلى تقديم المفاهيم الأساسية والنظريات التطبيقية للإحصاء بطريقة منهجية وبسيطة. كما يسعى إلى تنمية القدرة على تحليل البيانات واتخاذ القرارات المبنية على الأدلة الإحصائية، مما يساهم في تعزيز فهم الطلاب للعلاقات والأنماط داخل البيانات التجارية.

متطلبات المقياس :

يتطلب المقياس من الطلاب إلماماً بأساسيات الرياضيات والتحليل الكمي، بالإضافة إلى فهم مبادئ الإحصاء الأساسي. كما يُشترط المشاركة الفعّالة في الأنشطة العملية وحل التمارين التطبيقية، مما يساعد على تعزيز مهارات استخدام البرمجيات الإحصائية وتفسير النتائج.

الأدوات المستخدمة :

تشمل أدوات المقياس محاضرات نظرية، وتمارين تطبيقية، وبرمجيات مساعدة، إلى جانب جداول التوزيع الإحصائي والمواد المرجعية. تساعد هذه الأدوات في تقديم المعلومات بشكل تفاعلي وتمكن الطلاب من تطبيق المفاهيم النظرية على حالات عملية ودراسات حالة واقعية.

مقدمة

مقدمة:

الإحصاء هو علم منظم ودقيق يعنى بدراسة الظواهر المختلفة التي تحيط بنا في مجالات شتى مثل العلوم، والاقتصاد، والاجتماع، والبيئة؛ إذ يعتمد على جمع البيانات المتوفرة عن هذه الظواهر بطريقة منهجية ومنظمة، ثم تسجيلها وتحليلها باستخدام أساليب علمية تضمن دقة النتائج وموثوقيتها. يهدف هذا العلم إلى تبسيط وتوضيح المعلومات الخام بحيث تصبح مفهومة وسهلة التحليل، مما يمكن الباحث من الكشف عن العلاقات والاتجاهات التي تخفيها البيانات والتعمق في طبيعة الظواهر المدروسة. ومن خلال هذه العملية التحليلية الدقيقة، يسهم الإحصاء في اتخاذ قرارات مستنيرة تعتمد على أدلة علمية متينة، سواء كان ذلك في إطار البحث العلمي أو في القرارات اليومية التي يتخذها الأفراد والمؤسسات. كما يعد الإحصاء أداة حيوية لتطوير الاستراتيجيات الفعالة، إذ يمكن للمختصين استنباط رؤى دقيقة من خلال تحليل البيانات، مما يؤدي إلى وضع حلول مبتكرة للتحديات المعاصرة. ويتميز هذا العلم بتقسيمه إلى قسمين رئيسيين: الإحصاء الوصفي الذي يهدف إلى تلخيص وعرض البيانات بشكل مبسط وواضح، والإحصاء الاستنتاجي الذي يسعى إلى تعميم النتائج المستخلصة من عينة معينة على المجتمع الكلي. وفي هذا السياق، يصبح من الضروري على الباحث أن يكون ملمًا بالمفاهيم الإحصائية الأساسية، مثل تعريف المجتمع والعينة والمعالم والمتغيرات، إذ تشكل هذه المفاهيم الركائز الأساسية التي يقوم عليها أي تحليل إحصائي دقيق. وقد تم إعداد مقياس "إحصاء 04" خصيصًا لطلبة السنة الثانية في العلوم التجارية، ليكون مرجعا أكاديميا شاملا يغطي هذه المفاهيم ويشرحها بأسلوب مبسط وعملي. تهدف المطبوعة إلى دعم الطلاب في تطوير مهاراتهم في جمع البيانات وتحليلها، مما يسهم في تعزيز قدراتهم على التعامل مع التحديات التطبيقية في مجالات الاقتصاد والإدارة. كما تحتوي المطبوعة على مجموعة متنوعة من التمارين التطبيقية والدراسات الحالة التي تساعد الطلاب على ممارسة المفاهيم النظرية واكتساب خبرة عملية في تحليل البيانات واستنباط النتائج. بذلك، يعد هذا المقياس خطوة أساسية نحو إعداد جيل قادر على فهم العلاقات بين المتغيرات واتخاذ قرارات مبنية على أساس علمي مدروس، مما ينعكس إيجابا على الأداء الأكاديمي والمهني في المستقبل.

الفصل الأول:

الإطار المفاهيمي للإحصاء الاستدلالي

تمهيد:

يعد الإحصاء الاستدلالي أحد الفروع الرئيسية لعلم الإحصاء، حيث يتمحور حول تحليل البيانات المستمدة من عينة صغيرة بهدف تعميم النتائج على المجتمع الكلي. بخلاف الإحصاء الوصفي الذي يقتصر على تلخيص البيانات وعرضها، يتيح الإحصاء الاستدلالي إمكانية إجراء استنتاجات وتوقعات حول الظواهر المختلفة من خلال استخدام أساليب رياضية وإحصائية دقيقة. وتنبع أهمية هذا المجال من كونه يُساعد في اتخاذ قرارات مبنية على أسس علمية، مما يجعله أداة حيوية في مختلف التخصصات العلمية والاقتصادية والاجتماعية.

يستند الإحصاء الاستدلالي إلى مجموعة من المفاهيم الأساسية التي تشكل الإطار المفاهيمي له، ومن أبرزها: المجتمع الإحصائي، وهو المجموعة الكاملة التي يسعى الباحث إلى دراستها، والعينة، وهي الجزء الممثل لهذا المجتمع والتي تستخدم لاستخلاص النتائج، إضافةً إلى المعالم الإحصائية التي تعبر عن خصائص المجتمع، والإحصائيات التي تعبر عن خصائص العينة. كما يعتمد على عدة تقنيات وأدوات تحليلية، أبرزها اختبارات الفرضيات، والتي تهدف إلى تقييم مدى صحة الافتراضات حول المجتمع المدروس، وتقدير المعالم الإحصائية التي تسمح للباحثين بتحديد القيم المحتملة للمعلمات بناءً على بيانات العينة.

يتطلب تطبيق الإحصاء الاستدلالي فهمًا عميقًا للمفاهيم الإحصائية والرياضية، واستخدام أدوات تحليل متقدمة مثل فترات الثقة، والاختبارات البارامترية واللابارامترية، وتحليل التباين والانحدار الإحصائي. كما يلعب حجم العينة ودقة اختيارها دورًا محوريًا في ضمان موثوقية النتائج وقابليتها للتعميم على المجتمع المدروس. وبفضل هذه الأدوات والمنهجيات، أصبح الإحصاء الاستدلالي عنصرًا أساسيًا في مجالات البحث العلمي، واتخاذ القرارات الاستراتيجية، وتحليل الاتجاهات المستقبلية في مختلف الميادين.

أولا. مفهوم الاحصاء الاستدلالي

1.1.تعريفه :

يعرف علم الإحصاء بأنه ذلك الفرع من العلوم الذي يختص بالطرق العلمية لجمع وتنظيم وتلخيص وع رض وتحليل البيانات، وذلك بهدف الوصول إلى نتائج مقبولة وقرارات سليمة على ضوء هذا التحليل.
وينقسم علم الإحصاء إلى قسمين أساسيين هما: الإحصاء الوصفي **Descriptive Statisics** والإحصاء الإستدلالي **Inferential Statistics** الذي يعبر عن تلك الطرق العلمية التي تعمل للاستدلال عن معالم

المجتمع بنـاء ا علـى المعلومـات التـي تـم الحصـول عليهـا مـن العينـة المـأخوذة منـه، وذلـك وفـق طـرق إحصائية محددة.

بمعنى أنه يتم تقدير مؤشرات المجتمع المجهولة من خلال المؤشرات التي تم الحصـول عليهـا مـن العينـة، حيث يجب مراعاة شروط معينـة حتـى يكـون هذا الإستدلال سليما، وبمـا أن الاستدلال لا يمكن أن يكـون مؤك د ا تأكيدا تاما فإن عرض النتائج المحصلة من هذه العملية تعتمد دائما على ما يسمى بلغة الاحتمال.

ويشـمل الإحصـاء الإسـتدلالي فـرعين همـا: التقـدير واختبـارات الفـروض، يهـدف التقـدير إلـى حسـاب **"تقريـب"** إلـى قيمـة المعلمـة فـي المجتمـع باسـتخدام الإحصـاء الـذي تـم حسـابه مـن العينـة، والـذي يسـمى **إحصاء العينة Sample Statistics**، أما اختبـارات الفروض فتهدف إلـى التوصـل إلـى نتـائج وقـرارات خاصة بمعلمة المجتمع التي يُعتقد العلم بها، ويود الباحث تأكيد أو نفي القيمة التي يُفترض معرفتها، وذلـك باستخدام بيانات العينة.

ممـا سبق يمكن القول أن الإحصـاء الاستدلالي هـو الفـرع الثـاني لعلـم الإحصـاء والـذي يقـوم علـى فكـرة أساسية مفادهـا كيـف يمكـن الاسـتدلال علـى خصـائص المجتمـع مـن خـلال دراسـة عينـة اشـتقت مـن هـذا المجتمع نفسه، حيث أن مثل هذه العمليـة تتطلـب مـن الباحث الإلمـام بالأسـاليب الإحصـائية حتـى يسـتطيع اختيار الأسلوب الإحصائي الذي يناسب بحثه ونوع العينة.

2.1.المجتمع، العينة، المعالم ،الاحصائيات والمتغيرات :

تعتمد عملية الاستدلال الإحصـائي على أن يكون الباحث على دراية شاملة بالمفاهيم الإحصـائية الأساسية، مثل: المجتمع، والعينة، والمعالم، والإحصائيات، والمتغيرات.

1.2.1المجتمع The Population: يُعرف المجتمع بأنه مجموعة من العناصر أو المفردات التي تخص ظاهرة معينة. ويطلق أحيانا على مصطلح المجتمع، بالمجتمع الاحصائي **Statistical Population.**

إن الهدف الرئيسي من تحديد المجتمـع الاحصـائي هـو تعيـين الحـدود الصـريحة لعمليـة جمـع البيانـات مـن جهة، وكذلك لعملية الإستقراء أو الإستنتاجات التـي يمكـن الحصـول عليهـا مـن خـلال إجـراء الدراسـة مـن جهة ثانية.

ويتمثل المجتمع الاحصائي بعدد العناصر أو المفردات التـي يتضـمنها، والتـي يُطلـق عليهـا مصـطلح حجـم المجتمع الذي يرمز له بالرمز N.[1]ويقسم المجتمع الاحصائي إلى قسمين هما:

2.2.1. مجتمع محدود Finite Population: والـذي يكـون عـدد أفـراده محـدود ومثـال ذلـك أن تكـون الدراسة الاحصائية حول أحد أصناف الأدوية المنتجة من طرف مخبر معين وبـذلك فـإن المجتمـع هنـا هـو الإنتاج الكلي لهذا المخبر من هذا الدواء وعدد وحداته الذي هو عدد العلب المنتجـة مـن هـذا الـدواء خـلال فترة الدراسة معروف ويمكن تحديده.

3.2.1. مجتمع غير محدود: وهو المجتمع الذي يكون عدد أفراده غير منته كعدد النجوم في السماء، عدد حبات القمح المحصود في مزرعة معينة وغيرها.

وتجدر الاشارة هنا إلى أنه في بعض الأحيان يكون من الصعب ملاحظة أو دراسة بيانات جميع أفراد المجتمع لما يكلف ذلك من جهد ووقت ومال، أو قد يكون من المستحيل القيام ذلك كفحص جميع دم المريض مثلا. ولتدارك الأمر يمكن اختيار ودراسة جزء فقط من المجتمع يسمى بالعينة.

4.2.1 العينة The Sample: تعرف العينة بأنها جزء من المجتمع والذي يتم اختياره بطريقة علمية يراعى فيها أن تكون عينة ممثلة للجتمع **Representative Sample** وهذا حتى تكون مقبولة من الناحية الإحصائية، أي أن تحتوي على جميع الخصائص بنفس نسب تواجدها في المجتمع الاحصائي الذي اخيرت منه وأن تكون هذه العينة ذات دقة **Precision** يمكن قياسها. ويطلق على مفردات العينة عادة مصطلح **حجم العينة** الذي يرمز له بـ

n حيث: $n < N$ ، وكلما كان حجم العينة كبير كلما كانت النتائج أكثر دقة وأقرب إلى الواقع .

ينفرد بها فرع خاص من علم الإحصاء يسمى **نظرية العينات**، وذلك بهدف الاستدلال على حقائق معينة حول المجتمع محل الدراسة اعتمادا نتائج هذه العينة، حيث أن عملية اختيار مفردات العينة تسمى **بالمعاينة Sampling**، والتي سيتم التفصيل فيها لاحقا. وهذا في حال ما إذا تطلب الوضع أخذ عينة بدلا عن دراسة المجتمع كله، فقد تؤدي دراسة المجتمع كله إلى فقدان عناصره أو إتلافها، وتفيد المعلومات المتوفرة من العينات في التنبؤ بمعلومات ومؤشرات عن المجتمع كله. ومن مميزات العينة أنها أقل تكلفة وأكثر سرعة وأكثر شمولا لإمكانية الحصول على إجابات عن المعلومات المطلوبة بشمول أكبر من الحصر الشامل لأفراد المجتمع محل الدراسة. وكذلك تكون أكثر دقة وذلك بسبب إمكانية استخدام أشخاص ذوي كفاءة عالية ومدربين لأخذ العينات من المجتمع محل الدراسة.

باختصار فإن العينة ماهي إلا صورة مصغرة عن المجتمع الذي أخذت منه، تحمل كل صفاته التي تميزهعن باقي المجتمعات فنقول أنها ممثلة لهذا المجتمع أفضل تمثيل، حيث أن شرط التمثيل هذا أساسي حتىتكون عملية تعميم النتائج المحصل عليها من هذه العينة صحيحة ويمكن الاعتماد عليها.

3.1 معالم المجتمع Population Parameters: يقصد بالمعالم تلك المؤشرات المحسوبة من بيانات المجتمع أخذا بعين الاعتبار كل وحدات هذا المجتمع، أي أن الدراسة هنا تكون شاملة، وتتمثل معالم المجتمع أساسا في متوسطه الذي يرمز له عادة بـ μ، نسبة المجتمع p، انحرافه المعياري σ وتباينه σ^2.

4.1. إحصائيات العينة A Sample Statistics: تتمثل إحصائيات العينة في تلك القيم المحسوبة من بيانات العينة والتي تعتبر **تقريبا** لتلك التي تقابها في المجتمع، حيث يستدل بها على هذه المعالم التي تكون عادة مجهولة وهي: متوسط العينة $\bar{x}$، نسبة العينة f، الانحراف المعياري للعينة s وتباينها s^2.

5.1 المتغيرات Variables : إن الصفة التي تتغير من شخص إلى آخر أو من مفردة إلى أخرى تسمى

بالمشاهدة **Observation** أو بالمتغير **Variable** ويرمز لكل مفردة من مفردات المتغير بالرمز x_i .
أي أن المتغير يمثل صفة أو سمة متغيرة للبيانات قيد الدراسة ومثال ذلك طول الجسم وزن الجسم عدد كريات الدم الحمر أو لون العين وغيرها.

6.1.العلاقة بين البيانات والمتغيرات : تعبر البيانات عن قيم لمتغير أو أكثر من المتغيرات الإحصائية، ويرتبط نوع البيانات بنوع المتغير الدروس وعليه فإن أنواع المتغيرات الإحصائية تمثل بدورها أنواع البيانات التي يمثلها هذا المتغير.

ثانيا.البيانات الإحصائية : (Manikandan, 2017)

البيانات هي المادة الخام التي يبنى عليها الاحصاء وكذلك هي المادة الخام التي تحسب منها الاحصائيات الفردية نفسها وأن هذه البيانات عادة ماتكون أرقاما ومع ذلك فإن البيانات في الواقع أكثر من مجرد أرقام.

1.2.طبيعة البيانات: تقسم البيانات **Data** إلى نوعين هما:

1.1.2.البيانات الوصفية أوالنوعية Qualitative Data: وهي المشاهدات أو الصفات التي لا يمكن قياسها مباشرة بوسائل القياس المألوفة كالعد والتقييس ، ومثال ذلك صفة لون العين (أسود، أزرق، أخضر، المؤهل العلمي (ليسانس، ماجستير ،دكتوراه وغيرها)، صفة الجنس (ذكر، أنثى)، صفة الحالة الاجتماعية (أعزب، متزوج ،مطلق، أرمل.) وتنقسم إلى بيانات قابلة للترتيب مثل: صغير، متوسط، كبير، وأخرى غير قابلة للترتيب مثل البيانات الخاصة بصفة الجنس: ذكر، أنثى.

2.1.2.البيانات الكمية أو العددية Quantitative Data: وهي المشاهدات أو الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بوسائل القياس المألوفة، مثال ذلك عدد الطلبة في جامعة معينة، صفة الطول، أوزان الطلبة، أعمارهم وغيرها.
وتكون البيانات الكمية على نوعين هما:

3.1.2. البيانات المتقطعة Discrete Data:

وهي البيانات الخاصة بالمتغيرات المنفصلة وتعبر عن تلك المشاهدات أو الصفات التي تأخذ قيما متميزة عن بعضها كعدد الطلبة في الصف الدراسي، عدد أفراد الأسرة، عدد الوحدات المنتجة من دواء معين في شركة ما، أو عدد الحالات التي تظهر في تجربة عشوائية عند رمي زهرة النرد وغيرها. ويمكن تسميتها أيضا بالبيانات القابلة للعد.

4.1.2 البيانات المتصلة Continuous Data:

تمثل البيانات الخاصة بالمتغيرات المتصلة وتشمل المشاهدات أو الصفات التي تأخذ قيما غير منتهية يمكن حصرها في مجال معين ، ومثال ذلك: أوزان طلبة جامعة معينة، أو أطوال عينة من الطلبة بكلية ما، ويمكن تسميتها بالبيانات القابلة للتجزئة.

وللتوضيح أكثر هنا نجد أنه من المكن أن يكون ضغط الدم للمريض 870 أو8.870 أو 7.870 أو 3.870 وهكذا تكون الأعداد متصلة أي أن هذه البيانات متصلة، بينما عدد أفراد الأسرة ممكن أن يكون 7 أو 3 أو 2 أو 2 أو غير ذلك أي أن هذه الأعداد صحيحة لا يوجد بها كسور عشرية فهي بيانات متقطعة أو منفصلة.

2.2.مصادر جمع البيانات :

يقصد بجمع البيانات الحصول على معلومات رقمية أو وصفية حول ظاهرة معينة من مصدر معين خلال فترة زمنية محدودة، وذلك بهدف وصف الظاهرة أو حل مشكلة ما، حيث تساعد البيانات في تحديد حجم المشكلة وتسهل الطريق لاتخاذ القرار المناسب.

وتجمع البيانات من مصدرين أساسيين هما:

1.2.2المصادر التاريخية : وهي البيانات التي يتم الحصول عليها من الإحصاءات والنشرات التي تنشرها الأجهزةالإحصائية والهيئات المتخصصة في الدولة، مثل التقارير الإحصائية السنوية أو الربع سنوية أو الشهرية. أي أنهاتلك البيانات المحفوظة لدى أجهزة الدولة المختلفة نتيجة الاستقصاءات أو مسوحات قامت بها هذه الجهات لأغراض خاصة بها أو تجمعت لديها بحكم وظائفها، حيث يوفر هذا المصدر على الباحث الجهد والمشقة والوقت الذي كان سيبذله في جمعها من الميدان. ومثال ذلك البيانات المتجمعة عن تعدادات السكان ،إحصاءات الطلبة المتخرجين من الجامعات وغيرها من الإحصاءات .

2.2.2 المصادر الميدانية: إذا لم تتوفر البيانات من المصادر التاريخية، يلجأ الباحث إلى المصدر الأصلي لجمع البيانات، أي من خلال جمع البيانات ميدانيا عن طريق المراسلة عبر البريد أو المقابلة الشخصية أو عن طريق الهاتف أو أي وسيلة إتصال أخرى .حيث يتم غالبا تصميم استمارة إحصائية أو مايسمى أيضا بالإستبيان، تتضمن مجموعة من الأسئلة أو الفقرات يضعها الباحث من أجل الحصول على البيانات المطلوبة عن الظاهرة محل الدراسة.

3.2 طرق جمع البيانات

يمكن جمع البيانات باستخدام عدة طرق، تعتمد كل منها على طبيعة البحث، ومدى انتشار الأمية بين المشاركين، وتوافر الموارد اللازمة. ومن أبرز هذه الطرق:

1.3.2 المقابلة الشخصية (Personal Interview):

في هذه الطريقة، يقوم الباحث بإجراء مقابلات مباشرة مع أفراد العينة، وطرح الأسئلة عليهم، ثم تسجيل إجاباتهم. تعتبر هذه الطريقة فعالة عندما يكون هناك مستوى عالٍ من الأمية بين المبحوثين، حيث تمكن الباحث من التأكد من دقة البيانات وصحتها، بالإضافة إلى توضيح أي استفسارات قد تطرأ لدى المستجيبين.

2.3.2 المراسلة (Mail Survey):

تتضمن هذه الطريقة إرسال استبيانات إلى المشاركين عبر البريد، مرفقة بتعليمات توضيحية حول كيفية تعبئتها، وأهداف البحث، وأهميته. كما يتم تضمين مغلفات مدفوعة التكاليف مسبقًا لتمكين المشاركين من إعادة إرسال الاستبيانات بسهولة. هذه الطريقة مناسبة عندما يكون معدل الأمية منخفضًا بين أفراد العينة، وتتميز بانخفاض تكلفتها.

في العصر الرقمي، أصبحت المراسلات الإلكترونية وسيلة شائعة لجمع البيانات، حيث يتم إرسال الاستبيانات عبر البريد الإلكتروني أو من خلال الإنترنت، مما يوفر سرعة في جمع البيانات ويقلل من التكاليف المرتبطة بالطباعة والشحن. (Babbie, 2020)

4.2 أساليب جمع البيانات : (Lohr, : 2019)

تعتمد عملية جمع البيانات على اختيار الأسلوب المناسب بناءً على طبيعة البحث وحجم المجتمع المدروس. ومن بين الأساليب الأكثر استخدامًا :

1.4.2 أسلوب الحصر الشامل :(Census Method)

يعتمد هذا الأسلوب على جمع البيانات من جميع أفراد المجتمع محل الدراسة دون استثناء. يُستخدم بشكل أساسي في الأبحاث الإحصائية واسعة النطاق التي تُجرى على فترات زمنية متباعدة، مثل التعداد السكاني الذي يتم عادة كل عشر سنوات، أو التعدادات الصناعية والزراعية التي تنفذها الحكومات بدعم مالي وتقني كبير. نظرًا لمتطلبات هذا الأسلوب من حيث الوقت والجهد والتكاليف، فإنه يُستخدم عادة عندما يكون المجتمع الإحصائي محدودًا ويمكن تغطيته بالكامل .

2.4.2 أسلوب المعاينة :(Sampling Method)

يقوم هذا الأسلوب على جمع البيانات من عينة مختارة من المجتمع بدلاً من دراسة جميع أفراده. تُحدد العينة وفق معايير إحصائية تضمن تمثيلها الدقيق للمجتمع، مما يسمح بتعميم النتائج المستخلصة منها .

مزايا المعاينة مقارنة بالحصر الشامل :

- تقلل من التكاليف المالية والبشرية المطلوبة .
- تساهم في توفير الوقت والجهد عند تنفيذ البحث .

عيوب أسلوب المعاينة :

- قد تؤدي دراسة جزء من المجتمع بدلاً من دراسته بالكامل إلى فقدان بعض الدقة في النتائج مقارنة بأسلوب الحصر الشامل .

ثالثا. المعاينة الإحصائية

1.3 خطوات تصميم العينة : (Cochran, 1977)

للقيام بعملية المعاينة ينبغي الالتزام بعدة خطوات أساسية يمكن حصرها فيما يلي:

1.1.3 تحديد المشكلة والهدف : في أول خطوة يجب تحديد هدف المعاينة أو المشكلة المراد دراستها تحديدا واضحا، ويستلزم الأمر تعريف المشكلة المدروسة والهدف من دراستها. وذلك بغرض تمييز المشكلة الاحصائية المطلوبة ليتم بعد ذلك البحث عن التصميمات الممكنة أو عن الأسئلة المطلوبة، وتحديد مصادر الحصول عليها بما يخدم أهداف الدراسة.

2.1.3 تعريف وتحديد المجتمع المراد معاينته : ينبغي تعريف المجتمع المراد معاينته تعريفا دقيقا مع تحديد عناصره بحيث يمكن الحكم على انتماء كل عنصر إلى المجتمع من عدمه بكل سهولة، كما يجب تحديد الفترة الزمنية المراد فيها إجراء هذه الدراسة. (Lohr, 2019)

3.1.3 تحديد البيانات المطلوب جمعها: وذلك على ضوء أهداف البحث وفرضياته، وطرق التحليل التي سيتم اتباعها، وطبيعة الوحدات والمجتمع، من خلال استشارة كل من مستخدم البيانات والباحث الذي يحللها واعتمادا على جميع المصادر التي تتضمن هذه البيانات.

4.1.3 تحديد درجة الدقة المطلوبة: قد تكون هناك بعض الشكوك في نتائج الدراسات التي تتم باستخدام العينات، وذلك لأن العينة قد لا تشمل بعض الوحدات الهامة، فهي عبارة عن جزء فقط من المجتمع بالاضافة إلى أخطاء القياس التي تحدث خلال الدراسة، وعليه يمكن زيادة الدقة بأخذ عينات أكبر حجما واستخدام أجهزة قياس أكثر دقة مما يترتب عليه زيادة التكاليف.

5.1.3 تحديد طريقة جمع وقياس البيانات : يجب على الباحث أن يحدد الطريقة الأنجع التي تستخدم لجمع المعلومات ومن أهمها : (Kish, 1965)

- **القياس المباشر:** وذلك بإجراء القياسات اللازمة لتحديد الخاصة المراد دراستها في وحدات العينة؛
- **الاتصال المباشر:** كالمقابلة الشخصية وتوجيه أسئلة مباشرة للوحدات المختارة في العينة؛
- **الاتصال غير المباشر:** وذلك عن طريق توجيه الأسئلة عن الهاتف الفاكس البريد الإلكتروني وغيرها.

ويمكن استخدام هذه الطرق مقترنة مع بعض إلا أن طريقتي القياس والإتصال المباشر هما أضمن الطرق من حيث الحصول على معلومات مقبولة، مع العلم أنها أكثر تكلفة من طريقة الإتصال غير المباشر.

5.1.3 تحديد الإطار: يتعين تكوين إطار بوحدات المعاينة حتى يمكن اختيار العينة، والمتمثل في قائمة تضم كل وحدات المجتمع المدروس.

تعيين وحدة المعاينة ونوع العينة وتحديد حجمها ومعرفة تكاليفها، ويجرى تحديد حجم العينة بناءا على الدقة المطلوبة وعلى تباين المجتمع الذي يحدد بالرجوع إلى الدراسات السابقة أو إجراء اختبار سابق على ذلك المجتمع.

6.1.3 ترتيب عمل الميدان: ويشمل تجهيز الخرائط اللازمة لمكان المسح وتدريب العدادين وآلية للمراجعة لضبط نقاط الضعف في الاستمارة، كما يشمل عمل ترتيب خاص في حالة عدم الاجابة.

7.1.3 إجراء اختبار مسبق: قبل البدء في توزيع استمارة البحث على كل وحدات العينة المطلوبة وحتى قبل طباعة العدد اللازم منها، يتم اختبار الاستمارة بتوزيعها على مجموعة من الأفراد كعينة اختبارية من وحدات المجتمع موضوع الدراسة، وبناءا عليه يمكن تعديل الاستمارة إذا لزم الأمر .

8.1.3 بتلخيص وتبويب المعطيات المتحصل عليها وتحليلها للحصول على تقديرات معالم المجتمع وقياسدقتها.

2.3.أقسام المعاينة : تنقسم المعاينة عادة إلى قسمسن رئيسيين هما : معاينة عشوائية)إحتمالية(ومعاينة غير عشوائية (غير إحتمالية)وفيما يلي تفصيل لكل منها:

1.2.3 المعاينة العشوائية الاحتمالية (Probability Sampling) : (Cochran, 1977)

هي ذلك الأسلوب الذي يتم فيه اختيار مفردات العينة حسب خطة احصائية لا يكون فيها للباحث أو لمفردات العينة دخل في اختيار أي مفردة منها، حيث يتم الاختيار باستخدام أساليب معينة تلعب الصدفة خلالها الدور الأول في اختيار المفردة ولكن بشرط أن يتحقق لجميع المفردات احتمال ثابت ومحدد للاختيار. والعينات العشوائية إذا ما تم اختيارها بالطريقة العلمية السليمة والمناسبة يمكن أن تكفل درجة عالية من دقة التمثيل للمجتمعات المسحوبة منها، لذلك فهي الوسيلة الأساسية في حالة البحوث العلمية الدقيقة.

إن كلمة عشوائية هنا لا تعني أن هذا النوع من العينات يسحب بطريقة اعتباطية بل تعني إتاحة فرصة الاختيار لجميع مفردات الظاهرة المدروسة. كما تعتمد المعاينة العشوائية أيضا على توفر إطار للمعاينة، وعلى العكس من المعاينة غير الاحتمالية فإنها تسمح بتقييم مدى دقة النتائج، حيث أنها لا تسمح فقط بتقدير معالم المجتمع وإنما بقياس الخطأ المحتمل في النتائج أيضا الذي ينتج عادة عن الدراسة الجزئية كبديل لأسلوب الحصر الشامل.

وتكون المعاينة العشوائية على أنواع عدة أهمها:

-المعاينة العشوائية البسيطة Simple Random Sampling:(Thompson, 2012) ويلجأ إليها الباحث في حالة ما إذا كان مجتمع الدراسة ليس كبيرا ويحمل قدرا من التجانس بين وحداته للصفة أو الصفات محل الدراسة. توفر فر صا متكافئة لكل عناصر المجتمع للدخول في العينة ولكن المفردات التي تدخل في العينة تكون عن طريق الصدفة البحتة. ولكي يتحقق ذلك فإن الأمر يتطلب تحديد عناصر المجتمع تحديدا كاملا، حيث يكون هذا التحديد على شكل قائمة أو خريطة تضم كل عناصره وهذه القائمة تسمى **الإطار Frame** ولا يجوز الاختيار العشوائي إلا من المفردات التي يضمها الإطار. كما تعد المعاينة العشوائية البسيطة من أبسط أنواع المعاينة الاحتمالية إلا أنها طريقة غير عملية في حالة المجتمعات الكبيرة وفي حالة وجود قيم شاذة أو متطرفة جدا. ولتوضيح أسلوب العمل وفق هذا النوع نفترض أنه لدينا مجتمع محدود ومتجانس بحجم **N** عنصر ويراداختيار عينة عشوائية بسيطة بحجم **n**

عنصر، فإن إحتمال ظهور أي مفردة ضمن مجتمع الدراسة يساوي $\frac{1}{N}$ وعدد العينات الممكن اختيارها من هذا المجتمع هو: $c_n^N = \frac{N!}{n!(N-n)!}$. وتتلخص الطريقة العشوائية للاختيار بكتابة أسماء مفردات المجتمع أو أرقامها على بطاقات متشابهة تماما ثم خلطها جيدا بحيث يستحيل تمييز أي منها ثم اختيار عددا من البطاقات مساوٍ إلى حجم العينة المطلوبة. إلا أن هذه العملية تعد مطولة ومملة عندما يكون حجم المجتمع كبير جدا لذلك يتم اللجوء في هذه الحالة إلى طريقة بديلة تضمن الأسلوب العشوائي في عملية الإختيار تسمى **طريقة جداول الأرقام العشوائية Tables of Random Numbers**. ويكون السحب بطريقتين هما: **السحب بالإرجاع** .وتسمى في هذه الحالة بالمعاينة العشوائية البسيطة مع الإعادة **ESAR** ، حيث يمكن للعنصر الواحد أن يظهر في العينة أكثر من مرة، وبذلك نحصل على عينة مستقلة؛ **السحب بدون إرجاع**. تسمى في هذه الحالة بالمعاينة العشوائية البسيطة بدون إعادة **ESSR** ، إذ لا يمكن للعنصر الواحد أن يظهر في العينة أكثر من مرة ونحصل بذلك على عينة غير مستقلة.

-المعاينة العشوائية الطبقية- Stratified Random Sampling: (Cochran, 1977)

تستخدم المعاينة الطبقية كبديل للمعاينة العشوائية البسيطة لزيادة الدقة في التقديرات في حالة عدم تجانس المجتمع الأصلي للدراسة من حيث الخصائص ذات الصلة بموضوع البحث، والتي تعد من أفضل أنواع المعاينة الإحتمالية وأكثرها دقة في تمثيل مجتمع الدراسة. تقوم على تقسيم المجتمع إلى طبقات حسب خصائص معينة لها علاقة بموضوع البحث، ليتم الحصول على طبقات متجانسة وغير متقاطعة مع بعضها البعض، ويشترط هنا أن يكون عدد الطبقات صغير لتفادي الحسابات المتعددة والطويلة من جهة والتوصل إلى درجة دقة معقولة من جهة أخرى، ومن ثم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة لتشكل في مجموعها حجم العينة المطلوبة. وهذا بمراعاة أن تكون نسبة تواجد كل طبقة في العينة بنفس نسبة وجودها داخل المجتمع .ولتوضيح العملية أكثر نفترض أنه لدينا مجتمع إحصائي غير متجانس حجمه **N** عنصر، بحيث يمكن تقسيم هذا المجتمع إلى طبقات متجانسة وليكن عددها **K** ونريد سحب عينة عشوائية طبقية حجمها **n**، فيتم ذلك وفق الخطوات التالية:

أ.نقسم المجتمع إلى طبقات عددها k ولتكن: $N_1, N_2, N_3 \dots \dots \dots N_k$ ؛

ب.نسحب عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة بحيث يتناسب عدد مفردات كل عينة مع حجم كل طبقة لتكون في مجموعها حجم العينة n المطلوب، ويمكن الحصول على حجم هذه العينات وفقا للصيغة الآتية:

$$\boldsymbol{n_i = N_i \times \frac{n}{N}}$$

حيث أن:

n_i : حجم العينة رقم (i)؛

N_i : حجم الطبقة رقم (i)؛

N : حجم المجتمع الإحصائي؛

n: حجم العينة المطلوب، إذ أن: $n = \sum^{k}{}_{i}\, n_i$.

- المعاينة العشوائية المنتظمة : Systematic Random Sampling

تعد إحدى تقنيات المعاينة الاحتمالية التي تهدف إلى تحقيق تمثيل عادل لعينة الدراسة من خلال اختيار عناصرها وفق فواصل زمنية أو عددية ثابتة، مما يقلل من احتمالية التحيز في الاختيار .(Kish, 1965) تعتمد هذه الطريقة على تحديد حجم العينة أولًا، ثم تقسيم مجتمع الدراسة إلى فئات متساوية، وبعد ذلك يتم اختيار العنصر الأول عشوائيًا، وتُستكمل بقية العينة وفق نمط منتظم. تُستخدم هذه التقنية على نطاق واسع في الدراسات الإحصائية والبحثية لفعاليتها في تقليل التباين وتحقيق دقة عالية في التقدير .

2.2.3 المعاينة غير العشوائية (غير الاحتمالية) Non-Probability Sampling:

هي إحدى طرق اختيار العينات التي لا تعتمد على مبدأ العشوائية، مما يعني أن بعض عناصر المجتمع البحثي لديها فرصة أكبر للاختيار مقارنةً بغيرها، بناءً على معايير محددة يضعها الباحث

.(Etikan et al., 2016) تُستخدم هذه الطريقة غالبًا في الدراسات الاستكشافية أو البحث النوعي، حيث لا يكون الهدف الأساسي تعميم النتائج على كامل المجتمع، وإنما فهم ظاهرة معينة بعمق. ومن أبرز أنواع المعاينة غير العشوائية: المعاينة القصدية، والمعاينة الحصصية، ومعاينة كرة الثلج، حيث يتم اختيار المشاركين بناءً على خصائص محددة أو تتابع متسلسل يعتمد على ترشيح المشاركين أنفسهم.

ومن أهم أنواعها والأكثر شي وعا واستخداما نجد:

-المعاينة العمدية أو المقصودة Purposive Sampling:

يلجأ الباحث إلى هذا النوع إذا كان مجتمع الدراسة كبيرا جدا وكانت امكانياته لا تسمح له إلا بدراسة عينة حجمها صغير جدا، في هذه الحالة يتعمد الباحث اختيار مفردات معينة يرى بخبرته السابقة أن هذه العينة يمكن أن تعطي تمثيلا مقبولا لمجتمع الدراسة. فإذا أراد الباحث مثلا دراسة خصائص معينة عن ريف دولة ما ،وكانت إمكانياته المالية والإدارية لا تسمح له سوى بمعاينة سكان قرية واحدة، فإنه في هذه الحالة إذا ما تم اختيار القرية عشوائيا من بين آلاف القرى بتلك الدولة فإن الصدفة قد تأتي بقرية بعيدة في خصائصها عن خصائص معظم قرى تلك الدولة. لهذا فإن الباحث وعلى ضوء خبراته السابقة يتعمد اختيار قرية معينة يرى من وجهة نظره الشخصية أنها يمكن أن تمثل الريف أفضل تمثيل، وهذه الطريقة

غير عملية وغالبا يتم اللجوء إليها في حالة البحوث التمهيدية .وتسمى العينة القصدية أحيانا بالعينة الهادفة أو العينة الحكمية **Sample. Judgmental**

-المعاينة الحصصية Quota Sampling:

تعد المعاينة الحصصية أو معاينة الحصص أكثر أنواع المعاينة غير الاحتمالية استخداما، والتي تقوم على اختيار عدة خصائص للمجتمع ترتبط بموضوع البحث تسمى **متغيرات المراقبة** كالسن، المهنة، الحالة الاجتماعية وغيرها. تستخدم كثيرا في عمليات استطلاع الرأي العام في حالة المجتمعات الاحصائية غير المتجانسة، حيث يقسم المجتمع موضوع الدراسة إلى طبقات متجانسة نسبة إلى صفات أو خصائص معينة ،ثم اختيار عينة من كل طبقة بشكل قصدي بنسبة وجودها في المجتمع الأصلي لتشكل في مجموعها حجم العينة المطلوبة. كما لاتحتاج معاينة الحصص إلى إطار المعاينة وهذا ما يتناسب مع الحالات التي يتعذر فيها توفير إطار المعاينة وكذا الدراسات التي تتطلب السرية.

ورغم أن هذه الطريقة في ظاهرها مماثلة للعينة الطبقية العشوائية إلا أن الاختلاف يكمن في أنه في حالة العينة الطبقية يكون اختيار المفردات عشوائيا ولا يترك لجامع البيانات حرية اختيار المفردات من كل طبقة مما قد يترتب عليه تحيزا كبيرا.

رابعا: مصادر الأخطاء في العينات

عند استخدام أسلوب المعاينة كأسلوب لجمع البيانات قد يقع الباحث في العديد من الأخطاء تدرج تحت مسمى **أخطاء المعاينة الكلية**، والتي يمكن تقسيمها إلى أخطاء المعاينة العشوائية وأخطاء التحيز:

1.4 أخطاء المعاينة العشوائية Random sampling errors :

تشير أخطاء المعاينة العشوائية إلى التباين الطبيعي الذي يحدث عند اختيار عينة من مجتمع الدراسة بدلاً من دراسة المجتمع بالكامل، مما قد يؤدي إلى اختلاف النتائج بين العينات المختلفة. وتنتج هذه الأخطاء عن تقلبات العينة العشوائية ولا يمكن تجنبها تمامًا، ولكن يمكن تقليلها من خلال زيادة حجم العينة واستخدام تقنيات معاينة أكثر كفاءة.(Kish, 1965)

1.1.4.**أخطاء التحيز Bais errors** :

لخطأ التحيز ثلاثة أنواع هي:

1.1.1.4.خطأ التحيز في الاختيار: ويتنج هذا النوع من الأخطاء عن الاختيار غير العشوائي لوحدات العينة، اعتماد بعض طرق الاختيار على خاصية معينة كالاعتماد على دليل الهاتف، التحيز المقصود أو

غير المقصود في اختيار بعض وحدات العينة كاستبدال وحدة بوحدة أخرى غير مدرجة ضمن الاطار، عدم التمكن من استكمال وصول جميع الاستمارات؛

2.1.1.4.خطأ التحيز في التقدير: وهو انحراف متوسط جميع التقديرات الممكنة لمعلمة المجتمع عن قيمتها الحقيقية والذي ينتج عموما من عدم استخدام طرق التقدير أو التحليل المناسبة .ومن الصعب اكتشاف هذا الخطأ والتخلص منه إلا باجراء تعديلات جذرية على تصميم الدراسة أو طريقة جمع البيانات أو تعديل النتائج.

3.1.1.4 خطأ التحيز الناتج عن التعريف الخاطيء لوحدة المعاينة.

2.4.أخطاء أخرى شائعة في العينات: ومنها أخطاء عدم الاستجابة الناتجة عن عدم تحديد الإطار، أخطاء التبويب ومعالجة البيانات، أخطاء الطباعة وأخطاء تفسير النتائج.

5. التوزيعات الاحتمالية المتصلة

إن أغلب الظواهر العشوائية يمكن التعبير عنها بمجموعة من القوانين الإحتمالية والتي تصنف إلى قوانين إحتمالية لمتغيرات عشوائية منفصلة وأخرى متصلة، حيث سيتم فيما يلي تناول أهم القوانين الإحتمالية المتصلة على إعتبار أنها تستخدم بكثرة في الإحصاء الاستدلالي وهي:

1.5 التوزيع الطبيعي : Normal Distribution

يعد التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية في الإحصاء، حيث يتميز بمنحنى متماثل على شكل جرس يتحدد بوسيطه ومتوسطه الحسابي وانحرافه المعياري. يستخدم التوزيع الطبيعي في العديد من التطبيقات الإحصائية، مثل اختبار الفرضيات وتقدير الفواصل الزمنية، حيث تفترض العديد من النماذج الإحصائية أن البيانات تتبع هذا التوزيع.(Gujarati & Porter, 2009) ، وترجع أهمية التوزيع الطبيعي إلى أربع اعتبارات مهمة هي:

- ان كثيرا من المتغيرات تتوزع توزيعا طبيعيا ومنها الصفات البيولوجية أو النفسية أو الاجتماعية وغيرها؛
- توزيعات المعاينة لمتوسطات العينات تكون مقاربة للتوزيع الطبيعي ويزداد هذا التقارب كلما زاد حجم العينة؛ **ت.** إمكانية تحويل توزيعات كثيرة إلى التوزيع الطبيعي؛

إن معظم الاختبارات المستخدمة في الاستنتاج الاحصائي مبنية على كون المتغير يتوزع توزيعا طبيعيا.
ويكون المتغير العشوائي المتصل x خاضعا للتوزيع الطبيعي إذا كانت دالة كثافته الاحتمالية $f(x)$ معرفة كما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

حيث:

σ : الانحراف المعياري للتوزيع ؛
μ : متوسط التوزيع ؛

$-\infty < x < +\infty$

$-\infty < \mu < +\infty$

$\sigma > 0$

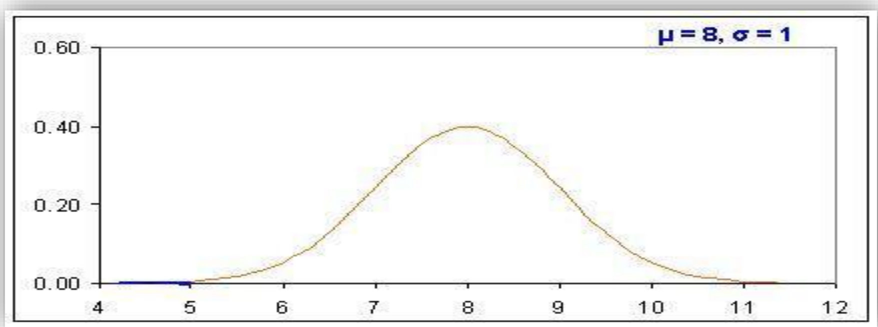
ونكتب بإختصار: $x \rightarrow N(\mu;\sigma)$

يستخدم التوزيع الطبيعي كثيرا في مجال العينات ويتصف بالخصائص التالية:

- المتغير العشوائي المتصل x يأخذ قيما من $-\infty$ إلى $+\infty$ ؛
- شكل منحنى التوزيع الطبيعي يشبه الجرس؛
- قمة المنحنى تكون عند متوسط المجتمع μ والمنحنى متماثل حول μ ؛
- يعتمد التوزيع الطبيعي على معلمتين هما متوسط المجتمع μ وتباين المجتمع σ^2 .

والشكل رقم **(01)** يوضح شكل منحنى التوزيع الطبيعي بإفتراض أن متوسطه يساوي 1 وتباينه يساوي 8، كما يلي:

شكل رقم:**(01)** منحى التوزيع الطبيعي



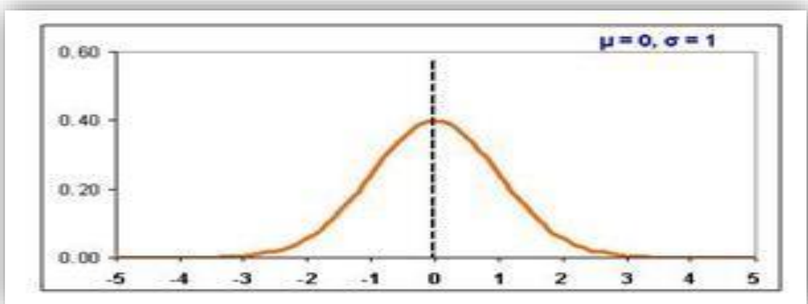
المصدر: من إعداد الباحث

1.1.5 التوزيع الطبيعي المعياري Normal curve:

يعتبر هذا التوزيع كحالة خاصة بالنسبة للقانون الطبيعي العام، حيث نقول أن المتغير العشوائي Z يخضع للتوزيع الطبيعي المعياري إذا كان Z يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي الصفر $(\mu = 0)$ وبتباين يساوي الواحد $(\sigma^2 = 1)$ حيث: $(-\infty < Z < +\infty)$ وفي هذه الحالة نكتب:

$$\boldsymbol{Z \to N(0;\, 1)}$$

شكل رقم : (02) **منحنى التوزيع الطبيعي المعياري**



المصدر: من إعداد الباحث

2.1.5.كيفية حساب الاحتمالات:

إذا كان $x \to N(\mu;\ \sigma)$ فإنه لإيجاد احتمالات المتغير العشوائي الطبيعي يجب استخدام التوزيع الطبيعي المعياري، حيث يتم الانتقال من التوزيع الطبيعي $N(\mu;\ \sigma)$ إلى التوزيع الطبيعي المعياري وفق العلاقة التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{Z = \frac{x - \mu}{\sigma}}}$$

حيث يمثل Z المتغير المعياري، أي أن Z يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

كما أن هناك جدول خاص **يسمى جدول التوزيع الطبيعي المعياري** ت يستخدم لإيجاد احتمالات المتغير العشوائي الطبيعي المعياري من النوع $p_{(z \leq a)}$. مع مراعاة أن جدول التوزيع الطبيعي المعياري مصمم من أجل القيم الموجبة فقط لـ z ومنه وحسب خاصية التناظر بالنسبة للصفر فإن:

$$\boldsymbol{F(-z) = 1 - F(z)}$$

3.1.5. تحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع طبيعي معياري وايجاد الاحتمالات:

لإيجاد احتمالات المتغير العشوائي الطبيعي $x \rightarrow N(\mu;\sigma^2)$ فإننا نحوله أولا إلى متغير عشوائي طبيعي معياري $Z \rightarrow N(0;1)$ ومن ثم نستخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد الاحتمالات من النوع:

$$p(z \le z_1) = Q(z_1) \text{ أو } F(z_1)$$

وذلك استخدام العلاقة التالية : $x \rightarrow N(\mu;\sigma^2) \Leftrightarrow Z = \dfrac{x-\mu}{\sigma} \rightarrow N(0;1)$

σ

وبالتالي فإن احتمالات المتغير الطبيعي **x** تحسب وفق العلاقات التالية:

$$* \ \mathbf{p(X \le x) = p\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = p\left(Z \le \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = F\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}$$

$$* \ \mathbf{p(X \ge x) = 1 - p(X < x) = 1 - p\left(Z < \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = 1 - F\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}$$

$$* \ \mathbf{p(x_1 \le X \le x_2) = p\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{x_2-\mu}{\sigma}\right) = p\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma} \le Z \le \frac{x_2-\mu}{\sigma}\right)}$$

$$\mathbf{= F\left(\frac{x_2-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma}\right)}$$

مثال:

ليكن x متغير عشوائي يمثل سعة قارورات أحد أنواع معقمات الأيدي والمنتجة من طرف المؤسسات الجزائرية يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره **52** مليلتر وانحراف معياري يقدر بـ **0.8** مليلتر.

والمطلوب:

1. حدد معالم هذا التوزيع؛
2. ماهي نسبة القارورات التي تتجاوز سعتها **52** مليلتر؛
2. ح دد نس بة القارورات التي تت راوح سعت ها ما بين **2..5** و2.52 مليلتر.

الحل:

1.تتمثل معالم التوزيع الطبيعي في وسطه μ المساوي لـ 72 مليلتر وتباينه σ^2 المساوي لـ 0.8^2 ونكتب:

$$x \,\square\, N(25;0.8^2)$$

2.حساب نسبة القارورات التي تتجاوز سعتها 76 مليلتر، أي:

$$\mathbf{p(x > 26)} = 1 - p(x \le 26)$$

$$= 1 - p \ \frac{x-\mu}{\sigma} \le \frac{26-25}{0\ 8} \ = 1 - p(Z \le 1.25) = 1 - F(1.25)$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد أن:

$$F(1.25) = 0.8944$$

ومنه:

$$(\mathbf{X} > \mathbf{26}) = 1 \quad F(1\ 25) = 1 \quad 0\ 8944 = 0\ 1056 = \mathbf{10\ \ 56}\%$$

أي أن نسبة القارورات التي تتجاوز سعتها 76 مليلتر هي **21..1%.**

2.حساب نسبة القارورات التي تتراوح سعتها بين 2.73 و6.76 مليلتر، أي:

$$p(23.4\langle x\langle 26.6)=p\,\frac{23.4-25}{0.8}\langle\frac{x-\mu}{\sigma}\langle\frac{26.6-25}{0.8})=p(-2\langle z\langle 2)$$
$$=F(2)-F(-2)=F(2)-1+F(2)=2F(2)-1$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد أن: $F(2) = 0.9772$

ومنه:

$$\mathbf{p(23.\ 4} < \boldsymbol{X} < \mathbf{26.\ 6)} = 2F(2) - 1 = 2(0.9772) - 1 = 0.9544 = 95.44\%$$

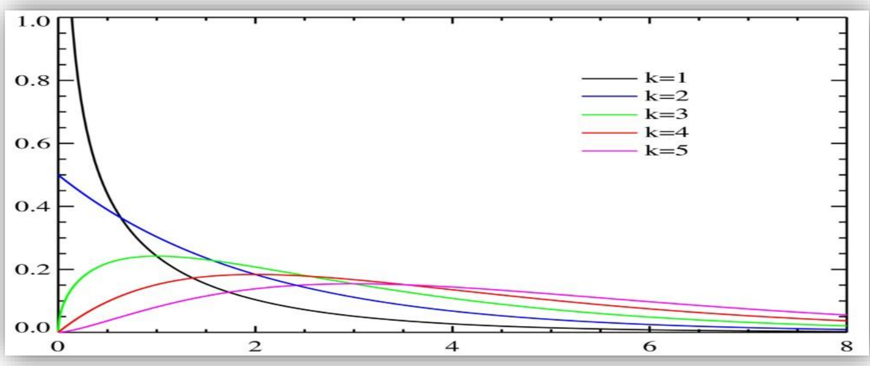
أي أن نسبة القارورات التي تتراوح سعتها بين 2.73 و6.76 مليلتر هي **22.12%.**

2.5 **.توزيع كاي تربيع Chi - Square Distribution:**

ستخدم توزيع كاي تربيع على نطاق واسع في الإحصاء، خاصة في اختبار الفرضيات المتعلقة بالاستقلالية وجودة المطابقة وتحليل التباين. يتميز هذا التوزيع بأنه غير متماثل ويعتمد على درجات الحرية، حيث يقترب شكله من التوزيع الطبيعي كلما زادت درجات الحرية. يعد اختبار كاي تربيع أداة مهمة لتحليل البيانات الفئوية والتأكد من مدى تطابق التوزيعات النظرية مع البيانات الفعلية (Wackerly, Mendenhall, & Scheaffer, 2008).

والشكل رقم(3) يوضح الأشكال التي يأخذها منحنى توزيع كاي تربيع:

شكل رقم: (03) **أشكال منحنى توزيع كاي تربيع**



المصدر: من إعداد الباحث

1.2.5 استخدامات توزيع كاي تربيع:

يعتبر هذا التوزيع من التوزيعات الإحتمالية المستمرة التي لها أهمية كبيرة في التطبيقات الإحصائية حيث يستخدم عادة في الاختبارات التالية:

إ ختبار تباين مجتمع؛

-إ ختبار تساوي عدة تباينات؛

- إختبار حسن المطابقة أ وجودة التوفيق؛
- إختبار الإستقلالية.

2.2.5 قراءة واستعمال جدول كاي تربيع:

إن **جدول كاي تربيع** مصمم خصيصا من أجل تحديد قيم معينة لـ x في مجال تعريفه بدلالة كل من:

- درجة الحرية n؛
- احتمال معلوم p من الشكل: $p(x \le x_i)$.

تدعى القيم الموجودة داخل هذا الجدول بالقيم الجدولية ويرمز لها ب :- $\chi^2_{p;n}$.

مثال:

بفرض أن x متغير عشوائي يتبع توزيع كاي تربيع بدرجة حرية **n** تسا وي **11** .

والمطلوب: حدد القيم الجدولية التي تحقق ما يلي:

$$p(x \langle \chi^2_{p;n}) = 0.95$$

$$p(x \rangle \chi^2_{p;n}) = 0.95$$

الحل:

1. بالاعتماد على جدول توزيع كاي مربع وعند درجة حرية قدرها 11 واحتمال قدره 0.95 نجد:

$$p(x \langle \chi^2_{p;n}) = 0.95 \Leftrightarrow \chi^2_{0.95;11} = 19.7$$

بمعنى أن: احتمال أن تقل قيمة المتغير العشوائي x عن القيمة 1.11 بـ 11 درجات حرية هو 219.

2. $* \ p(x \rangle \chi^2_{p;n}) = 0,05 \Leftrightarrow \ 1 - p(x \rangle \chi^2_{p;n}) = 0,05$

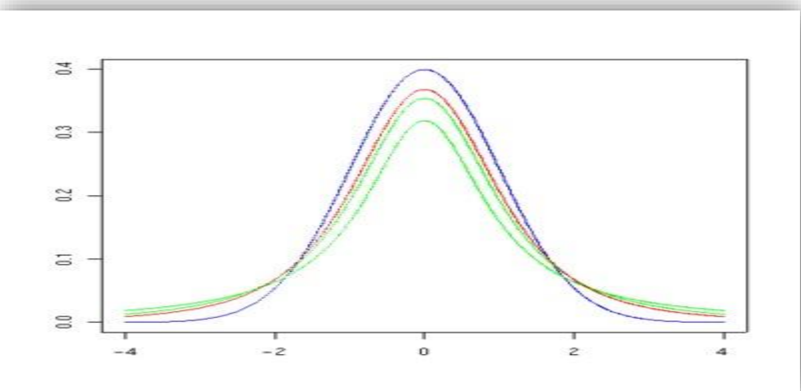
: $p(x \rangle \chi^2_{p;n}) = 1 - 0.05 = 0,95 \Leftrightarrow$ وبذلك يكون $\chi^2_{p;n} = \chi^2_{0.95;11} = 19.7$

3.5. توزيع ستيودنت Student Distribution:

ستخدم توزيع ستيودنت عندما يكون حجم العينـة صـغيرا (عادة أقل من 30) أو عنـدما تكـون قيمـة التبـاين غير معروفـة ويتم تقديرها من بيانـات العينـة. يتميز هذا التوزيـع بأنـه أكثـر تشتتًا مـن التوزيـع الطبيعـي، خاصة عند درجات الحرية القليلة، لكنه يقترب تدريجيا من التوزيـع الطبيعي كلمـا زادت درجـات الحريـة. يُعتبـر اختبـار t-Student أحـد الاختبـارات الإحصـائية المهمـة لمقارنـة متوسـط مجتمعـين أو لاختبـار فرضية حول متوسط مجتمع واحد.(Montgomery & Runger, 2010)

والشكل رقم (04) يبين أشكال منحنى توزيع ستيودنت عند درجات حرية مختلفة:

شكل رقم (04) أشكال منحنى توزيع ستيودنت



المصدر: من إعداد الباحث

1.3.5. قراءة واستعمال جدول ستيودنت:

صمم **جدول توزيع ستيودنت** t خصيصـا من أجل قراءة قيم معينـة فـي مجـال تعريفـه بدلالـة معلـومتين هما:

- درجة الحرية n ؛

- احتمال معلوم p من الشكل: $p(x\leq x_i)$.

تسمى القيم داخل هذا الجدول **بالقيم الجدولية** وتأخذ الرمز: $\mathbf{t_{p,n}}$.

مثال: ليكن لدينا الاحتمالات التالية للمتغير t الذي يتبع توزيع ستيودنت عند درجات حرية 6، 17، 28 على التوالي ،**والمطلوب:** حدد القيم الجدولية المقابلة لها.

$* p(T_6 \leq t) = 0,55$.

$* p(T_{17} \leq t) = 0,70$.

$* p(T_{28} \leq t) = 0,975$

الحل: بالاعتماد على جدول توزيع ستيودنت نجد:

$* p(T_6 \leq t) = 0,55 \quad \Leftrightarrow \quad t_{0,55;6} = 0,131$.

$* p(T_{17} \leq t) = 0,70 \;\Leftrightarrow\; t_{0,70;17} = 0,534$.

$* p(T_{28} \leq t) = 0,975 \;\Leftrightarrow\; t_{0,975;28} = 2.05$

ملاحظة:

يحتوي جدول توزيع ستيودنت على قيم $\mathbf{t_{p,n}}$ فقط من أجل(**P<0,5**) لذلك فمن أجل بعض الاحتمالات الصغيرة التي لا توجد في الجدول **(P<0,5)** نستخدم خاصية التناظر حسب العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{t1-p = -tp}$$

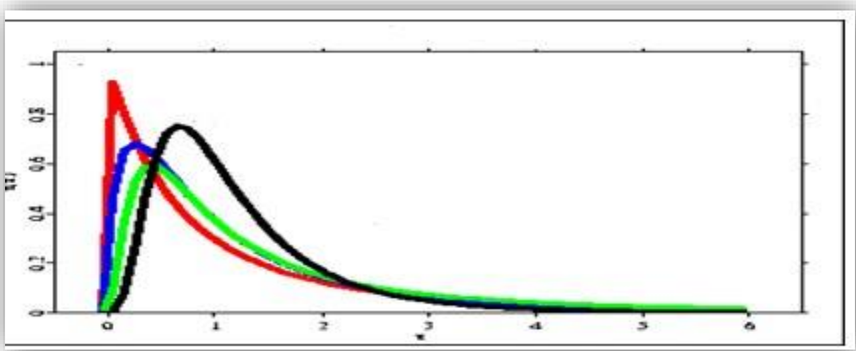
مثال:

$$\boldsymbol{t_0,20;18 = -\, t_1-0.20\ ;\ 18 = -\, t_0,80;18 = -\ 0,\ 862}$$

4.5 **.توزيع فيشر Fisher Distribution :**

يعتبر توزيع فيشر توزيعا مستمرا غير متماثل، مائلا قليلا نحو اليمين، ويعتمد شكله على درجات الحرية n1و n2 كلما زادت قيم درجات الحرية، اقترب توزيع فيشر من التوزيع الطبيعي. يتميز هذا التوزيع بأنه موجب، أي أنه معرف فقط في المجال $x\in[0;+\infty[$. يستخدم توزيع F بشكل أساسي في تحليل التباين (ANOVA) واختبارات مقارنة التباينات بين مجتمعين إحصائيين (Johnson & Wichern, 2007).

الشكل رقم (05) **أشكال منحنى توزيع فيشر**



المصدر: من إعداد الباحث

1.4.5.قراءة واستعمال جدول فيشر:

إن **جدول فيشر** قد أعد خصيصا من أجل تحديد قيم معينة لـ F في مجال تعريفه بدلالة ثلاثة معالم هي:

- درجة الحرية n_8؛
- درجة الحرية n_7؛
- إحتمال معلوم p معبر عنه ب $p(F \le F_{p,n1,n2})$.

تسمى القيم الموجودة داخل الجدول **بالقيم الجدولية** ونرمز لها بالرمز: $\boldsymbol{Fp\ n_1\ n_2}$

مثال:

أوجد القيم التالية: **:** $F0,99;20;7;\ F0,95;4;13$

الحل

1. بالاعتماد على جدول توزيع فيشر وعند احتمال قدره 92.0 ودرجتي حرية 2 و83 على التوالي نجد:

: $* \ F0,95;4,13 = \mathbf{3,18}$ بمعنى أن $\boldsymbol{p(F_{4;13} \le 3,18) = 0,95}$

2. باستخدام جدول توزيع فيشر وعند احتمال قدره 99.0 ودرجتي حرية 70 و2 على التوالي نجد:

$* \ F0,99;20,7 = \mathbf{6,16}$ وهذا يعني أيضا: **:** $\boldsymbol{p(F_{20;7} \le 6,16) = 0,99}$

ملاحظة

من أجل الإحتمالات الصغيرة التي لا توجد في جدول توزيع فيشر، فإنه ولإيجاد القيم الجدولية المقابلة لها نستخدم العلاقة التالية:

$$\boxed{F_{p;n_1;n_2} = \frac{1}{F_{1-p;n_2;n_1}}}$$

مثال: حدد القيمة الجدولية للمتغير **F** عند احتمال قدره **1..** ودرجتي حرية قدرها **1.**و**12.** على التوالي:

الحل:

بتطبيق العلاقة السابقة وباستخدام جدول نجد: توزيع فيشر الخاص بالاحتمال المقدربـ: 099

$$F_{0.01;10;120} = \frac{1}{F_{1-0.01;10;120}} = \frac{1}{F_{0.99;10;120}} = \frac{1}{4} = 025$$

تمارين مقترحة حول المحور الأول

التمرين01:

بغرض المساهمة في حماية الأطقم الطبية والشبه طبية من فيروس كورونا في الجزائر، تبنت العديد من

المؤسسات المصغرة صناعة المآزر الطبية ذات الاستخدام الواحد **disposable medical aprons** والتي تنقسم إلى ثلاثة أنواع حسب نوع المادة الأولية المستعملة في إنتاجها. حيث تطلبت عملية الرقابة على جودة إنتاج أحد هذه المؤسسات اختيار عينة بنسبة 30% من الانتاج الاجمالي لها وكان التوزيع كما يلي: 20 ألف مئزر من النوع أ، 32 ألف مئزر من النوع ب و72 ألف مئزر من النوع ج. **والمطلوب**: حدد حجوم العينات المطلوب اختيارها.

التمرين02:

بغرض المساهمة في التخفيف من معاناة أطفال القمر، قامت مديرة مدرسة "إلرام زياني" الخاصة بحملةلجمع السدادات البلاستيكية وبيعها لإعادة تدويرها وهذا بكافة بلديات ولاية ميلة البالغ عددها 37 بلدية. وبعد خمسة أشهر من انطلاق الحملة تريد السيدة زياني أخذ عينة منتظمة من 8 بلديات وذلك للوقوف على وزن السدادات المجمعة بها .إذا علمت أن =3b،

فالمطلوب: حدد عناصر هذه العينة المنتظمة موضحا كل الخطوات اللازمة لذلك بالتفصيل.

التمرين03:

بعد الهزات الأرضية المتتالية التي مست ولاية ميلة في صيف 7070 قامت الجهات المعنية بزيارة تفقدية للأحياء المتضررة من هذا الزلزال قصد الوقوف على ما خلفه من أضرار واتخاذ التدابير اللازمة لمعالجة الوضع ،حيث تمت معاينة 36 مسكن فقط بهذه الأحياء فتبين أن 9 منها كانت فعلا متضررة وتتطلب الترميم لتكون صالحة للسكن.

والمطلوب:

-ما هي نسبة المساكن التي تتطلب الترميم من بين المساكن التي تمت معاينتها؟

-إذا اعتبرنا أن عدد المساكن التي تتطلب الترميم في هذه الأحياء المتضررة متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره 7 وانحراف معياري قدره 7.3، فما هي معالم هذا التوزيع وما احتمال أن يكون عدد المساكن التي تتطلب الترميم في الأحياء المتضررة يتراوح مابين 6 و80 مساكن؟

التمرين 04:

ليكن χ متغير عشوائي يتبع قانون كاي تربيع،

والمطلوب:

1. إذا كانت n=9 أحسب الاحتمالات التالية:

$* \; p(\chi > 7.5)$

ت $p(\chi < 21.7)$

2. إذا كانت n=8 أحسب الاحتمال التالي:

ت $p(3.49 < \chi < 5.07)$

3. أوجد القيمة الجدولية $\chi^2_{p,n}$ التي تحقق الاحتمالات التالية وذلك عند n=50 :

$* \; p\,(\chi > \chi^2_{p,n}) = 0.05$

:4 $*p\,(\chi < \chi^2_{p,n}) = 0.95$

التمرين05:

ليكن لدينا المتغير العشوائي Tيتبع توزيع ستيودنت بـدرجة حرية n،

و**المطلوب:**

1. أوجد قيمة t التي تحقق:

$p(T < t) = 0$ ت حيث n يساوي: 10، 20، 870 على الترتيب.

2. أوجد القيمة الجدولية t التي تحقق:

$* \; p(T > t) = 0.05$

$* \; p(T < t) = 0.01$

$* \; p(T < t) = 0.025$

حيث n تساوي: 2، 1، 80 على التوالي.

$p(T > 0.765)$وذلك عند درجات حرية n يساوي: 10، 1، 2، 80 على الترتيب.

3. بفرض أن المتغير T يتبع توزيع فيشر أي: $T \rightarrow F_{P;\, n1;n_2}$، حدد القيم الجدولية التالية:

$* F_{0.05;\, 12;10}$ $* F_{0.99;\, 12;9}$ $* F_{0.99;\, 30;10}$ $* F_{0.95;\, 2;15}$

حل التمارين المقترحة حول المحور الأول

حل التمرين01:

بما أن المجتمع هنا غير متجانس فإن العينة المختارة هنا هي عينة طبقية، وعليه نقوم أولا بحساب حجم العينة n حيث: $(40.000 + 35.000 + 25.000) \times 0.3 = (100.000) \times 0.3 = 30.000$

$n = 0.3$ علما أن: $n = n_1 + n_2 + n_3$

حيث: n_1 هو حجم العينة الذي ينبغي سحبه من الطبقة الأولى أي من مجموع المآزر من النوع أ، و n_2 هوحجم العينة الذي ينبغي سحبه من الطبقة الثانية أي من مجموع المآزر من النوع ب، و n_3 هو حجم العينة الذي ينبغي سحبه من الطبقة الثالثة أي من مجموع المآزر من النوع ج، والتي تكون في مجموعها العينة **الطبقية** المطلوب سحبها من هذا المجتمع. حيث أن عملية السحب هذه تكون حسب وزن كل طبقة في المجتمع كما يلي:

$$n_1 = 30.000 \times \frac{40.000}{100.000} = 12.000$$

$$n_2 = 30.000 \times \frac{35.000}{100.000} = 10.500$$

$$n_3 = 30.000 \times \frac{25.000}{100.000} = 75.00$$

حل التمرين02:

لتشكيل عينة منتظمة من 8 بلديات من مجتمع حجمه 32 بلدية نتبع الخطوات التالية:

1.نحسب الأساس r حيث:

$$r = \frac{N}{n} = \frac{32}{8} = 4$$

2.نقسم المجتمع إلى مجموعات متساوية في كل منها ثم نرقم عناصر المجموعة الاولى من 8 إلى 2 والمجموعة الثانية من 2 إلى 1 وهكذا حتى المجموعة الأخيرة من 79 إلى 37.

2. نختار عنصر b بطريقة عشوائية من المجموعة الأولى وهنا تم تحديده بـ 3 أي أن العنصر الأول في هذه العينة هو البلدية التي تحمل الرقم 3.

2. بناءا على العنصر b يتحدد باقي عناصر العينة تلقائيا ،حيث تمثل أرقام هذه العناصر حدود متتالية حسابية حدها الأول b وأساسها r وذلك كما يلي:

أي: $b+r$ $b+r=3+7=7$

العنصر الثاني هو البلدية التي تحمل الرقم

أي البلدية التي تحمل الرقم 2.

العنصر الثالث هو البلدية التي تحمل الرقم $b+2r$ أي:

$b+2r=3+2\times 4=11$ أي: $b+3r$

أي البلدية التي تحمل الرقم 88. $b+3r=3+3\times 4=15$

العنصر الرابع هو البلدية التي تحمل الرقم

أي البلدية التي تحمل الرقم 82.

العنصر الخامس هو البلدية التي تحمل الرقم $b+4r$ أي:

$b+4r=3+4\times 4=19$أي البلدية التي تحمل الرقم 89.

العنصر السادس هو البلدية التي تحمل الرقم $b+5r$ أي: $b+5\times r=3+5\times 4=23$

أي البلدية التي تحمل الرقم 3 .

العنصر السابع هو البلدية التي تحمل الرقم $b+6r$ أي:

أي البلدية التي تحمل الرقم

$b+6r=3+6\times 4=27$

.27 **العنصر الثامن** هو البلدية التي تحمل الرقم $b+7r$ أي:

$b+7r=3+7\times 4=31$

أي البلدية التي تحمل الرقم 31.

وبذلك فإن عناصر هذه العينة المنتظمة هي البلديات التي تحمل الأرقام التالية:

$$\{3;7;11;15;19;23;27;31\}$$

حل التمرين03:

1. حساب نسبة المساكن التي تتطلب الترميم من بين المساكن التي تمت معاينتها:

لدينا: عدد المساكن التي تمت معاينتها هو 36 مسكن، وعدد المساكن المتضررة فعلا وتتطلب الترميم هو 9 مساكن من بين 36 مسكن وبذلك فإن النسبة المطلوبة ولتكن f هي:

$$f = \frac{\text{عدد المساكن المتضررة}}{\text{المساكن التي تمت معاينتها}} = \frac{9}{36} = 0.25 = 25\%$$

2. تتمثل معالم التوزيع الطبيعي في وسطه μ المساوي لـ 7 وتباينه σ^2 المساوي لـ 3.2^2 ونكتب:

$$x \rightarrow N(2; 3.2^2)$$

2. حساب احتمال أن يكون عدد المساكن التي تتطلب الترميم في الأحياء المتضررة يتراوح مابين 6 و80 مساكن أي:

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد أن:

$\mathrm{F}(2.5) = \mathbf{0.9938}$ و $\mathrm{F}(1.25) = \mathbf{0.8944}$

ومنه:

$$\mathbf{p}(\mathbf{6} < \boldsymbol{X} < \mathbf{10}) = F(2.5) - F(1.25) = 0.9938 - 0.8944 = \mathbf{0.0994}$$

أي أن احتمال أن يكون عدد المساكن التي تتطلب الترميم في الأحياء المتضررة يتراوح مابين 6 و80 مساكنهو **211....**

حل التمرين04:

1. حساب الاحتمالات التالية إذا كانت n=9:

$$* \, \boldsymbol{p}(\boldsymbol{\chi} < \mathbf{21.7}) = ?$$

باستخدام جدول توزيع كاي تربيع بالقراءة في سطر درجة الحرية التي قدرها $n = 9$ وعند القيمة الجدولية

2.78 نجد أن الاحتمال المقابل لها هو 99.0، ونكتب:

$$p(\chi < 21_{.7}) = \mathbf{0}_{.}\mathbf{99}$$

$$* \, \boldsymbol{p}(\boldsymbol{x} > \mathbf{7.5}) = ?$$

بتطبيق قواعد الاحتمالات نجد:

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x} > \mathbf{7.5}) = \mathbf{1} - \boldsymbol{p}(\boldsymbol{x} < \mathbf{7.5})$$

وبالنظر إلى جدول توزيع كاي تربيع دائما نجد أنه في السطر الخاص بنفس درجة الحرية السابقة 9 القيمة 2.2 غير موجودة وإنما هي محصورة بين القيمتين المتتاليتين 9.2 و32.1 والمقابلتين للاحتمالين 72.0 و2.0 على التوالي ومنه نستنتج مبدئيا أن الاحتمال المطلوب هنا وليكن p_0

محصـور بـين 72.0 و2.0 . ويمكـن ايجـاده بطريقـة الحصـر كمـا يلـي:)**المقصـود هنـا هـو** $p(x < 7.5)$ فقط)

$$0.25 \to 5.9$$

$$p_0 \to 7.5$$

$$0.5 \to 8.34$$

ومنه:

$$(0.5 - 0.25) \to (8.34 - 5.9)$$

$$(p_0 - 0.25) \quad \to (\ 7.5 - 5.9)$$

أي:

$$\boldsymbol{p_0 - 0.25 = \frac{(0.5-0.25)(7.5-5.9)}{(8.34-5.9)}}$$

وبذلك يكون:

$$p_0 = \frac{0.4}{2.44} + 0.25 = \ \ \mathbf{0.4139}$$

وبالرجوع إلى المطلوب نجد:

$$p(x > 7.5) = 1 - p(x < 7.5) = 1 - 0.4139 = \mathbf{0.5861}$$

2. حساب الاحتمال التالي إذا كانت n=8:

*لدينا: $\boldsymbol{p\left(3.49 < \chi < 5.07\right)} = ?$

$$p(3.49 < X < 5.07) = p(x < 5.07) - p(x < 3.49)$$

وهذا حسب قواعد الاحتمالات، وبالنظر إلى جدول توزيع كاي تربيع في سطر درجة الحرية المقدرة بـ 1 نجد أن الاحتمال المقابل للقيمة الجدولية 02.2 هو 72.0 والاحتمال المقابل للقيمة الجدولية 29.3 هو 80.0 ومنه:

$$p\ (3.49 < X < 5.07) = p(x < 5.07) - p(x < 3.49) = 0.25 - 0.10 = 0.15$$

أي:

$$p(3.49 < X < 5.07) = \mathbf{0.15}$$

2. إيجاد القيمة الجدولية $\chi^2_{p,n}$ التي تحقق الاحتمالات التالية، وذلك عند n=50:

$$* \ p\left(\chi < \boldsymbol{\chi^2_{p,n}}\right) = 0.95$$

أي:

$X^2_{0.95;50} =$ ؟

بالقراءة في جدول توزيع كاي تربيع عند درجة حرية قدرها 20 واحتمال قدره 0.92 نجد أن القيمة الجدولية الموافقة لهذه القيم هي: 2.62، أي:

$$X^2_{0.95;50} = \mathbf{11.2}$$

$$* \, p\left(\chi > \boldsymbol{\chi}^2_{\mathbf{p,n}}\right) = 0.05$$

أي:

$$\boldsymbol{X^2_{0.05;50}} =$$

تطبيقا لقواعد الاحتمالات دائما نجد أن:

$$p\left(\chi > \boldsymbol{\chi}^2_{\mathbf{p,n}}\right) = 0.05 \Leftrightarrow 1 - p\left(x < \chi^2_{\mathrm{p,n}}\right) = 0.05$$
$$\Leftrightarrow p\left(x < \chi^2_{\mathrm{p,n}}\right) = 1 - 0.05 = 0.95$$

وهنا نلاحظ أننا تحصلنا على نفس الحالة السابقة وبذلك تكون القيمة الجدولية الموافقة لهذا الاحتمال عند درجة حرية قدرها 20 هي أيضا 2.62.

حل التمرين05:

1. إيجاد قيمة t التي تحقق:

$$* \, \boldsymbol{p(\mathrm{T} < \mathrm{t}_{p;n}) = 0.9}$$

عند: n=10

$$t_{0.9;10} = ?$$

بالنظر إلى جدول توزيع ستيودنت عند درجة حرية قدرها 80 واحتمال قدره 9.0 نجد أن القيمة الجدولية المقابلة لهذه القيم هي 32.8، أي:

$$\boldsymbol{t_{0.9;10} = 1.37}$$

عند :n=20

$$t_{0.9;20} = ?$$

بالنظر إلى جدول توزيع ستيودنت عند درجة حرية قدرها 20 واحتمال قدره 9.0 نجد أن القيمة الجدولية المقابلة لهذه القيم هي 32.1، أي:

$$\boldsymbol{t0.9;20 = 1.\ 32}$$

عند: n=120

$$t0.9;120 = ?$$

بالنظر إلى جدول توزيع ستيودنت عند درجة حرية قدرها 120 واحتمال قدره 9.0 نجد أن القيمة الجدولية المقابلة لهذه القيم هي **29.1**، أي:

$$\boldsymbol{t}\mathbf{0.9;120} = \mathbf{1.\ 29}$$

2. إيجاد القيمة الجدولية t عند n تساوي: 2، 1، 80 على التوالي، والتي تحقق:

$$*\boldsymbol{p}\ \boldsymbol{T} > \boldsymbol{t}\ \ = \mathbf{0}.$$

$$T > t\ \ = 0\ 05 \Leftrightarrow 1\qquad T < t\ \ = 0\ 05 \Rightarrow\quad T < t\ \ = 1\quad 0\ 05 = 0\ 95$$

$$\mathbf{05}\qquad)$$

أي أن المطلوب هنا هو:

$$t0.95;n = ?$$

عند :n=7

$$t0.95;7 = ?$$

من جدول توزيع ستيودنت وعند درجة حرية قدرها 2 واحتمال قدره 92.0 نجد أن القيمة الجدولية المقابلة لهذه القيم هي: 90.8 أي:

$$t0.95;7 = 1.90$$

عند: n=8

$$t0.95;8 = ?$$

من جدول توزيع ستيودنت وعند درجة حرية قدرها 1 واحتمال قدره 92.0 نجد أن القيمة الجدولية المقابلة لهذه القيم هي: 16.8 أي:

$$t0.95;8 = 1.86$$

عند: n=10

$$t0.95;10 = ?$$

من جدول توزيع ستيودنت وعند درجة حرية قدرها 80 واحتمال قدره 92.0 نجد أن القيمة الجدولية المقابلة لهذه القيم هي: 18.8، أي:

$$t0.95;7 = 1.81$$

$$*\ \boldsymbol{p}(\boldsymbol{T} < \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{p};\,\boldsymbol{n}}) = \mathbf{0.\ 01}$$

نلاحظ هنا أن الاحتمال المقدر بـ 08.0 غير موجود في جدول توزيع ستيودنت) أقل من 2.0(ونعلم أن توزيع ستيودنت متناظر بالنسبة للصفر وعليه فإن القيمة الجدولية في هذه الحالة تكون سالبة وتستخرج بتطبيق خاصية التناظر كما يلي:

$$t_{p;\,n} = -t_{1-p;\,n}$$

أي:

عند: n=7 :

$$t_{0.01;\,7} = -t_{1-0.01;\,7} = -t_{0.99;\,7} = \mathbf{-3}$$

عند: n=8:

$$t_{0.01;\,8} = -t_{1-0.01;\,8} = -t_{0.99;\,8} = \mathbf{-2.90}$$

هنـــــا أيضـــــا

$$t_{0.01;\,10} = -t_{1-0.01;\,10} = -t_{0.99;\,10} = \mathbf{-2.76}$$

نستـ
$* \, \boldsymbol{p \ T < t \quad _n} = \mathbf{0.025}$ $\qquad (\quad \boldsymbol{p};\ )$
خـدم

خاصية التناظر لاستخراج القيم الجدولية المقابلة للاحتمال 072.0 لنفس الأسباب السابقة.

عند: n=7 :

$$t_{0.025;7} = -t_{1-0.025;7} = -t_{0.975;7} = \mathbf{-2.36}$$

عند: n=8

$$t_{0.025;8} = -t_{1-0.025;8} = -t_{0.975;8} = \mathbf{-2.31}$$

عند n=10 :

$$t_{0.025;10} = -t_{1-0.025;10} = -t_{0.975;10} = \mathbf{-2.28}$$

2.حساب الاحتمالات التالية:

$$* \, \boldsymbol{p(T < 4.03)} = ?$$

عند: n=5

نبحث في جدول توزيع ستيودت عند درجة حرية قدرها 2 عن القيمة الجدولية 03.2 نجد أنها تقابل الاحتمال المقدر بـ 992.0، ومنه:

$$p(T < 4.03) = \mathbf{0.995}$$

$$* \, \boldsymbol{p(T < 2.90)} = ?$$

عند: n=8

نبحث في جدول توزيع ستيودت عند درجة حرية قدرها 8 عن القيمة الجدولية 90.2 نجد أنها تقابل الاحتمال المقدر بـ 99.0، ومنه:

$$p(T < 2.90) = \mathbf{0.99}$$

$$* \, \boldsymbol{p(T < 1.37)} = ?$$

عند n=10:

نبحث في جدول توزيع ستيودت عند درجة حرية قدرها 80 عن القيمة الجدولية 32.8 نجد أنها تقابل الاحتمال المقدر بـ 90.0، ومنه:

$$p(T < 1.37) = \mathbf{0.90}$$

$$* \boldsymbol{p(T < 0.765)} = ?$$

عند n=10:

نبحث في جدول توزيع ستيودت عند درجة حرية قدرها 80 عن القيمة الجدولية 262.0 نجد أنها محصورة بين القيمتين 2.0 و129.0 والمقابلة للاحتمالين 22.0 و1.0 على التوالي وعليه فإن الاحتمال المقابل لها محصور بين القيمتين 22.0 و1.0 والذي يستخرج بطريقة الحصر كما يلي:

$$\begin{array}{c} 0.75 \rightarrow 0.7 \\ p_0 \rightarrow 0.765 \\ 0.8 \rightarrow 0.879 \end{array}$$

ومنه:

$$\begin{array}{c} (0.8 - 0.75) \rightarrow (0.879 - 0.7) \\ (p_0 - 0.75) \rightarrow (0.765 - 0.7) \end{array}$$

أي:

$$p_0 - 0.75 = \frac{(0.8 - 0.75)(0.765 - 0.7)}{(0.879 - 0.7)}$$

وبذلك يكون:

$$p_0 = \frac{0.00325}{0.179} + 0.75 = \mathbf{0.7682}$$

2. تحديد القيم الجدولية التالية:

$$* \boldsymbol{F_{0.05;12;10}} = ?$$

بما أن الاحتمال هنا هو 02.0 غير موجود في جدول توزيع فيشر نستخدم العلاقة التالية:

باستخدام جداول توزيع فيشر الخاص نجد: $* F_{0.05;12;10} = \frac{1}{F_{1-0.05;10;12}} = \frac{1}{2.75} = \mathbf{0.36}$

المحور الثاني:

توزيعات المعاينة

تمهيد

يعتبر مفهوم توزيعات المعاينة من الركائز الأساسية في الإحصاء الاستدلالي، حيث يشكل الإطار النظري الذي يمكن من خلاله فهم كيفية تغير الإحصائيات المحسوبة من عينات مختلفة مأخوذة من نفس المجتمع. ويهدف هذا المفهوم إلى دراسة توزيع القيم الممكنة لمقياس إحصائي معين، مثل الوسط الحسابي أو التباين، عند تكرار عملية سحب العينة من المجتمع عدة مرات. ويساعد هذا النهج في تقييم مدى دقة الإحصائيات المستخلصة من العينة وقدرتها على تمثيل خصائص المجتمع الكلي.

تعتمد توزيعات المعاينة على عدد من العوامل الأساسية، أبرزها حجم العينة، حيث يؤثر كبر أو صغر العينة بشكل مباشر على تباين الإحصائيات المستنتجة، إضافةً إلى طريقة السحب، سواء كانت عشوائية بسيطة أو طبقية أو منتظمة، مما يحدد مدى تمثيلية العينة للمجتمع الأصلي. كما أن شكل التوزيع الأصلي للمجتمع يلعب دورًا مهمًا في تحديد طبيعة توزيع المعاينة، حيث تستند العديد من الاختبارات الإحصائية على افتراض أن التوزيع يتبع التوزيع الطبيعي، خاصة عند التعامل مع عينات كبيرة وفقًا لنظرية النهاية المركزية.

تستخدم توزيعات المعاينة في العديد من التطبيقات الإحصائية المهمة، مثل اختبارات الفرضيات وتقدير فترات الثقة، حيث تساعد في تحديد احتمالات حدوث القيم المختلفة للإحصائيات المستنتجة من العينة. ومن بين أكثر توزيعات المعاينة شيوعًا: توزيع المعاينة للوسط الحسابي الذي يوضح كيفية توزيع المتوسطات المحسوبة من عينات متعددة، وتوزيع المعاينة لنسبة العينة الذي يستخدم في تحليل البيانات النسبية، وتوزيع كاي-تربيع وتوزيع t اللذان يستخدمان في تقدير التباين والاختبارات الاستنتاجية.

بفضل هذه المفاهيم، يوفر تحليل توزيعات المعاينة إطارًا علميًا دقيقًا لاتخاذ القرارات بناءً على بيانات غير كاملة، مما يجعلها أداة لا غنى عنها في البحث العلمي والتحليل الإحصائي في مختلف المجالات الأكاديمية والتجارية والصناعية.

أولا: توزيع المعاينة(Sampling Distribution)

يشير توزيع المعاينة إلى التوزيع الإحصائي لقيم الإحصاء المحسوب (مثل المتوسط أو التباين) عند أخذ جميع العينات الممكنة من حجم معين من المجتمع الإحصائي. يعكس هذا التوزيع كيفية تباين الإحصاء من عينة إلى أخرى، وهو أساسي في الاستدلال الإحصائي لأنه يساعد في تقدير معلمات المجتمع بدقة (Freund & Perles, 2007).

عندما يكون حجم العينة كبيرا بما فيه الكفاية، فإن توزيع المعاينة للمتوسط غالبا ما يتبع التوزيع الطبيعي وفقًا لنظرية الحد المركزي، حتى لو لم يكن المجتمع الأصلي موزعا طبيعيا.

1.1 مفهوم المعاينة: المعاينة هي عملية اختيار جزء صغير من مجتمع إحصائي أكبر (يُعرف بالعينّة) بهدف جمع البيانات وتحليلها واستخلاص النتائج. تستخدم المعاينة لتوفير الوقت والجهد والتكاليف مقارنة بدراسة جميع أفراد المجتمع، مع الحفاظ على دقة النتائج المُمثلة للمجتمع ككل.

2.1 توزيعات المعاينة: هي التوزيع الاحتمالي للقيم التي يمكن أن يأخذها إحصاء معيّن (مثل المتوسط، التباين، النسبة) عند حسابه باستخدام عينات متعددة مأخوذة من نفس المجتمع الإحصائي. بمعنى أوضح، إذا قمنا بأخذ عينات كثيرة من المجتمع واحتسبنا إحصاءً معينًا لكل عينة، فإن القيم الناتجة لهذا الإحصاء ستشكل "توزيعًا إحصائيًا" يُعرف بتوزيع المعاينة.

3.1 أنواع طرق المعاينة: تقسم المعاينة حسب طرقها الى قسمين هما:

- **المعاينة بالارجاع**: هي المعاينة التي يُسمح فيها باختيار نفس العنصر من المجتمع أكثر من مرة. يُعتبر المجتمع الذي تجرى فيه المعاينة بالإرجاع بمثابة مجتمع غير منتهٍ أو غير محدود، نظرًا لإمكانية سحب عينة بأي حجم دون أن يؤدي ذلك إلى استنفاد عناصر المجتمع. ويمكن التمييز بين المعاينة بالإرجاع والمعاينة بدون الإرجاع من خلال قاعدة محددة .

مثال01:

لنفترض أن لدينا مجتمعًا حجمه $N=4$ وسنقوم بسحب عينات حجمها $n=3$ مع الإرجاع،

فما هو عدد العينات الممكنة اذا كان السحب مع الارجاع؟

الحل:

عدد العينات الممكنة : $4^3 = 64$

مثال02:

لدينا مجتمع مكوّن من 3 عناصر على سبيل المثال:(1، 2، 3)، سنقوم بسحب عينات من 2 عنصر أي حجم العينة (n=2) مع الإرجاع.

طبقًا للمعادلة، عدد العينات الممكنة سيكون:

عدد العينات الممكنة = $3^2 = 9$

العيّنات الممكنة ستكون جميع التركيبات التي يمكن أن تتكون منها عينة مكونة من عنصرين. بما أن السحب مع الإرجاع، فيمكن تكرار نفس العنصر في العينات:

- (1, 1)
- (1, 2)
- (1, 3)
- (2, 1)
- (2, 2)
- (2, 3)
- (3, 1)
- (3, 2)
- (3, 3)

إذن، لدينا 9 عينات ممكنة.

- **المعاينة بدون إرجاع:** هي المعاينة التي يُختار فيها كل عنصر من المجتمع مرة واحدة فقط. ويُعتبر المجتمع الذي تجرى فيه المعاينة بدون إرجاع مجتمعًا محدودًا أو منتهيًا، حيث يتم سحب العينة دون إمكانية اختيار نفس العنصر مرة أخرى.

ذا كان لدينا مجتمع حجمه N ويتم سحب عينـة من n عناصـر، فـإن عدد العينـات الممكنـة بـدون إرجـاع يُحسب باستخدام ترتيب العناصر، وهو:

$$\text{عدد العينات}=\frac{N!}{(N-n)!}$$

حيث:

- $N!$ هو العامل الحسابي للمجتمع الكامل أي ضرب جميع الأعداد من (1 إلى N)
- $(N-n)!$هو العامل الحسابي الذي يمثل المجتمع المتبقي بعد السحب

مثال03:

إذا كان لدينا مجتمع مكوّن من 5 عناصر مثلاً: (1، 2، 3، 4، 5) وأردنا سحب عينة مكونة من 3 عناصر بدون إرجاع، فإن عدد العينات الممكنة سيكون:

$$\text{عدد العينات: } 60=\frac{1\times2\times3\times4\times5}{1\times2}=\frac{5!}{2!}=\frac{5!}{(5-3)!}$$

مثال04:

لنفترض أننا لدينا مجتمعًا مكوّنًا من 6 عناصر، وهي $\{A.B.C.D.E.F\}$، ونريد سحب عينة مكونة من 3 عناصر بدون إرجاع.

الخطوات:

1. **حجم المجتمعN** : لدينا 6 عناصر.
2. **حجم العينةn** : نريد سحب 3 عناصر فقط.
3. **عدد العينات الممكنة** :بما أن السحب يتم بدون إرجاع، نستخدم الصيغة الرياضية للسحب بدون إرجاع:

$$\text{عدد العينات:}\frac{N!}{(N-n)!}$$

$$\text{وبذلك يكون: } 120=\frac{1\times2\times3\times4\times5\times6}{1\times2\times3}=\frac{6!}{3!}=\frac{6!}{(6-3)!}$$

4.1 معالم المجتمع: معالم المجتمع في الإحصاء تشير إلى الخصائص أو السمات التي تصف المجتمع الإحصائي الذي يتم أخذ العينة منه. وهي تتضمن مقاييس تمثل أو تلخص البيانات الكلية للمجتمع. المعالم يمكن أن تكون **عددية** أو وصفية وتعتمد على نوع البيانات التي ندرسها. فيما يلي بعض من أهم المعالم**:**

1.4.1 المتوسط الحسابي(Mean) : هو مجموع جميع القيم في المجتمع مقسومًا على عدد العناصر. يمثل المتوسط الحسابي القيمة المركزية للمجتمع.

الصيغة:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\mathrm{N}}$$

حيث:

- μ هو المتوسط الحسابي للمجتمع.
- Xi هو العنصر i في المجتمع.
- N هو عدد العناصر في المجتمع.

.2.4.1 التباين(Variance) :هو مقياس لتوزيع القيم حول المتوسط، أي مدى تشتت البيانات عن المتوسط.

الصيغة:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2}{\mathrm{N}}$$

حيث:

- σ^2هو التباين للمجتمع.
- Xi هو العنصر i في المجتمع.
- μ هو المتوسط الحسابي للمجتمع.
- N هو عدد العناصر في المجتمع.

.3.4.1 الانحراف المعياري(Standard Deviation) : هو الجذر التربيعي للتباين، ويعبر عن مدى انتشار البيانات حول المتوسط.

الصيغة: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

حيث:

- σ هو الانحراف المعياري للمجتمع.
- σ^2 هو التباين للمجتمع.

ثانيا. **توزيع المعاينة للمتوسطات الحسابية:**

هو التوزيع الاحتمالي للمتوسطات الحسابية التي يتم حسابها من عينات عشوائية مأخوذة من مجتمع معين. يعكس هذا التوزيع كيفية تباين متوسط العينة من عينة إلى أخرى عند أخذ عدد كبير من العينات من نفس المجتمع (Montgomery & Runger, 2020) .

نفرض أن لدينا مجتمعا ولتكن مفرداته هي: $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots$

ونفرض أننا سحبنا من هذا المجتمع عينة حجميا n وحسبنا وسطها الحسابي فوجدناه $\bar{x}_1$ ثم سحبنا عينة أخرى لها نفس الحجم وحسبنا وسطيا الحسابي فوجدناه $\bar{x}_2$، ثم عينة ثالثة لها نفس الحجم ووجدنا أن وسطها الحسابي $\bar{x}_3$ وهكذا بالنسبة لكل العينات التي حجميا n والتي يمكن سحبها من هذا المجتمع. سنجد في النهاية أننا سنحصل على مجموعة جديدة من المفردات هي المتوسطات الحسابية لهذه العينات وهي تكون مجتمعا جديدا يسمى مجتمع المتوسطات الحسابية لمعينات التي حجمها n والتي يمكن سحبها من المجتمع الأصلي ويمكن كتابة مفردات المجتمع الجديد على النحو التالي:

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \ldots\ldots\ldots\ldots$، وهذه المتوسطات تختلف عن بعضها كما أنها تكون مجتمعا جديدا له توزيع احتمالي يهمنا معرفته ودراسته، ومجتمع المتوسطات الحسابية $\bar{x}$ كأي مجتمع أخر له توزيع احتمالي يتمتع بجميع صفات وخواص التوزيعات الاحتمالية وبالطبع له متوسط وانحراف معياري.

1.1 طبيعة توزيع المعاينة للمتوسطات :

طبيعة توزيع المعاينة للمتوسطات تتعلق بدراسة توزيع المتوسطات المحسوبة من عينات عشوائية مأخوذة من مجتمع معين. لفهمها، يمكن تقسيمها إلى النقاط التالية: (Ross, 2021)

1.1.2 الوسط الحسابي لعينة واحدة : يتم حساب متوسط القيم داخل عينة واحدة من البيانات.

2.1.2 خصائص توزيع المعاينة للمتوسطات:

1.2.1.2 التوزيع الطبيعي

إذا كان حجم العينة كبيرًا بما يكفي (عادة، $n \geq 30$) فإن توزيع المتوسطات يميل إلى أن يكون طبيعيًا حتى لو لم يكن المجتمع نفسه طبيعيًا، بناءً على **نظرية النهاية المركزية**.

متوسط توزيع المعاينة$(\mu_{\bar{x}})$ يساوي متوسط المجتمع(μ).

.2.2.1.2 الانحراف المعياري:

الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة $\sigma_{\bar{x}}$ يُعرف بـ"خطأ المعيار" ويُحسب كالتالي:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

حيث:

σ: الانحراف المعياري للمجتمع،

n: حجم العينة.

أهمية توزيع المعاينة للمتوسطات:

- يستخدم لتقدير معلمات المجتمع (مثل المتوسط) باستخدام بيانات العينة.
- ضروري لتطبيق اختبارات الفرضيات وبناء فترات الثقة.

2.2 متوسط توزيع المعاينة للمتوسطات:

اذا كان μ يمثل متوسط مجتمع ما و μ_x يمثل متوسط عينة مسحوبة من ذات المجتمع، فأن القيمة المتوقعة لمتوسط العينة $E(\mu_{\bar{x}})$ ويعبر عنها كما يأتي : $E(\mu_{\bar{x}}) = \mu_{\bar{x}}$ ولإثبات ذلك

$$E(\mu_{\bar{x}}) = E\left(\frac{1}{n}\sum x_i\right) = \frac{1}{n}\sum E(x_i) = \frac{1}{n}\sum \mu = \frac{1}{n}\mu n = \mu$$

3.2 تباين توزيع المعاينة للمتوسطات :

إذا كان μ يمثل متوسط مجتمع ما و $\mu_{\bar{x}}$ يمثل متوسط عينة مسحوبة من ذات المجتمع بالإرجاع، فأن التباين $\sigma_{\bar{x}}$ تباين توزيع المعاينة للمتوسطات(يكتب كالتالي):

$\sigma_{\bar{x}}^2 =$..................(1)، حيث n يمثل حجم العينة

أما الانحراف المعياري:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

و لإثبات المعادلة (1) :

$$V(\mu_{\bar{x}}) = V\left(\frac{1}{n}\sum x_i\right) = \frac{1}{n^2}\sum V(x_i) = \frac{1}{n^2}\sum \sigma^2 = \frac{1}{n^2}n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

وفي حالة السحب بدون ارجاع فان تبيان توزيع المعاينة للمتوسطات يكون كالاتي:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

ويمكن اعطاء صيغة الانحراف المعياري كالتالي:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$$

مثال 06 :

ليكن لدينا المجتمع المتكون من المفردات التالية: 1 ، 3 ، 5.

1) أحسب متوسط المجتمع μ .

2) ما هي القيمة المتوقعة لمتوسط عينة مسحوبة من المجتمع في حالة السحب بالإرجاع وفي حالة السحب بدون ارجاع مكونة من مفردتين n=2 .

3) قارن بين μ و μ_x ؟

4) قارن بين $\sigma_{\bar{x}}^2$ و σ^2 ؟

الحل:

من المعطيات لدينا: N=3 n=2

حساب معالم المجتمع:

حساب متوسط المجتمع μ:

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{1+3+5}{3} = 3$$

حساب تباين المجتمع σ^2 :

$$\sigma^2 = \frac{\sum\left(x_i-\mu\right)^2}{N} = \frac{(1-3)^2+(3-3)^2+(5-3)^2}{3}$$

$$\sigma^2 = 2.66$$

حساب الانحراف المعياري للمجتمع:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1.63309$$

حالة السحب بالإرجاع:

عدد العينات الممكنة: $N^n = 3^2 = 9$ تحديد عدد الحالات الممكنة:

عدد الحالات الممكنة		
(5, 1)	(3, 1)	**(1, 1)**
(5, 3)	(3, 3)	**(1, 3)**
(5, 5)	(3, 5)	**(1, 5)**

المتوسطات الممكنة للعينة:

متوسطات كل عينة		
3	2	**1**
4	3	**1+3/2=2**
5	4	**3**

متوسط المعاينة للمتوسطات $\mu_{\bar{x}}$ من خلال العلاقة التالية كما يلي:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}_i}{N} = \frac{1+2+3+2+3+4+3+4+5}{9} = \frac{27}{9}$$

$$\mu_{\bar{x}} = 3$$

حساب تبيان توزيع المعاينة للمتوسطات $^2\sigma_{\bar{x}}$ من خلال العلاقة التالية كما يلي:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum (x_j - \mu_{\bar{x}})^2}{N^n}$$

انطلاقا من جدول متوسط العينة:

$$= \frac{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)+(3-3)^2+(4-3)^2++(5-3)^2}{9}$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{12}{9} = 1.33$$

تباينات كل العينة	

$(1-3)^2 = 4$	1	0
1	0	1
0	1	4

اختبار العلاقتين:

في حالة السحب بالإرجاع فان التوقع الرياضي لتوزيع معاينة متوسطات يساوي توقع المجتمع.

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = 3$$

في حالة السحب بالإرجاع فان تباين توزيع معاينة متوسطات تجمعه العلاقة التالية مع تباين المجتمع:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{12}{9} = 1.33$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{2.66}{2} = 1.33$$

حالة السحب بدون ارجاع:

عدد العينات الممكنة: $N^n = 3^2 = 9$

$$C_N^n = C_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!2!} = 3$$

المتوسطات الممكنة للعينة:

متوسطات كل عينة	
2	
3	4

متوسط المعاينة للمتوسطات $\mu_{\bar{x}}$ من خلال العلاقة التالية كما يلي:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}_i}{C_N^n} = \frac{2+3+4}{3} = \frac{9}{3}$$

$$\mu_{\bar{x}} = 3$$

حساب تبيان توزيع المعاينة للمتوسطات $\sigma_{\bar{x}}^2$ من خلال العلاقة التالية كما يلي :

$$\sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{\sum (x_j - \mu_{\bar{x}})^2}{N}$$

انطلاقا من جدول متوسط العينة:

$$= \frac{(2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2}{3}$$

$$\sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{2}{3} = 0.666$$

تباينات كل العينة	
$(2-3)^2 = 1$	
0	1

اختبار العلاقتين:

في حالة السحب بدون ارجاع فان التوقع الرياضي لتوزيع معاينة متوسطات يساوي توقع المجتمع.

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 3$

في حالة السحب بدون ارجاع فان تباين توزيع معاينة متوسطات تجمعه العلاقة التالية مع تباين مجتمع:

$$\sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{2}{3} = 0.66$$

$$\sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = \frac{2.66}{2}\left(\frac{3-2}{3-1}\right) = 0.66$$

4.2 توزيع المعاينة للفرق بين وسطين :

سحبت عينتين عشوائيتين مستقلتين حجمها n_1 n_2 على التوالي من مجتمعين طبيعيين وسطهما الحسابي μ_1 μ_2 و تباينهما $\sigma_1^2;\sigma_2^2$ ، فإذا كان $\bar{x}_1$ $\bar{x}_2$ يمثلان الوسط الحسابي للعينتين على التوالي، ، فإن توزيع المعاينة للفرق بين متوسيطيهما ($\bar{x}_1$ -$\bar{x}_2$) يتبع التوزيع الطبيعي ذا الوسط (μ_1 -μ_2) و التباين ($\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}$) وأن توزيع المعاينة يكون في حالة المجتمعات المنتهية أو إذا كان السحب بدون إرجاع يتبع التوزيع الطبيعي نجد:.(Wackerly, Mendenhall, & Scheaffer, 2014)

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \sim N\left((\mu_1 - \mu_2) * \left(\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)\right)$$

وبالتالي فإن القيمة المعيارية تعطى بالعلاقة التالية:

$$\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

مثال07:

مصنع A ينتج مصابيح كهربائية متوسط عمرها 1400 ساعة عمل و بإنحراف معياري 200 ساعة. بينما ينتج مصنع B مصابيح كهربائية متوسط عمرها 1200 ساعة عمل و بإنحراف معياري 100 ساعة. فإذا أخذت عينتين عشوائيين كل منها 125 مصباح من المصنعينA و B ماهو إحتمال أن تكون العينة ذا متوسط عمر يبلغ على الأقل:

-160 ساعة أكثر من العينة B

-250 ساعة أكثر من العينة B

الحل:

1.احتمال أن تكون العينة ذا متوسط عمر يبلغ على الأقل 160 ساعة أكثر من العينة B:

$$z=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$p(z\rangle\frac{(100)-(1400-1200)}{\sqrt{\frac{200^2}{125}+\frac{100^2}{125}}})=p(z\rangle-2)=1-p(z\langle-2)$$

$$=1-[1-p(z\langle 2)]$$

$$=1-0.02275$$

$$=0.97725$$

1.احتمال أن تكون العينة ذا متوسط عمر يبلغ على الأقل 250 ساعة أكثر من العينة B:

$$p(z\rangle\frac{(250)-(1400-1200)}{\sqrt{\frac{200^2}{125}+\frac{100^2}{125}}})=p(z\rangle 2.5)=1-p(z\langle 2.5)$$
$$=1-0.99379$$
$$=0.00621$$

ثالثا. توزيع المعاينة للنسب :

توزيع المعاينة للنسب هو أداة إحصائية تستخدم لفهم سلوك النسبة المئوية لعينة معينة مأخوذة من مجتمع ما. يساعدنا هذا التوزيع في تقدير النسبة الحقيقية في المجتمع وإجراء الاختبارات الإحصائية.

1.3 المفاهيم الأساسية:

1.1.3 النسبة العينية:($\hat{p}$)

- النسبة العينية هي النسبة المستخرجة من العينة.
- تحسب باستخدام العلاقة: $\hat{p}=\frac{x}{n}$

حيث:

x : عدد العناصر التي تحقق الخاصية المطلوبة في العينة.

n: حجم العينة.

2.1.3 توزيع المعاينة: هو التوزيع الاحتمالي لجميع القيم الممكنة للنسبة العينية ($\hat{p}$) عند أخذ عينات متعددة بنفس الحجم.(n)

2.3 خصائص توزيع المعاينة للنسب:

1.2.3 .المتوسط (μ_p): متوسط توزيع المعاينة للنسب يساوي النسبة الحقيقية في المجتمع(p) :

$$(p)=(\mu_p)$$

2.2.3 الانحراف المعياري (σ_p) : قيس مدى تباعد النسب العينية عن النسبة الحقيقية في المجتمع

$$\sigma_{\hat{p}}=\sqrt{\frac{p(1-q)}{n}}$$

حيث:

P:النسبة الحقيقية في المجتمع.

n: حجم العينة.

مثال07:

في دراسة، 30% من السكان يستخدمون وسائل النقل العامة. إذا أخذت عينة عشوائية مكونة من 150 شخصًا، فما احتمال أن تكون النسبة العينية أقل من 25%؟

الحل:

1. **المعطيات:**

النسبة الحقيقية.(p=0.3)

حجم العينة.(n=150)

النسبة العينية المطلوبة.(p̂ = 0.25)

حساب الانحراف المعياري:

$$\sigma_{\hat{p}}=\sqrt{\frac{0.3(1-0.7)}{150}}=\sqrt{\frac{0.09}{150}}\approx 0.025$$

حساب قيمة z:

$$z=\frac{p-\hat{p}}{\sigma_{\hat{p}}}=\frac{0.3-0.25}{0.025}=2$$

استخدام جدول التوزيع الطبيعي :من الجدول، الاحتمال $p(z \prec 2)=0.97725$

إذن، احتمال أن تكون النسبة العينية أقل من 25% هو 97.72%.

3.3 توزيع المعاينة لفرق بين نسبتين:

سحبت عينتان عشوائيتان حجمهما n_1 n_2 من مجتمعين مستقلين، يخضع الأول و الثاني للتوزيع $B_i(n_1-p_1)$ و $B_i(n_2-p_2)$ وان $\sigma_1=\sqrt{n_1p_1q_1}$ و $\mu_1=n_1p_1$ ، $\sigma_2=\sqrt{n_2p_2q_2}$ و

$\mu_2=n_2p_2$

فتوزيع المعاينة لمفرق بين نسبتين $(\hat{p}_1-\hat{p}_2)$ يقترب من التوزيع الطبيعي بوسط $\mu_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}=p_1-p_2$

وانحراف معياري $\sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}=\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1}+\frac{p_2q_2}{n_2}}$ ومنه القيمة المعيارية تعطى بالعلاقة التالية :

$$z=\frac{\left(\hat{p}_1-\hat{p}_2\right)-\left(p_1-p_2\right)}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1}+\frac{p_2q_2}{n_2}}}$$

مثال08:

إذا كانت نسبة النجاح في مقياس الإحصاء في كلية العلوم الإقتصادية في الجامعة (A) تساوي 9.0 و كانت نسبة النجاح في نفس المقياس في نفس الكلية في الجامعة (B) تساوي 8.0 ، سحبت عينة عشوائية حجميا 140 طالب من الجامعة (A)و عينة ثانية عشوائية من الجامعة (B) .

المطلوب:

أوجد إحتمال أن تزيد نسبة النجاح في الجامعة (A) عن نسبة النجاح في الجامعة (B) بمقدار 0.15 على الأقل.

الحل:

البحث عن احتمال ان تزيد نسبة النجاح في الجامعة (A) عن نسبة النجاح في الجامعة (B) بمقدار 0.15:

$$p(\hat{p}_1-\hat{p}_2\geq 0.15)=p(z\geq\frac{0.15-\left(0.9-0.8\right)}{\sqrt{\frac{0.9\times0.1}{140}+\frac{0.8\times0.2}{80}}}=p(z\geq 0.97)$$

$$=1-p(z\leq 0.97)$$
$$=1-0.83398$$
$$=0.16602$$

.رابعا : توزيع المعاينة للتباين: (Casella & Berger, 2002)

إذا كانت $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots\ldots, x_n$ قيم عينة مسحوبة من مجتمع الطبيعي $N\rightarrow\left(\mu.\sigma_1^2\right)$ وكان تباين المجتمع معلوم σ^2 ، S^2 هو تباين العينة فإن المتغير العشوائي $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ يخضع لتوزيع كاي تربيع بدرجة حرية $V=n-1$

ونكتب:

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\rightarrow \mathrm{X}_{n-1}^2$$

مثال09:

اخدت عينـة عشـوائية حجمهـا n=15 من توزيـع طبيعـي $N(\mu,49)$ وكـان $\sigma_{\bar{x}}^2$ اوجـد احتمـال التـالـي:

$p(\sigma_{\bar{x}}^2 \langle 82.9)$

الحل:

$$p(\sigma_{\bar{x}}^2 \langle 82.9) = p(\frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}^2}{\sigma^2} \langle \frac{(15-1)82.9}{49})$$
$$= p(\mathrm{X}^2 \langle 23.68) = 0.95$$

حيث X^2 يخضـع لدرجـة حريـة n-1 أي 14=1-15 مـن جـدول كـاي التربيـع نجـد أن القيمـة الأقـرب لــ 23.68 هي 3.70 و بالتالي الاحتمال المقابل لها 0.95.

توزيع المعاينة للنسبة بين تباين عينتين:

ليكن $\sigma_{\bar{x}_1}^2$ تباين عينة عشوائية حجمها n_1, من مجتمع $N \to (\mu.\sigma_1^2)$ وليكن $\sigma_{\bar{x}2}^2$ تبـاين عينـة عشـوائية حجمها n_2 من مجتمع $N \to (\mu.\sigma_2^2)$ مستقل عن الأول فإن:

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_1}^2 / \sigma_{\bar{x}2}^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} = \frac{\sigma_{\bar{x}_1}^2 \cdot \sigma_1^2}{\sigma_{\bar{x}2}^2 \cdot \sigma_2^2}$$

يخضع لتوزيع F بدرجات حرية (n-1 ,n-1).

مثال:

أخدت عينة عشوائية حجمها 11 من توزيع $N \to (\mu_1.\sigma_1^2)$ ، واخدت عينة عشوائية حجمه 16 من توزيع $N \to (\mu_2.\sigma_1^2)$ مستقل عن الأول اوجد :

$$p(\frac{\sigma_{\bar{x}_1}^2}{\sigma_{\bar{x}2}^2} \geq 3.80)$$

وذلك قبل معرفة القيمة $\frac{\sigma_{\bar{x}_1}^2}{\sigma_{\bar{x}2}^2}$ ، بما ان تباين المجتمعين متساويين فان التوزيع $\frac{\sigma_{\bar{x}_1}^2}{\sigma_{\bar{x}2}^2}$ هو توزيـع F بدرجات حرية (10, 15) نجد:

$$p(\frac{\sigma_{\bar{x}_1}^2}{\sigma_{\bar{x}2}^2} \geq 3.80) = 1 - 0.99 = 0.1$$

14. توزيع النسبة بين تبايني عينتين

عند مقارنة تباينين $\left(\sigma_1^2;\sigma_2^2\right)$ لعينة عشوائية مستقلة مأخوذة من توزيع طبيعي، فإن نسبة التباينين تتبع توزيع فيشر**(F-distribution)**
(Montgomery, 2017).

تعريف إحصائية الاختبار

إحصائية الاختبار تُحسب كالتالي: $F=\frac{S_1^2}{S_2^2}$

حيث:

S_1^2 : هو تباين العينة الأولى يفضل ات يكون الأكبر

S_2^2 :هو تباين العينة الثانية

درجات الحرية للعينة الأولى: $df_1=n_1-1$

د**رجات الحرية** للعينة الثانية:$df_2=n_2-1$

توزيع النسبة بين التباينين

إذا كانت العينتان مستقلتين ومن توزيع طبيعي، فإن الإحصائية F تتبع توزيع فيشر بدرجات حرية
(Snedecor & Cochran, 1989): (df1,df2)

$$F \sim F(df_1;df\ )$$

تمارين مقترحة حول المحور الثاني:

التمرين 01:

بإفتراض أننا نريد اختيار عينة عشوائية >ات الحجم n=20 من مجتمع احصائي ذو الحجم N=10.

المطلوب:

- ما هو عدد العينات الممكن سحبها او اختيارها من هذا المجتمع

- في حالة السحب بالإرجاع (بالإعادة)

- في حالة السحب بدون ارجاع (بدون إعادة)

- ما هو احتمال كل عينة في حالة السحب بدون إعادة
- ما هو احتمال كل وحدة من المجتمع أن تنتمي الى العينة المختارة

التمرين02:

مجتمع إحصائي يتكون من 10 عناصر، نريد اختيار أو اقتطاع عينة عشوائية بسيطة ذات حجم 03.

المطلوب:

1. كم عينة يمكن اختيارها في حالة؟:
- السحب بالإرجاع.
- السحب بدون ارجاع.
2. ما هو احتمال الموافق لكل عينة ممكنة في حالة كل سحب؟

التمرين 03:

قدم الصيغة الرياضية لكل من:

3. مختلف معالم المجتمع ومختلف احصائيات العينة
4. متوسط توزيع المعاينة للإحصائية $\bar{x}$ أي $E(\bar{x})$ او $\mu_{\bar{x}}$ في الحالتين:
- السحب بالإعادة
- السحب بدون إعادة.
- تباين توزيع المعاينة للإحصائية $\bar{x}$ أي $v(\bar{x})$ او $\sigma_{\bar{x}}^2$ في الحالتين:
- السحب بالإعادة
- السحب بدون إعادة.

الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للإحصائية $\bar{x}$ أي $\sigma_{\bar{x}}$ في الحالتين:

- السحب بالإعادة
- السحب بدون إعادة.

التمرين 04:

لنعتبر مجتمع إحصائي يتكون من 05 أفراد A ,B,C,D,E، وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الأطفال عند هؤلاء الافراد. الجدول أدناه يقدم ذلك.

الأفراد	A	B	C	D	E

عدد الأطفال X	01	02	00	03	04

في هذا المجتمع نقوم بسحب وبدون إعادة عينة ذات الحجم 03. وليكن $\bar{x}$ متوسط عدد الأطفال على مستوى العينة.

المطلوب:

1. اوجد متوسط المجتمع وماذا يمثل؟
2. اوجد تباين المجتمع؟
3. ما هو عدد العينات الممكنة؟
4. قدم توزيع المعاينة للإحصائية $\bar{x}$؟
5. اوجد متوسط توزيع المعاينة للإحصائية $\bar{x}$؟
6. اوجد التباين لتوزيع المعاينة للإحصائية $\bar{x}$ ؟

التمرين 05:

ثم اجراء دراسة إحصائية حول الدخل الشهري X لمجموعة من العمال, تم التوصل الى ان متوسط دخلهم الشهري يساوي $\mu = 24000$ بانحراف معياري يساوي $\sigma = 4200$. نقوم بسحب عينة ذات الحجم 50 عامل بغرض حساب قيمة الإحصائية $\bar{x}$.

المطلوب:

1. تم سحب عامل واحد ما هو احتمال ان دخله الشهري اقل من يساوي 35500؟
2. ما هو احتمال ان العامل المسحوب دخله الشهري أكبر من او يساوي 40000؟
3. ما هو احتمال ان العامل المسحوب دخله الشهري محصور بين 42000 و45000؟
4. احسب متوسط توزيع المعاينة للإحسائية $\bar{x}$ أي $E(\bar{x})$ او $\mu_{\bar{x}}$؟
5. احسب تباين توزيع المعاينة للإحسائية $\bar{x}$ أي $v(\bar{x})$ او $\sigma_{\bar{x}}^2$؟
6. قدم توزيع المعاينة للإحصائية $\bar{x}$؟
7. احسب احتمال ان متوسط العينة المسحوبة يقل عن او يساوي 23000؟
8. احسب احتمال ان متوسط العينة المسحوبة يزيد عن او يساوي25500؟
9. احسب احتمال أن متوسط العينة المسحوبة محصور بين 22500 و26000؟

التمرين 06:

لتكن المعطيات التالي:

- متوسط المجتمع الأول: $\mu_1 = 74400$

- الانحراف المعياري للمجتمع الأول: $\sigma_1 = 3200$
- حجم العينة المسحوبة من المجتمع الأول: $n_1 50$
- متوسط المجتمع الثاني: $\mu_2 = 72000$
- الانحراف المعياري للمجتمع الثاني: $\sigma_2 = 2400$
- حجم العينة المسحوبة من المجتمع الثاني: $n_2 = 40$

المطلوب:

1. أحسب متوسط توزيع المعاينة للفرق بين متوسطين العينتين؟
2. أحسب تباين توزيع لمعاينة للفرق بين متوسطي العينتين؟
3. أحسب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للفرق بين متوسطي العينتين؟
4. قدم توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي العينتين؟
5. أحسب $pr((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \geq 2370), pr((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \leq 2425)$ ؟
6. احسب $pr(2390 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \leq 2435)$

التمرين 07:

مجتمع احصائي يتكون من 200 تلميذ ثانوي، تبين أن 40% منهم يرغبون في متابعة دراستهم على مستوى الجامعة. تم سحب وبدون إعادة عينة من 50 تلميذ.

المطلوب:

1. ما هو عدد التلاميذ الذين يرغبون في متابعة دراستهم؟
2. ماهي نسبة التلاميذ الذين يرغبون في متابعة دراستهم؟
3. ما هو عدد التلاميذ الذين لا يرغبون في متابعة دراستهم؟
4. أوجد متوسط توزيع المعاينة لـ p؟
5. اوجد تباين توزيع المعاينة لـ p؟
6. قدم توزيع المعاينة للإحصائية p؟
7. احسب احتمال أن نسبة العينة تقل عن او تساوي 42% ؟
8. احسب احتمال أن نسبة العينة تزيد عن أو تساوي 39.5% ؟
9. احسب احتمال أن نسبة العينة محصورة بين 43% و45%؟

التمرين 08:

لتكن المعطيات التالية:

النسبة على مستوى المجتمع الأول: $\pi_1 = 0.70$.

حجم العينة المسحوبة من المجتمع الأول: $n_1 = 50$

النسبة على مستوى عينة المجتمع الثاني: $\pi_2 = 0.65$.

حجم العينة المسحوبة من المجتمع الثاني: $n_2 = 40$.

المطلوب:

1. أحسب متوسط توزيع المعاينة لنسبة العينة الأولى؟
2. أحسب تباين توزيع المعاينة لنسبة العينة الأولى؟
3. أحسب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة لنسبة العينة الأولى؟
4. قدم توزيع المعاينة لنسبة العينة الأولى؟
5. أحسب متوسط توزيع المعاينة لنسبة العينة الثانية؟
6. احسب تباين توزيع المعاينة لنسبة العينة الثانية؟
7. أحسب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة لنسبة العينة الثانية؟
8. قدم توزيع المعاينة لنسبة العينة الثانية؟
9. أحسب متوسط توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي العينتين؟
10. أحسب تباين توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي العينتين؟
11. أحسب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للفرق بين نسبتي العينتين؟
12. توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي العينتين؟
13. احسب $pr\left(\left(p_1 - p_2\right) \le 0.35\right)$ ؟
14. احسب $pr\left(\left(p_1 - p_2\right) \ge 0.40\right)$ ، $pr\left(0.12 \le \left(p_1 - p_2\right) \le 0.25\right)$

المحور الثالث:

نظرية التقدير

تمهيد

تعد نظرية التقدير أحد المفاهيم الجوهرية في الإحصاء الاستدلالي، حيث تهدف إلى استخدام بيانات العينة لاستخلاص معلومات حول معالم المجتمع الكلي. وتستخدم هذه النظرية عندما يكون من غير الممكن دراسة المجتمع بأكمله، مما يستلزم الاعتماد على عينة إحصائية واستخلاص استنتاجات دقيقة من خلال تقدير معالم هذا المجتمع، مثل الوسط الحسابي، التباين، والنسب المئوية. وتساعد نظرية التقدير في تحويل البيانات الإحصائية إلى أدوات فعالة لاتخاذ القرارات في مختلف المجالات العلمية والعملية .

تنقسم التقديرات الإحصائية إلى نوعين رئيسيين: التقدير النقطي والتقدير بفترة الثقة. يهدف التقدير النقطي إلى إعطاء قيمة واحدة تستخدم كتخمين لمعلمة المجتمع، مثل استخدام متوسط العينة لتقدير متوسط المجتمع. أما التقدير بفترة الثقة، فيُوفر مدى من القيم يُعتقد بنسبة معينة (مثل 95٪) أن المعلمة الحقيقية تقع داخله، مما يضفي مزيدًا من الدقة والموثوقية على نتائج التحليل الإحصائي .

تعتمد جودة التقدير على عدة خصائص، من أبرزها عدم التحيز، حيث يُفضل أن يكون متوسط التقديرات المحسوبة من عدة عينات مساويًا للقيمة الحقيقية لمعلم المجتمع، إضافةً إلى الكفاءة التي تعني أن التقدير المُختار يتميز بأقل تباين ممكن مقارنةً بتقديرات أخرى. كما يُعد الاتساق من الخصائص المهمة، إذ يشير إلى أن التقدير يصبح أكثر دقة مع زيادة حجم العينة، مما يجعله أكثر موثوقية عند التعامل مع عينات كبيرة .

تستخدم نظرية التقدير في تطبيقات عديدة، مثل تحليل البيانات الاقتصادية، واختبارات الأدوية الطبية، ودراسات السوق، حيث يمكن من خلالها التنبؤ بالاتجاهات المستقبلية واتخاذ قرارات مبنية على بيانات إحصائية دقيقة. وبفضل هذه النظرية، أصبح الإحصاء الاستدلالي قادرًا على تقديم حلول علمية للمشكلات الواقعية، مما يسهم في تحسين جودة البحوث العلمية والتخطيط الاستراتيجي في مختلف المجالات.

أولا :مفاهيم أساسية

تعد نظرية التقدير (Estimation Theory)من الفروع الأساسية في الإحصاء الاستدلالي، وتهدف إلى تقدير معلمات المجتمع الإحصائي باستخدام بيانات مأخوذة من عينة. وتُستخدم نظرية التقدير في مختلف المجالات مثل الاقتصاد، العلوم الاجتماعية، والهندسة، حيث تساعد في استنتاج خصائص المجتمع بناءً على المعلومات المتاحة من العينة (شحادة، 2018)

1.1 بعض خصائص المقدر

لتقدير معالم مجتمع معين، نحتاج إلى اختيار الإحصائية المناسبة من العينة لتقدير تلك المعالم. عادةً ما تكون الإحصائية المناظرة في العينة هي أفضل تقدير ممكن للمعلم المستهدف في المجتمع.
كأن نقدر متوسط المجتمع μ من خلال متوسط العينة $\mu_{\bar{x}}$ تسمى الإحسائية المستخدمة في التقدير المقدر.

1.1.1 المقدر غير المتحيز

يُقال إن المقدر يكون غير متحيز إذا كان التوقع الرياضي له يساوي قيمة معلمة المجتمع الحقيقية. بمعنى آخر، إذا كانت معلمة المجتمع هي θ، والمقدر المحسوب من العينة هو $\hat{\theta}$، فإن المقدر $\hat{\theta}$ يعد غير متحيز إذا تحقق الشرط التالي: $E\left(\hat{\theta}\right)=\theta$

كما أنه ي فضل التقدير الذي له اقل متوسط مربع خطأ.

2.1.1 خاصية عدم الاتساق:

يقال بأن $\hat{\theta}$ مقدرا متسقا لمعلمة المجتمع θ إذا كانت $\hat{\theta}$ تؤول إلى θ (أي تقترب منها) كلما زاد حجم العينة، ويكون المقدر متسقا اذا كان:

$$\begin{cases}\lim_{n\to\infty} E\left(\hat{\theta}\right)=\theta \\ \lim_{n\to\infty} V\left(\hat{\theta}\right)=0\end{cases}$$

3.1.1 خاصية الكفاءة:

قد يوجد للمعلمة الواحدة أكثر من مقدر ويمكننا المقارنة بين هذه المقدرات من خلال المقارنة بين تبايناتهم حيث نعتبر أن المقدر الأقل تباينا هو المقدر الأكثر كفاءة، فإذا كان لدينا المقدران $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ للمعلمة θ، فان المقدر $\hat{\theta}_1$ اكثر كفاءة من المقدر $\hat{\theta}_2$ اذا تحقق ما يلي:

$$e = \frac{V\left(\hat{\theta}_1\right)}{V\left(\hat{\theta}_2\right)} \langle 1$$

4.1.1 خاصية الكفاية:

يقال أن المقدر $\hat{\theta}$ مقدرا كافيا للمعلمة θ إذا كان التقدير $\hat{\theta}$ يحتوي على كل المعلومات الموجودة في العينة عن المعلمة θ وهذا يعني انه بعد معرفة $\hat{\theta}$ فان المعلومات المتبقية في العينة لا تفيد في معرفة θ.

5.1.1خاصية التقارب:يقال أن المقدر $\hat{\theta}_1$ اكثر تقاربا من $\hat{\theta}_2$ في تقديره للمعلمة θ اذا كان احتمال او درجة الثقة للأولى اكبر من الثانية أي:

$$P\left(\theta-\lambda\langle\hat{\theta}_1 \leq \theta+\lambda\right)\rangle P\left(\theta-\lambda\langle\hat{\theta}_2 \leq \theta+\lambda\right)$$

ثانيا: التقدير النقطي والتقدير بمجال:

قد نحتاج في بعض الحالات إلى تقدير قيمة معينة لمعلم المجتمع، ويُعرف هذا النوع من التقدير بالتقدير النقطي. وفي حالات أخرى، قد نسعى إلى تقدير معلم المجتمع بنطاق يشمل نقطتين تحددان مدى القيم المحتملة للمعلمة، ويُطلق على هذا النوع من التقدير التقدير بالمجال.

مثال01:

إذا قمنا بتقدير دخل الأسرة في منطقة معينة بأنه 18000 دج، فهذا يُعتبر تقديرًا نقطيًا. أما إذا افترضنا أن الدخل يساوي 18000 ± 2000 دج، أي أنه يقع في النطاق بين 16000 و20000 دج، فإن هذا يُعد تقديرًا بالمجال.

1.2.1 درجة التأكد:

لكي يكون التقدير دقيقًا وعلميًا، يجب تحديد احتمال انتماء المعلمة فعليًا إلى المجال المحدد. لذلك، يتم إرفاق هذا المجال بما يُعرف بدرجة أو مستوى الثقة، ويرمز له بالرمز p. أما الاحتمال المعاكس، الذي يمثل احتمال الخطأ، فيُرمز له بـ α ويُعرف أيضًا بـ "مستوى المعنوية.

مثال02:

دخل الأسرة في المنطقة (أ) يقع ضمن المجال [16000، 20000] بمستوى معنوية 5%، أي بمستوى ثقة 95%. وتُعرف القيمتان 16000 و20000 بحدود الثقة.

1.2 التقدير النقطي:

نعني بالتقدير النقطي لمعلمة ما مجهولة ما مجهولة لمجتمع ما، تقدير هذه المعلمة المجهولة بقيمة واحدة فقط. فقيمة متوسط العينة $\bar{X}$ تمثل تقدير نقطي لمعلمة المجتمع μ، لأن هذه القيمة لا تمثل سوى نقطة واحدة على سلم القيم الممكنة لـ $\bar{X}$. الجدول أدناه يقدم مختلف معالم المجتمع الاحصائي المراد تقديرها وكذا المقدرات النقطية الموافقة لها:

معلمة المجتمع	مقدرها النقطي	علاقة المقدر النقطي
μ	$\bar{X}$	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
π	P	$p = \frac{n_i}{N}$
σ^2	S^2	$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2$
σ	S	$S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}$

2.2 التقدير بمجال:

يشير تقدير فترة الثقة إلى تحديد مجال من القيم يُحتمل أن يحتوي على معلمة المجتمع بمستوى ثقة معين، بدلًا من تقديم قيمة واحدة فقط كما في التقدير النقطي. وتُستخدم فترات الثقة لتقديم معلومات أكثر دقة حول مقدار عدم اليقين المرتبط بالتقدير الإحصائي (إبراهيم، 2015).

1.2.2 مجال الثقة للمتوسط: يتم تقدير متوسط المجتمع μ باستخدام الإحصائية m.

تقدير μ باستخدام التوزيع الطبيعي

نستخدم التوزيع الطبيعي لتحديد حدود الثقة عندما يكون المجتمع الذي سحبت منه العينة يتبع التوزيع الطبيعي. في حال كانت العينة كبيرة أي $(n \geq 30)$، يمكن الاستفادة من نظرية النهاية المركزية التي تنص على أن المتوسط m يتبع التوزيع الطبيعي. تُكتب حدود الثقة كما يلي:

$$m \pm z_c \frac{S'}{\sqrt{\ }} \quad \text{أو} \quad m \pm z \cdot \frac{S}{\ }$$

وفي حالة σ مجهول:

$$m \pm z_c \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

نستخدم هذه الصيغة فقط إذا كان المجتمع محدود الحجم N والعينة تمثل جزءًا صغيرًا من المجتمع، حيث تصبح الصيغة كما يلي:

$$m \pm z_c . \frac{\sigma}{\sqrt{n}} . \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

إلا أنه غالباً ما يكون الانحراف المعياري للمجتمع σ غير معروف، ولذلك يتم تعويض σ في الصيغ السابقة بالمقدار S أو 'S.

مثال03:

تقدير μ باستخدام التوزيع T :

في حالة العينة الصغيرة $(n \geq 30)$ و σ غير معروف، نستخدم توزيع ستيودنت لتحديد حدود الثقة للمتوسط μ على سبيل المثال، القيم $-t_{0.975};t_{0.975}$ تمثل 95% من المساحة تحت المنحنى، ونقول أن القيم $-t_{0.975};t_{0.975}$ هي القيم الحرجة أو معاملات الثقة عند مستوى ثقة 95%، وتكتب كما يلي:

$$-t_{0.975} < \frac{m-\mu}{\hat{S}/\sqrt{n}} < t_{0.975}$$

ومنه نستخلص مجال الثقة ل μ كما يلي:

$$m - t_{0.975} \cdot \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}} < \mu < m + t_{0.975} \cdot \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}$$

مثال04:

1.1.2.2. مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعيين:

نهدف من خلال هذا الاختبار إلى تحديد ما إذا كان الفارق بين المتوسطين ناتجًا عن الصدفة (فارق صغير) أو يعكس اختلافًا جوهريًا (فارق كبير). على سبيل المثال: إذا قمنا بسحب عينة من الرجال العاملين في إنتاج مادة ما وكان متوسط الإنتاج 50، وسحبنا عينة من النساء للقيام بنفس العمل فوجدنا أن متوسط الإنتاج 63. هنا، نتساءل: هل هذا الفارق يعود إلى الصدفة، أم أنه فارق حقيقي يعكس اختلافًا في الأداء بين الجنسين؟

توجد عدة حالات لتقدير الفارق بين المتوسطين، بناءً على طبيعة البيانات والعينات.

1.1.1.2.2 في حالة المجتمعين طبيعيين وذو تباينين معلومين:

إذا كان لدينا مجتمع حجمه N_1 يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ_1 وتباين σ_1^2 ، نكتب اختصارًا $x_1 \to N\left(\mu_1, \sigma_1^2\right)$ ، وسحبنا منه عينة عشوائية بحجم n_1 يكون متوسطها $\overline{X}_1$. وإذا كان لدينا مجتمع آخر

بحجم N_2 يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ_2 وتباين σ_2^2، و نكتب اختصـارًا $x_2 \to N\left(\mu_2, \sigma_2^2\right)$، وسحبنا منه عينة عشوائية بحجم n_2 يكون متوسطها $\bar{X}_2$، فإن $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$

والانحراف المعياري يُحسب باستخدام القانون التالي الذي يُمثل الخطأ المعياري للفارق بين متوسطين لعينيتي مستقلتين: $\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}$

يُكتب مجال الثقة للفارق بين متوسطي المجتمعين $\left(\mu_1 - \mu_2\right)$ على النحو التالي:

$$\left[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \le \mu_1 - \mu_2 \le (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right]$$

مثال05:

لتقدير الفرق بين متوسط كميات النيكوتين في نوعين من السجائر، تم أخذ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي بحجم 100، وكان متوسط العينة 0.8، مع تباين للمجتمع قدره0.36. كما تم أخذ عينة عشوائية أخرى من مجتمع طبيعي مختلف بحجم 100، وكان متوسطها 1 ، مع تباين للمجتمع قدره 0.64.

المطلوب:

تقدير الفرق بين متوسط كميات النيكوتين في النوعين عند مستوى ثقة 95%.

الحل: $n_1 = 100;\ \bar{x}_1 = 0.8;\ \sigma_1^2 = 0.36;\ n_2 = 100;\ \bar{x}_2 = 1; \sigma_2^2 0.64$

بما أن حجم العينتين كبير فان تقدير يتع التوزيع الطبيعي.

عند مستوى ثقة: $1-\sigma = 95\% = 0.95$

مستوى المعنوية: $\sigma = 5\% = 0.05$

معامل الثقة: $z_{\frac{\alpha}{2}=1.96}$

مجال التقدير:

$$P\left[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \le \mu_1 - \mu_2 \le (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right] = 1-\alpha$$

$$P\left[(0.8-1) - 1.96\sqrt{\frac{0.36}{100} + \frac{0.64}{100}} \le \mu_1 - \mu_2 \le (0.8-1) + 1.96\sqrt{\frac{0.36}{100} + \frac{0.64}{100}}\right] = 0.95$$

$$P\left[(-0.2) - 0.196 \le \mu_1 - \mu_2 \le (-0.2) + 0.196\right] = 0.95$$

$$P\left[-0.396 \le \mu_1 - \mu_2 \le -0.004\right] = 0.95$$

ومنه مجال الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين محصور بين -0.396 و -.0.004 بمستوى ثقة 95%

2.1.1.2.2في حالة المجتمعين طبيعيين وذو تباينين مجهولين والعينتان صغيرتا الحجم: نميز حالتين :

3.2.3.2.2 تبايني المجتمعين مجهولين لكنهما متساويين:

إذا كانت $(x_1, x_{,}.......x_{n_1})$ عينة عشوائية مأخوذة من مجتمع يتبع توزيعًا طبيعيًا بمتوسط μ_1 و $(x_1, x_{,}.......x_{n_2})$عينة عشوائية مستقلة عن الأولى مأخوذة من مجتمع آخر يتبع توزيعًا طبيعيًا بمتوسط μ_2 وإذا رمزنا إلى متوسطي العينتين بـ $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ على التوالي، مع كون أحجام العينتين صغيرة وتبايني المجتمعين مجهولين ولكن متساويين، فإن فترة الثقة $\%(1-\alpha)$ للفارق بين متوسطي المجتمعين تُعطى بالعلاقة التالية:

$$[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{(\alpha/2,\, v)} S_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)} \le \mu_1 \text{-} \mu_2 \le (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{(\alpha/2,\, v)} S_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}]$$

حيث: $V = n_1 + n_2 - 2$ و $S_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

مثال06:

تم أخذ عينة عشوائية بحجم 9 من مجتمع طبيعي، وكان متوسطها 47 وانحرافها المعياري 5. كما تم أخذ عينة ثانية بحجم 10 من مجتمع طبيعي آخر مستقل عن الأول، وكان متوسطها 32 وانحرافها المعياري 3. مع العلم أن تباين المجتمع الأول يساوي تباين المجتمع الثاني، ولكن كلاهما مجهول.

المطلوب: تقدير الفرق بين متوسطي المجتمعين عند مستوى ثقة 95%.

الحل:

بما أن المجتمعين يتبعان توزيعًا طبيعيًا، والتباينين مجهولين ولكن متساويين، وحجم العينتين صغير، فإن تقدير الفرق بين المتوسطين يتبع توزيع ستيودنت t.

عند مستوى ثقة: $1-\sigma = 95\% = 0.95$

مستوى المعنوية: $\sigma = 5\% = 0.05$

معامل الثقة: $t_{(\sigma/2, v)} = t_{(\sigma/2, 17)} = 2.110$

$$P[(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-t_{(\alpha/2,\,v)}S_p\sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}\le \mu_1-\mu_2\le(\bar{x}_1-\bar{x}_2)+t_{(\alpha/2,\,v)}S_p\sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}]=1-\alpha$$

نقوم بحساب:

$$S_p^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}=\frac{(9-1)5^2+(10-1)3^2}{9+10-2}=16.53$$

$$S_p=\sqrt{16.53}=4.06$$

$$P[(47-32)-2.110(4.06)\sqrt{\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)}\le \mu_1-\mu_2\le(47-32)+2.110(4.06)\sqrt{\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)}]=0.95$$

$$P[15-3.93\le \mu_1-\mu_2\le 15+3.93)=0.95$$

$$P[11.07\le \mu_1-\mu_2\le 18.93)=0.95$$

مجال الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين $(\mu_1-\mu_2)$ محصور بين 11.07 و18.93 بمستوى ثقة 95%.

2.2.2.3.2.2 تبايني المجتمعين مجهولين لكنهما غير متساويين:

إذا كانت $(x_1,x_{,}.......x_{n_1})$ عينة عشوائية مأخوذة من مجتمع يتبع توزيعًا طبيعيًا بمتوسط μ_1 و $(x_1,x_{,}.......x_{n_2})$ عينة عشوائية مستقلة عن الأولى مأخوذة من مجتمع آخر يتبع توزيعًا طبيعيًا بمتوسط μ_2 وإذا رمزنا إلى متوسطي العينتين بـ $\bar{x}_1,\bar{x}_2$ على التوالي، مع كون أحجام العينتين صغيرة وتبايني المجتمعين مجهولين ولكن غير متساويين، فإن فترة الثقة $(1-\alpha)\%$ للفارق بين متوسطي المجتمعين تُعطى بالعلاقة التالية:

$$[(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-t_{(\alpha/2,\,v)}\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)}\le \mu_1-\mu_2\le(\bar{x}_1-\bar{x}_2)+t_{(\alpha/2,\,v)}\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)}]$$

حيث أن درجة الحرية في هذه الحالة لها الصيغة المركبة التالية:

$$V=\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

مثال07:

تم قياس كمية مركب معين في مجموعتين من الفواكه. تم سحب عينة من المجموعة الأولى بحجم 10، وكان متوسط كمية المركب فيها 300 ملغ، مع انحراف معياري 165 ملغ. كما تم سحب عينة ثانية بحجم 20، وكان متوسط كمية المركب فيها 220 ملغ، مع انحراف معياري 100 ملغ .

المطلوب: تحديد مجال الثقة للفارق بين متوسطي كمية المركب في المجموعتين عند مستوى ثقة 95%.

الحل:

بما أن المجتمعين يتبعان توزيعًا طبيعيًا والتباينين مجهولين ولكن متساويين، وحجم العينتين صغير، فإن التقدير للفارق بين المتوسطين يتبع توزيع ستيودنت (t)

عند مستوى ثقة: $1-\sigma = 95\% = 0.95$

مستوى المعنوية: $\sigma = 5\% = 0.05$

مجال الثقة في هذه الحالة يُعطى بالعلاقة التالية:

$$P[(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-t_{(\alpha/2,\,v)}\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)} \le \mu_1-\mu_2 \le (\bar{x}_1-\bar{x}_2)+t_{(\alpha/2,\,v)}\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)}] = 1-\alpha$$

نقوم بحساب درجة الحرية المركبة من العلاقة التالية:

$$V=\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}=\frac{\left(\frac{165^2}{10}+\frac{100^2}{20}\right)^2}{\frac{\left(\frac{165}{10}\right)^2}{10-1}+\frac{\left(\frac{100^2}{20}\right)^2}{20-1}}=12$$

من جدول توزيع ستودنت معامل الثقة: $t_{(\sigma/2,v)} = t_{(\sigma/2,12)} = 2.179$

$$P[(300-220)-2.179\sqrt{\left(\frac{165^2}{10}+\frac{100^2}{20}\right)} \le \mu_1-\mu_2 \le (300-220)-2.179\sqrt{\left(\frac{165^2}{10}+\frac{100^2}{20}\right)}] = 0.95$$

$$P[80-123.69 \le \mu_1-\mu_2 \le 80+123.69] = 0.95$$

$$P[-43.69 \le \mu_1-\mu_2 \le 203.69] = 0.95$$

مجال الثقة للفرق بين متوسطي كمية المركب في المجموعتين يتراوح بين -43.69 و203.69 بمستوى ثقة95 %

3.2 مجال الثقة للنسبة:

تُعتبر عملية تقدير النسب في المجتمع واحدة من الأدوات المهمة لقياس الظواهر السياسية، خصوصًا تلك التي تتسم بالطابع الوصفي، مثل قياس اتجاهات الرأي العام، أو تحديد نسبة ضحايا الحروب، أو تقييم مدى التزام الدول بتعهداتها في المنظمات الدولية أو الإقليمية. كما تُعد هذه العملية ضرورية لقياس الظواهر الاقتصادية، خاصة في الجوانب التحليلية مثل تحليل معدلات النمو الاقتصادي أو تقدير نسب المواليد والفقر .

ونظرًا للصعوبة التي تواجه الباحثين في حساب هذه النسب مباشرة من المجتمع بأكمله، يتم عادةً اللجوء إلى أخذ عينة عشوائية ممثلة لهذا المجتمع. فعلى سبيل المثال، إذا افترضنا أن نسبة المؤيدين لسياسة اقتصادية معينة تتبعها دولة ما تُرمز لها بـπ ، وأن العينة العشوائية قد جُمعت بدرجة كافية من التمثيل، وأن نسبة المؤيدين لهذه السياسة داخل العينة تُرمز لها بـ p ، فإن خطوات تقدير النسبة في المجتمع تكون كما يلي :

$$\Pr(p - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \le \pi \le p + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}) = 1-\alpha$$

مثال:

أخذت عينة من مصنع لإنتاج قطع غيار السيارات، اختبر من إنتاجية عينة حجمها 500 قطعة، وجد من بينها 100 قطعة غير صالحة، قدر بدرجة ثقة 95% نسبة القطع غير الصالحة في إنتاج المصنع كله؟

الحل:

$$p = \frac{100}{500} = 0.2$$

$$\Pr(p - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \le \pi \le p + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}) = 1-\alpha$$

$$\Pr(0.2 - 1.96\sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{500}} \le \pi \le 0.2 + 1.96\sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{500}}) = 0.95$$

$$\Pr(0.2 - 0.04 \le \pi \le 0.2 + 0.04) = 0.95$$

$$\Pr(0.16 \le \pi \le 0.24) = 0.95$$

أي أن نسبة قطع غيار غير صالحة في إنتاج المصنع كله تتراوح بين 16 % و24% وذلك بمستوى ثقة 95%.

1.3.2 أيجاد حجم العينة المناسب لتقدير النسبة في المجتمع: يمكن تحديد حج العينة اللازمة للحصول على درجة ثقة معينة عند تقدير النسبة في المجتمع، بافتراض أن أقصى خطأ مسموح به في التقدير هو e حيث يحسب حجم العينة من العلاقة التالية:

$$n \ge \frac{z_{tab}}{e^2} p(1-p)$$

مثال08:

تدعي إحدى مراكز استطلاعات الرأي أن نسبة المؤيدين لمترشح معين هي 60%، فما هو حجم العينة المناسب للحكم على صحة ادعاء المركز، بحيث الدقة لا تسمح بتجاوز نسبة خطأ 2% وذلك عند مستوى ثقة 95%.

الحل:

بما أن مستوى الثقة 95% فإن: $Z = 1.96$ ، وبافتراض أن نسبة المؤيدين للمترشح $p = 0.6$

ولدينا: $e = 0.02$ أقصى خطأ مسموح به.

ومنه حجم العينة المناسب هو: $n \geq \frac{Z_{tab}}{e^2} p(1-p)$

$$n \geq \frac{1.96}{0.02^2} 0.6(1-0.6)$$
$$\Rightarrow n \geq 1176 \Leftrightarrow n = 1176$$

2.3.2 مجال الثقة للفرق بين نسبتي مجتمعين: حدود مجال الثقة للفرق بين نسبتي مجتمعين تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$(p_1 - p_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

ويكون مجال التقدير على النحو التالي:

$$\Pr\left[(p_1 - p_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \leq \pi_1 - \pi_2 \leq (p_1 - p_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}\right] = 1-\alpha$$

مثال09:

عينة مكونة من 200 رجل، وعينة أخرى مكونة من 300 سيدة شاهدو برنامج تلفزيوني، فتبين أن 140 من الرجال و180 من النساء يفضلون البرنامج، قدر عند مستوى ثقة 95% الفرق بين نسبة الرجال ونسبة السيدات الذين شاهدوا البرنامج ويفضلونه.

الحل:

نسبة الرجال الذين يفضلون البرنامج هي: $p_1 = \frac{140}{200} = 0.7$

نسبة النساء الذين يفضلن البرنامج هي: $p_2 = \frac{180}{300} = 0.6$

عند مستوى الثقة: $1-\alpha = 95\%$

معامل الثقة: $Z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$

مجال الثقة:

$$\Pr\left[(p_1-p_2)-Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}\le \pi_1-\pi_2\le (p_1-p_2)+Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}\right]=1-\alpha$$

$$\Pr\left[(0.7-0.6)-1.96\sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{200}+\frac{0.6(1-0.6)}{300}}\le \pi_1-\pi_2\le (0.7-0.6)+1.96\sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{200}+\frac{0.6(1-0.6)}{300}}\right]=0.95$$

$$\Pr\left[0.1-0.08\le \pi_1-\pi_2\le 0.1+0.08\right]=0.95$$

$$\Pr\left[0.02\le \pi_1-\pi_2\le 0.18\right]=0.95$$

الفرق بين نسبة الرجال ونسبة السيدات الذين شاهدوا البرنامج ويفضلونه محصور بين 2% و18% بمستوى ثقة 95%.

4.2 مجال الثقة لتباين المجتمع σ^2: في كثير من المسائل يكون تباين المجتمع σ^2 غير معروف لذلك يتم تقديره بمقدره النقطي الغير متحيز الممثل في التباين على مستوى العينة $\hat{\sigma}^2$ والذي يعطي وفقا للعلاقة:

$$\hat{\sigma}^2=\left(\frac{n}{n-1}\right)S^2=\left(\frac{n}{n-1}\right)\times\frac{\sum\left(x_i-\bar{x}\right)}{n}=\frac{\sum\left(x_i-\bar{x}\right)}{n-1}$$

مثلما ثم استخدام التقدير المجالي بغرض تقدير معلمتي المجتمع الممثلين فيكل من المتوسط μ والنسبة π سوف يتم التطرق من خلال هذه الفقرة الى كيفية تشكيل مجال الثقة لمعلمة المجتمع الممثلة في التباين σ^2 .

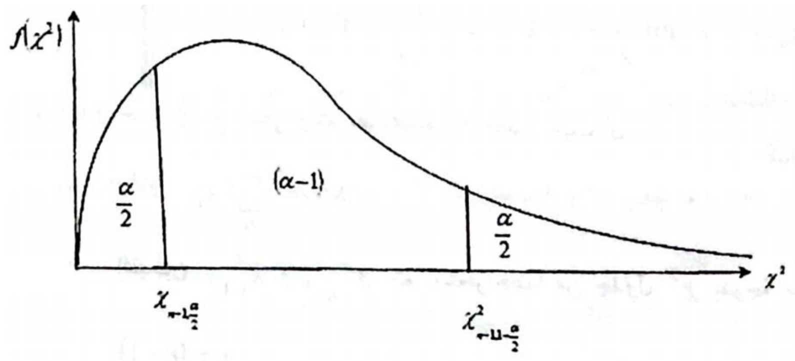
لتكن $x_1,x_2,x_2,....x_i,......x_n$ متغيرة عشوائية مستقلة فيما بينها وكل منها يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\bar{x}$ وتباين σ^2 أي $X_i\to N(\bar{x},\sigma)$ فان:

$$\frac{nS^2}{\sigma^2}\to\chi^2_{v=n-1}$$

حيث أن مقدر S^2 متحيز لـ σ^2 لذلك يتم استبداله بالمقدر $\hat{\sigma}^2$ حيث أن $\hat{\sigma}^2=\left(\frac{n}{n-1}\right)S^2$ ومنه $(n-1)\hat{\sigma}^2=nS^2$. التعويض أعلاه تحصل على:

$$\frac{nS^2}{\sigma^2}=\frac{(n-1)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}\to\chi^2_{v=n-1}$$

بغرض تقدير تباين المجتمع σ^2 باستخدام التقدير المجالي نقوم بسحب بالإعادة عينـة ذات الحجم n حيث نقـوم بحسـاب التبـاين S^2 او $\hat{\sigma}^2$. اذا كـان $(n-1)$ هـو مسـتوى الثقـة، فـان مقـدار الخطـأ α يجـزا الـى منطقتين كا منهم تساوي $\frac{\alpha}{2}$ كما هو موضح:



منحنــى المتغيــرة $\chi^2_{v=n-1}=\frac{n}{\sigma^2}S^2=\frac{1}{\sigma^2}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2$ التــي تتبــع التوزيــع الطبيعــي كــاي مربــع بـــ $v=(n-1)$ درجة حرية يقدمه الشكل أعلاه، وعليه يمكن كتابة ما يلي:

$$\Pr\left(\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}} \le \chi^2_{n-1} \le \chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\right)=(1-\alpha)$$

نشير الـى ان القيمـة $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}$ تمثـل قيمـة المتغيـرة χ^2_{n-1} التـي مـن اجلهـا المسـتحة الواقعـة تحـت المنحنـى وعلـى يسار هذه القيمة تساوي $\frac{\alpha}{2}$، بمعنى أن $\Pr(\chi^2_{n-1} \le \chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}})=\frac{\alpha}{2}$

بالمقابل $\Pr(\chi^2_{n-1} \ge \chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}})=1-\frac{\alpha}{2}$ و $\Pr(\chi^2_{n-1} \ge \chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}})=\frac{\alpha}{2}$ بالمقابل $\Pr(\chi^2_{n-1} \le \chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}})=1-\frac{\alpha}{2}$.

نعلم ان $\chi^2_{v=n-1}=\frac{n}{\sigma^2}S^2=\frac{1}{\sigma^2}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2$

وبالتعويض نحصل على ما يلي: $\frac{nS^2}{\sigma^2}=\frac{(n-1)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}\to\chi^2_{v=n-1}$

$$\Pr(\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}} \le \frac{nS^2}{\sigma^2} \le \chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}})=(1-\alpha)$$

وعليه فان مجال الثقة لمعلمة المجتمع المجهولة σ^2 يعطى وفقا للصيغة ادناه:

$$\Pr\left(\frac{nS^2}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}} \le \sigma^2 \le \frac{nS^2}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\right) = (1-\alpha)$$

وهذا في حالة المجتمع طبيعي ومتوسط المجتمع μ معلوم حيث أن:

ت $S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$

تالقيمتين $\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$ و $\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}$ يتم استخراجهما من جدول χ^2 بدرجة حرية $v = (n-1)$

مما سبق لدينا $\frac{nS^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$ وعليه فان $S^2 = \left(\frac{n-1}{n}\right)\hat{\sigma}^2$ وبالتعويض نحصل:

$$\Pr\left(\frac{nS^2}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}} \le \sigma^2 \le \frac{nS^2}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\right) = (1-\alpha)$$

$$\Pr\left(\frac{(n-1)}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}\hat{\sigma}^2 \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\hat{\sigma}^2\right) = (1-\alpha)$$

صيغة مجال الثقة تعني انه تبعا للقيم المختلفة للإحصائية S^2 ، فانه لدينا ما نسبته$(1-\alpha)$ من المجالات من الشكل $\left[\frac{(n-1)}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}};\frac{(n-1)}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\right]$ ومن الشكل $\left[\frac{(n-1)}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}\hat{\sigma}^2;\frac{(n-1)}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\right]$ التي تتضمن القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع σ^2.

مثال10:

ترغب مؤسسة لانتاج الإطارات المطاطية للعجلات في تقدير تباين مدة صلاحية هذه الإطارات لذلك قامت المؤسسة باخد عينة ذات الحجم 25 من هذه الإطارات حيث تم التوصل الى ان التباين على مستوى هذه العينة يساوي62. بافتراض ان مدة صلاحية هذه الإطارات تتبع التوزيع الطبيعي.

المطلوب:

تقدير تباين المجتمع σ^2 باستخدام التقدير المجالي عند مستوى ثقة 95%؟

الحل:

تبعا لجدول وعند درجة حرية $24 = (1-25) = (n-1)$

فان:

$$\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{25-1,\frac{0.05}{2}} = \chi^2_{24,0.025} = 12.40$$

$$\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{25-1,1-\frac{0.05}{2}} = \chi^2_{24,0.975} = 39.36$$

5.2 مجال الثقة لنسبة تباينين لمجتمعين مختلفين:

يُستخدم تقدير مجال الثقة لنسبة تباينين عند المقارنة بين تبايني عينتين مستقلتين مأخوذتين من مجتمعين مختلفين. وهو من الأساليب الإحصائية المهمة لتحديد مدى اختلاف التباين بين مجموعتين عند مستوى ثقة معين، استنادًا إلى توزيع فيشر (فياض، 2017).

1.5.2 مفهوم تقدير مجال الثقة لنسبة تباينين

عند مقارنة تباين مجتمعين مختلفين، يتم استخدام نسبة التباينين $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ كمؤشر على مدى اختلاف تشتت القيم في كل مجتمع. ونظرًا لأن التباينات ليست كميات ثابتة وإنما مستنتجة من العينات، فإننا نستخدم مجال الثقة لتقدير هذه النسبة بدقة مع مستوى ثقة معين$(1-\alpha)$

2.5.2 صيغة حساب مجال الثقة لنسبة تباينين

يفترض أن العينتين مستقلتان وأن البيانات موزعة طبيعيًا. يتم حساب فترة الثقة للنسبة بين تباينين σ_1^2 و σ_2^2باستخدام إحصاء **F- فيشر**:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

حيث: S_1^2 و S_2^2 هما تباينا العينتين و **F** هو حصاء اختبار فيشر

حدود فترة الثقة لنسبة التباينين: $p(\frac{S_1^2}{S_2^2}.\frac{1}{F_{n_1-1;n_2-1,\frac{\sigma}{2}}} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{n_1-1;n_2-1,1-\frac{\sigma}{2}}})$

حيث:

- S_1^2 و S_2^2 هما تباينا العينتين الأولى والثانية على التوالي
- n1 وn2 حجم العينتين.
- $F_{n_1-1;n_2-1,\frac{\sigma}{2}}$ هي القيمة الحرجة لتوزيع **F- فيشر** بدرجات الحرية $v_1;v_2$

تمـارين مقترحـة حـول المحـور الثـاني

التمرين 01:

مجتمع طبيعي تباينه مقدر بـ 65، إذا سحبنا مع الإرجاع عينة حجمها 63،

فالمطلوب حساب الإحتمال التالي:

$$p\left(\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2 \geq 31.35\right)$$

التمرين02:

بغرض إيجاد حل مستعجل لظاهرة رمي الخبز في المجتمع الجزائري تكفلت وزارة التجارة بدراسة الموضوع من كل جوانبه، حيث قامت في احدى الخطوات باستقااء آراء عينة من العائلات حجمها 33.6 عائلة فتبين أن عدد العائلات في العينة التي توافق على رفع سعر الخبز كحل لا مفر منه لهذه الظاهرة هو 30 عائلة .

والمطلوب:

01-متى نعتبر نسبة العينة f مقدرا متماسكا؟

02-قدر بمجال نسبة العائلات التي توافق على رفع سعر الخبز كحل لهذه الظاهرة في المجتمع الجزائري بإحتمال خطأ 6% واشرح النتيجة.

3-بفرض أن $p=36\%$، و $n=140$، أحسب احتمال أن لا تتجاوز نسبة العائلات التي توافق على رفع سعر الخبز في هذه العينة ثلثي نسبة هذه العائلات في المجتمع.

التمرين 03:

بغرض تقدير نسبة المؤسسات الاستشفائية العمومية EPH التي تقوم برسكلة نفاياتها الطبية كما يجب في الجزائر، أجريت دراسة إحائية على عينة حجمها 253 مؤسسة إستشفائية، تبين من خلال هذه الدراسة أن 653 مؤسسة من هذه العينة لا تقوم برسكلة نفاياتها على الإطلاق .**والمطلوب:**

1-قدر بمجال نسبة المؤسسات الإستشفائية التي لا تقوم برسكلة نفاياتها في الجزائر بإحتمال خطأ قدره 5 %، واشرح النتيجة.

2-إذا علمت أن نسبة المؤسسات الإستشفائية التي تقوم برسكلة نفاياتها الطبية في الجزائر هي.% وتم سحب عينة عشوائية من 653 مؤسسة إستشفائية. أحسب احتمال أن تكون نسبة المؤسسات الاستشفائية التي تقوم برسكلة نفاياتها في هذه العينة محاورة بين 0% و0%.

3- بفرض أنه تم سحب عينتين من المؤسسات الإستشفائية الأولى من الجزائر والأخرى من تونس الشقيقة بغرض المقارنة بين نسبة المؤسسات المتبنية لنظام رسكلة النفايات الطبية فتم الحاول على البيانات التالية:

n_1	n_2	p_1	p_2	f_1	f_2
140	**155**	**15%**	**7.5%**	**6%**	**12%**

والمطلوب: ماهو القانون الإحتمالي للفرق بين نسبتي هاتين العينتين وحدد عالمه؟ **التمرين 04:**

ليكن لدينا أوزان السدادات المجمعة في إحدى حملات مساعدة أطفال القمر بولاية ميلة لعينة من 0 بلديات كما هو مبين في الجدول التالي:

البلدية	أ	ب	ج	د	ه	و	ز	ح
الـــــوزن بالكلغ	**5.5**	**6.4**	**5.2**	**6.8**	**5.0**	**5.8**	**6.1**	**5.3**

والمطلوب:

1-قدر بمجال متوسط وزن السدادات المجمعة في البلدية الواحدة بولاية ميلة ككل بدرجة مخاطرة قدرها 5% مع الشرح.

2-حدد مجال الثقة لتباين أوزان السدادات ببلديات ولاية ميلة بدرجة ثقة قدرها 3.%، ثم استنتج مجال الثقة للإنحراف المعياري بنفس درجة الثقة ومع شرح النتائج.

3-بفرض أن هذه الحملة شملت ولاية سطيف أيضا وكان حجم العينة المأخوذة من الولايتين هو 05 بلدية وكان الانحراف المعياري لوزن السدادات المجمعة في كامل بلديات ولايتي ميلة وسطيف هو 0.5 كلغ **،والمطلوب:**

تحديد مقدار الخطأ المحتمل ارتكابه في تقدير متوسط وزن السدادات المجمعة في هذه البلديات ككل وهذا بمستوى معنوية 63%.

1-لو أردنا تحسين دقة النتائج في تقدير متوسط أوزان السدادات المجمعة في ولايتي سطيف وميلة بنسبة 30% حدد حجم العينة المطلوب لذلك وهذا بمستوى دلالة 6%.

التمرين 5:

يقوم مانع لإنتاج أجهزة الكمبيوتر بمراقبة دورية لتحديد نسبة الإنتاج المعيب ولهذا الغرض تم سحب عينة مكونة من 633 جهاز من انتاج هذا المانع فتبين وجود 0 أجهزة معيبة. **والمطلوب:**

1-ماهو مقدار الخطأ المحتمل ارتكابه في تقدير نسبة الانتاج المعيب في المانع عند مستوى دلالة 5%.

2-أحسب حجم العينة اللازم حتى لا يتجاوز خطأ المعاينة في تقدير نسبة الانتاج المعيب في المانع 36.3 وذلك عند مستوى معنوية 5%.

3- للمقارنة بين نسبة الانتاج المعيب في مانعين لانتاج أجهزة الكمبيوتر تم سحب عينتين عشوائيتين من المانعين فكانت العينة الأولى بحجم 3. جهاز سحبت من المانع الأول الذي تبلغ نسبة الإنتاج المعيب به 0% بينما سحبت العينة الثانية بحجم 15 جهاز من المانع الثاني الذي تبلغ نسبة الانتاج المعيب به 3%.

والمطلوب: ما احتمال أن لا تزيد نسبة الإنتاج المعيب في العينة الأولى عن نسبة الانتاج المعيب في العينة الثانية بمقدار 36.3.

حل التمارين المقترحة حول المحور الثالث

حل التمرين 01:

لدينا: $\sigma = 15$; $2n = 10$ حساب الإحتمال التالي:

$$p\left(\sum_{i=1}(x_i - \bar{x})^2 \geq 31.35\right) = ?$$

بقسمة الطرفين على حجم العينة n نجد :

$$p\left(\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2 \geq 31.35\right) = p\left(\frac{\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2}{n} \geq \frac{31.35}{10}\right) = \boldsymbol{p(s^2 \geq 3.135)}$$

ونعلم مما سبق أنه إد=ذا تم سحب عينات من مجتمع طبيعي حجمها n عنار فإن:

وعليه يابح الإحتمال المطلوب كالتالي: $\boldsymbol{\frac{n.s^2}{\sigma^2} \to K_{n-1}^2}$

$$\boldsymbol{p(s^2 \geq 3.135)} = p\left(\frac{n.s^2}{\sigma^2} \geq \frac{10.3,135}{15}\right) = p(k_{n-1}^2 \geq 2,09) = p(k_9^2 \geq 2,09)$$
$$= 1 - p(k_9^2 < 2,09)$$

من جدول توزيع كاي تربيع نجد عد درجة حرية . و قيمة جدولية 3.2. نجد:

$$> \quad 2,09) \quad = \quad 0.01$$

$p(k_9^2$ وبذلك يكون:

$$p\left(\sum(x_i - \bar{x})^2 \geq 31.35\right) = 1 - p(k_9^2 < 2,09) = 1 - 0.01 = \mathbf{0.99}$$

i=1

حل التمرين 02:

0. نعتبر أن نسبة العينة f مقدرا متماسكا إذا كان:

$$\begin{cases} v(f) \to 0 \\ n \to \infty(N) \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} f \to p \\ n \to \infty(N) \end{cases}$$

1. تقدير بمجال لنسبة العائلات التي توافق على رفع سعر الخبز كحل لظاهرة رمي الخبز في المجتمع الجزائري بإحتمال خطأ قدره 6% مع الشرح:

$n \geq 30$ ومنه:

لدينا:

$$IC(p)_{99\%} = \left[f - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{v(f)}; f + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{v(f)}\right]$$

حيث:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{1-\frac{0,01}{2}} = Z_{0,995} = \mathbf{2,58} \quad ; \quad f = \frac{34}{1700} = \mathbf{0.02}$$

$$\sqrt{v(f)} = \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = \sqrt{\frac{0.02(0,98)}{1700}} = \mathbf{0.0033}$$

ومنه:

$IC(p)_{99\%}$ = [0,02 − 2,58 . 0,0033; 0,02 + 2,58 . 0,0033]

= [0,0114;0,0285]

= [1,14%; 2,85%]

الشرح: بثقة قدرها 99% يمكن القول أن نسبة العائلات التي توافق على رفع سعر الخبز كحل لظاهرة رمي الخبز تتراوح مابين 1,14% و2,85%.

3. حساب احتمال أن لا تتجاوز نسبة العائلات التي توافق على رفع سعر الخبز ثلثي نسبة هذه العائلات في المجتمع في عينة قدرها 603 عائلة في حال كانت $p = 36\%$:

$$p\left(f \leq \frac{2}{3}.36\%\right) = p(f \leq 0,24) = p\left(\frac{f - E(f)}{\sqrt{v(f)}} \leq \frac{0,24 - 0,36}{\sqrt{\frac{0,36.0,64}{140}}}\right)$$

$$= p(z \leq -2,96) = F(-2,96) = 1 - F(2,96) = 1 - 0,9985$$
$$= 0,0015$$

حل التمرين 03:

0.تقدير بمجال نسبة المؤسسات الاستشفائية التي لا تقوم برسكلة نفاياتها في الجزائر باحتمال خطأ 5%، مع الشرح:

لدينا:

$$\alpha = 5\% \Rightarrow (1-\alpha) = \mathbf{95\%} \quad ; \quad n = 250 \quad ; \quad f = \frac{150}{250} = \mathbf{0}.6$$

$$IC(p)_{95\%} = \left[f - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{v(f)}; f + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{v(f)}\right]$$

$$\sqrt{v(f)} = \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = \sqrt{\frac{0.6(0,4)}{250}} = \mathbf{0.031}$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{1-\frac{0,05}{2}} = z_{0,975} = \mathbf{1,96}$$

ومنه:

$$\begin{aligned} IC(p)_{95\%} &= [0,6 - 1,96\ .\ 0,031; 0,6 + 1,96\ .\ 0,031] \\ &= [0,5392\ ; 0,6608\ ] \\ &= [53,92\%; 66,08\%] \end{aligned}$$

الشرح: بثقة قدرها 95% يمكن القول أن نسبة المؤسسات الإستشفائية التي لا تقوم برسكلة نفاياتها في الجزائر تتراوح مابين 53,92% و66,08%.

1.حساب احتمال تكون نسبة المؤسسات الإستشفائية التي تقوم برسكلة نفاياتها في عينة من 653 مؤسسة استشفائية محاورة مابين 0% و0% أي:

$$p(0.04 \leq f \leq 0.08) = ?$$

لدينا: $n = 150 \geq 30$; $\sqrt{v(f)} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$; $E(f) = p = 0.07$

ومنه:

$$p(0.04 \leq f \leq 0.08) = p\left(\frac{0,04-0,07}{\sqrt{\frac{0,07.0,93}{150}}} \leq \frac{f-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \leq \frac{0,08-0,07}{\sqrt{\frac{0,07.0,93}{150}}}\right)$$

$$\begin{aligned} &= p(-1,5 \leq z \leq 0.50) = F(0,50) - F(-1,5) = F(0,50) - 1 + F(1,5) \\ &= 0,6915 - 1 + 0,9332 = \mathbf{0,6247} \approx \mathbf{0,62} \end{aligned}$$

3. تحديد القانون الإحتمالي للفرق بين نسبتي العينتين ومعالمه:

بما أن: $n_1 = 140$ و $n_2 = 155$ أي أن العينتين كبيرتين ≤ 30 فإن القانون الإحتمالي للفرق بين نسبتي هاتين العينتين هو **التوزيع الطبيعي** أي:

$$(f_1 - f_2) \rightarrow N\big(E(f_1 - f_2); v(f_1 - f_2)\big)$$

معالم هذا التوزيع هي:

$$E(f_1 - f_2) = E(f_1) - E(f_2) = p_1 - p_2 = 15 - 7{,}5 = \mathbf{7,5}\%$$

و:

$$v(f_1 - f_2) = v(f_1) + v(f_2) = \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2} = \frac{0{,}15.\,0{,}85}{140} + \frac{0{,}075.0{,}925}{155}$$
$$= \mathbf{0,0013}$$

ومنه:

$$(\boldsymbol{f_1 - f_2}) \rightarrow \boldsymbol{N(7,5; 0,0013)}$$

حل التمرين 04:

.0 تقدير بمجال متوسط وزن السدادات المجمعة في البلدية الواحدة بولاية ميلة ككل بدرجة مخاطرة قدرها 5% مع الشرح:

لدينا: $n = 8 < 30$ و σ^2 مجهول وعليه يكون:

$$IC(\mu)_{95\%} = \ \bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}.\frac{s}{\sqrt{n-1}}\,; \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}.\frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{51{,}2}{8} = \mathbf{6,4}$$

$$t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} = t_{1-\frac{1-0{,}05}{2};8-1} = t_{0{,}975\,;7} = \mathbf{2,36}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{0{,}325} = \mathbf{0,57}$$

وعليه يابح لدينا:

$$\frac{s}{\sqrt{n-1}} = \frac{0{,}57}{\sqrt{8-1}} = \mathbf{0,2154}$$

$IC(\mu)_{95\%} = [6{,}4 - 2{,}36\ .0{,}2154; 6{,}4 + 2{,}36\ .0{,}2154]$

$= [\mathbf{5,8916}\ ;\ \mathbf{6,9083}]$

الشرح: بثقة قدرها 5.% يمكن القول أن متوسط وزن السدادات المجمعة في البلدية الواحدة بولاية ميلة ككل يتراوح مابين 5,8916 **و** 6,9083 كلغ .

1. تحديد مجال الثقة لتباين أوزان السدادات ببلديات ولاية ميلة بدرجة ثقة قدرها 3.%، ثم استنتج اج مجال الثقة للإنحراف المعياري بنفس درجة الثقة مع شرح النتائج:

يعطى مجال الثقة للتبـــاين بالايغـــة التالية:

$$IC(\sigma^2)_{90\%} = \left[\frac{n.s^2}{k^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}};\frac{n.s^2}{k^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}}\right]$$

$$= \left[\frac{8.(0{,}57)^2}{k^2_{1-\frac{0{,}01}{2};8-1}};\frac{8.(0{,}57)^2}{k^2_{\frac{0{,}01}{2};8-1}}\right] = \left[\frac{2{,}5992}{k^2_{0{,}95\,;7}};\frac{2{,}5992}{k^2_{0{,}05;7}}\right]$$

$$= \left[\frac{2{,}5992}{14{,}1};\frac{2{,}5992}{2{,}17}\right] = [\mathbf{0{,}1843\,;1{,}1977}]$$

الشرح: بثقة قدرها 3.% يمكن القول أن تباين أو زان السدادات المجمعة ببلديات ولاية ميلة يتراوح مابين 0,1843 **و** 1,1977 كلغ.

وعلى هذا الأساس فإن مجال الثقة للإنحراف المعياري عند نفس درجة الثقة يكون بأخذ الجذور التربيعية لحدود مجال الثقة للتباين كما يلي:

$$IC(\sigma)_{90\%} = \left[\sqrt{\frac{n.s^2}{k^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}}};\sqrt{\frac{n.s^2}{k^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}}}\right] = \left[\sqrt{0{,}1843}\,;\sqrt{1{,}1977}\right] = [\mathbf{0{,}4293\,;1{,}0943}]$$

3. تحديد مقدار الخطأ المحتمل ارتكابه في تقدير متوسط وزن السدادات المجمعة في هذه البلديات ككل وهذا بمستوى معنوية 63%، حيث $n = 45$، و $\sigma = 5{,}4$:

لدينا:

$$E = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = Z_{1-\frac{0{,}1}{2}}.\frac{5{,}4}{\sqrt{45}} = Z_{0{,}95}.\frac{5{,}4}{\sqrt{45}} = 1{,}64.\frac{5{,}4}{\sqrt{45}} = \mathbf{1{,}3201}$$

4. لتحسين دقة النتائج في تقدير متوسط $n = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^{2}\ \frac{\sigma^2}{{}^{`}2}$ أوزان السـدادات المجمعـة فـي ولايتـي سطيف وميلة بنسبة 30% هذا يعني تخفيض الخطأ بنفس النسبة حيث:

$$(2 \quad E)$$

على اعتبار أن $\grave{E}$ هو مقدار الخطأ الجديد والذي يساوي:

$$\grave{E} = E(1 - 0{,}34) = 1{,}3201(1 - 0{,}34) = \mathbf{0,\ 8712}$$

ومنه: $$n = \left(Z_{1-\frac{0{,}01}{2}}\right)^2\ \frac{(5{,}4)^2}{(0{,}8712)^2} = \left(Z_{0{,}995}\right)^2\left(\frac{5{,}4}{0{,}8712}\right)^2 = (2{,}58)^2\ \left(\frac{5{,}4}{0{,}8712}\right)^2 = \mathbf{256}$$

أي أن حجم العينة اللازم في هذه الحالة هو 251 بلدية.

المحور الرابع:

اختبار الفرضيات

تمهيد

يعد تاختبار الفرضياتت من أهم الأدوات في الإحصاء الاستدلالي، حيث يُستخدم لتقييم مدى صحة الادعاءات أو الافتراضات حول معالم المجتمع بناءً على بيانات العينة. ويتيح هذا الاختبار إمكانية اتخاذ قرارات علمية مبنية على الأدلة الإحصائية بدلاً من الاعتماد على التخمين أو الخبرة الشخصية. ويُستخدم اختبار الفرضيات في العديد من المجالات، مثل البحث العلمي، الاقتصاد، الطب، والصناعة، حيث يساعد في تحليل الظواهر المختلفة واتخاذ قرارات مستنيرة بشأنها .

يقوم اختبار الفرضيات على أساس المقارنة بين فرضيتين أساسيتين: تالفرضية الصفريةH_0 ت، التي تمثل الافتراض الأساسي أو الحالة الافتراضية التي لا يوجد فيها تأثير أو اختلاف، وتالفرضية البديلةH_1 ، التي تمثل الادعاء الذي يسعى الباحث لإثباته. ويتم قبول أو رفض الفرضية الصفرية بناءً على الأدلة المستخلصة من بيانات العينة، وذلك باستخدام أساليب إحصائية دقيقة .

تمر عملية اختبار الفرضيات بعدة خطوات أساسية، تبدأ تبتحديد الفرضياتت، ثم تاختيار مستوى الدلالة alpha، وهو احتمال ارتكاب الخطأ من النوع الأول (رفض الفرضية الصفرية عندما تكون صحيحة)، يليه تتحديد الاختبار الإحصائي المناسبت بناءً على طبيعة البيانات والتوزيع الإحصائي، ثم تحساب الإحصائية الاختبارية والقيمة الاحتمالية(p)-value)) ت، وأخيرًا تاتخاذ القرارت إما بقبول الفرضية الصفرية أو رفضها لصالح الفرضية البديلة .

تتعدد أنواع اختبارات الفرضيات وفقًا لنوع البيانات وطبيعة المشكلة المدروسة، ومن أهم هذه الاختبارات:(t)-test ستودنت لمقارنة المتوسطات، واختبار تتحليل التباين(ANOVA) ت لمقارنة أكثر من مجموعتين،

يكتسب اختبار الفرضيات أهميته من كونه أداةً قوية لتفسير البيانات واتخاذ القرارات المبنية على الإحصاء، مما يجعله ضروريًا في البحث الأكاديمي، تطوير المنتجات، تحليل الأسواق، والعديد من المجالات الأخرى التي تتطلب اتخاذ قرارات دقيقة استنادًا إلى البيانات التجريبية.

أولا: مفاهيم أساسية

1.1.مفهوم إختبار الفرضيات الإحصائية : (السيد، 2019)

يعتبر موضوع **اختبار الفرضيات الاحصائية Testing of Statistical Hypothesis** الشق الأساسي الثاني لإحصاء الاستدلالي، حيث أن كافة الاجراءات التي تندرج تحت هذا الموضوع يطلق عليها أحيانا مصطلح **اختبار المعنوية Test of Significance**، والذي يعد من المواضيع الأساسية للتطبيقات الاحصائية في مختلف المجالات العملية، ويهتم هذا النوع من الاختبارات باتخاذ القرارات الاحصائية المناسبة.

وعلى هذا الأساس، تعد الاجراءات المتعلقة باختبارات المعنوية أداة أساسية من الأدوات التحليلية الاحصائية، ويعود الفضل الأول في إقتراح هذه الاجراءات لكل من **نيمان وبيرسون** عام **1391** حيث أن الاجراء المتبع في اختبار الفرضيات ينطوي على الخطوات التالية:

- ✓ صياغة فرضية معينة؛
- ✓ اختبار الفرضية؛
- ✓ اتخاذ قرار بشأن الفرضية كنتيجة للاختبار.

إن أغلب الفرضيات الاحصائية تتعلق بمعلمات المجتمع الاحصائي أو التوزيعات الاحتمالية ومثال ذلك متوسط المجتمع وتباينه، والفروق بين المتوسطات والنسب، والعلاقات بين المتغيرات والظواهر المختلفة، كما أنها تتعلق بطبيعة هذه التوزيعات ونوعها.

2.1.تعريف إختبار الفرضية:

يعرف اختبار الفرضية احصائيا بأنه **أسلوب احصائي** يراد به **التأكد** من صحة الفرضية أو عدم صحتها .

وعندما يعتمد هذا الأسلوب على جميع مفردات المجتمع الاحصائي فإن الاستدلال أو الاستنتاج الذي يتم التوصل إليه بشأن الفرضية يكون إما نعم أو لا. أما إذا كان الاختبار يعتمد على **مفردات العينة** التي يتم اختيارها من المجتمع الاحصائي فإن القرار الذي يتم التوصل إليه بشأن الفرضية يكون إما القبول أو الرفض باحتمالات معينة، وهذا يعني أن الأسلوب الذي يعتمد على العينة يترك مجالا لاحتمال الوقوع بالخطأ في اتخاذ القرا رات.

3.1 صياغة الفرضية الاحصائية:

قبل الحديث عن موضوع صياغة الفرضية الاحصائية، ينبغي التعرف على مفهوم الفرضية الاحصائية بشكل عام والفرضية المبدئية والفرضية البديلة بشكل خاص.

-الفرضية الاحصائية:

هي إدعاء، تصريح أو تخمين معين قد يكون صحيحا أو خاطئا حول معلمة أو أكثر لمجتمع إحصائي أو عدد من المجتمعات الاحصائية، وتنقسم الفرضيات الاحصائية إلى نوعين هما:

أ.الفرضيات المتعلقة بمعلمات المجتمعات وتسمى **الفرضيات المعلمية Parametric Hypothesis**؛

ب.الفرضيات المتعلقة بشكل د وال التوزيعات وتسمى **بالفرضيات اللامعلمية non-parametric hypothesis**.

-الفرضية المبدئية والفرضية البديلة:

تصاغ عادة الفرضية الاحصائية في صورة عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية، أو عدم وجود أثر ذو دلالة إحصائية، أو عدم وجود علاقة ذات دلالة إحصائية، حيث يطلق على هذه الفرضية مصطلح **فرضية العدم،**

-الفرضية المبدئية أو **الفرضية الصفرية Null hypothesis** ويرمز لها بـ H_0**.** وهي الفرضية التي نتمسك بها ولا نرفضها إلا في حالة توفر دلائل قوية من واقع العينة تستدعي رفضها. وعمليا فإن فرضية العدم هذه هي التي تكون موضع الاختبار حيث نفرض أنها صحيحة ونحاول تأكيد أو رفض هذا الأمر وهذا بناءا على دلائل العينة. ومن جهة أخرى هناك مكمل لفرضية العدم يصطلح عليه **بالفرضية البديلة Alternative Hypothesis** يرمز لها بالرمز HA أو $H1$**.**

وبناءا عليه يمكن القول أن **لكل مسألة فرضيتان** هما الفرضية المبدئية والفرضية البديلة، وإذا أدى الاختبار إلى رفض الفرضية المبدئية فإننا نعتبر أن الفرضية البديلة صحيحة والعكس صحيح.

ثانيا :الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني :

إذا أدت قاعدة القرار الموضوعة إلى رفض الفرضية المبدئية إعتما د ا على نتائج العينة رغم أنها في الحقيقة صحيحة نقول أننا ارتكبنا خطأ من النوع الأول **Type 1 Error**، في حين إذا أدت إلى قبول الفرضية المبدئية رغم أنها في الحقيقة خاطئة نقول أننا ارتكبنا خطأ من النوع الثاني**Type 2 Error**، ويمكن أن نقلل من الخطأين بتكبير حجم العينة، والجدول رقم (2) يوضح الفرق بين الخطأ من النوع الأول والخطأ من التوع الثاني:

جدول رقم6 :الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني

القرار	الفرضية H_0 صحيحة	الفرضية H_0 خاطئة
قبول الفرضية H_0	صواب	خطأ من النوع الثاني
رفض الفرضية H_0	خطأ من النوع الأول	صواب

-مستوى المعنوية Level of Significance:

نسمي الاحتمال الذي نكون مستعدين وفقه بالمجازفة بارتكاب خطأ من النوع الأول بمستوى المعنوية أو مستوى الدلالة، ونرمز له بالرمز α، ويحدد هذا الإحتمال قبل البدء في إجراء الإختبار أي قبل إجراء عملية المعاينة حتى لا تؤثر النتائج التي نحصل عليها في قرارنا. وفي العادة نستخدم في الحياة العملية مستويات معنوية 2020 أو 2020 وهذا لا يمنع من استخدام مستويات أخرى للمعنوية.[1]

ثالثا: اختبار الطرفين أو ذو جانبين :

في هذا النوع من الاختبار تأخذ قيمة واحدة بالنس بة للفرض ية المبدئية، على عكس الفرض ية البديلة التي تأخذ جميع القيم التي تختلف على هذه القيمة س واء بالزيادة أو بالنقص ان، فعلى س بيل المثال إذا كان اختبارنا يتعلق بمتوس ط المجتمع μ فإننا نقول أنّ الاختبار ذو جانبين إذا كان اهتمامنا منصـ با على تغيرات μ في كلا الاتجاهين)<، >(من قيمة معينة □0 ونصيغ المسألة على النحو التالي:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu = \mu_0 \end{cases}$$

1.3.اختبار الطرف الأيسر:

إذا كان اهتمامنا منص با على تغيرات μ مثلا في اتجاه واحد من قيمة معينة μ2 وكان اهتمامنا بالتغير من الجهة اليسرى فإنّ المسألة تكون على النحو التالي:H

$$\begin{cases} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu \geq \mu_0 \end{cases}$$

2.3 اختبار الطرف الأيمن:

إذا كان اهتمامنا منصبا على تغيرات μ مثلا في اتجاه واحد من قيمة معينة μ2 وكان اهتمامنا بالتغير من الجهة اليمنى فإنّ المسألة تكون على النحو التالي:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \succ \mu_0 \end{cases}$$

رابعا. اختبا رات مقارنة معلمة مجتمع بعدد ثابت

1.4اختبارات المتوسط الحسابي للمجتمع:

1.1.4. اختبار الطرفين أو ذو جانبين:

نفرض أننا نريد إختبار الفرضية التي مفادها أن قيمة متوسط المجتمع هي قيمة معينة μ_2 ، أي:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

1.1.1.4إذا كان حجم العينة كبير $n \geq 30$:

لنفرض أنه تم سحب عينة حجمها $n \geq 30$ من مجتمع يتوزع بمتوسط μ ونريد اختبار الفرضية السابقة ،فإننا نعلم مما سبق أن أفضل مقدر لمتوسط المجتمع هو متوسط العينة $\bar{x}$ ونعلم أنّ:

$$\boldsymbol{Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \to N(0.1)}$$

عند مستوى دلالة α فإن قرار رفض أو عدم رفض الفرضية المبدئية H_0 يكون وفقا لقاعدة اتخاذ القرار التالية:

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.; +Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \to \overline{\mathbf{RH_0}} \\ \mathbf{Z} = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.; +Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \to \boldsymbol{RH_0} \end{cases}$$

حيث:

أ. إذا كان تباين المجتمع معل وم فإن:

$$\sqrt{v(\bar{x})} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

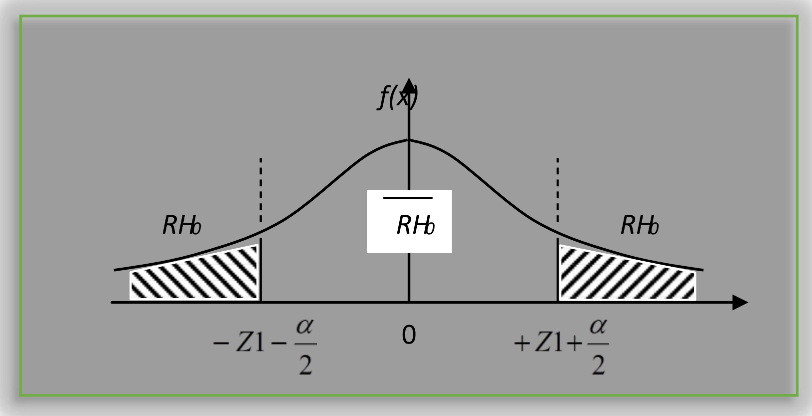
ب.إذا كان تباين المجتمع مجهول فإن: $\sqrt{v(\bar{x})} = \sqrt{\frac{S^2}{n-1}}$

علما أن:

$$\boxed{s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - x)^2}$$

وبناءا عليه فإن قرار رفض أو عدم رفض الفرضية المبدئية في حالة الإختبار ذو جانبين يكون كما هو موضح في الشكل رقم)7(فيما يلي:

شكل رقم: 06 إختبار ذوجانبين



المصدر: من إعداد الباحث

حيث تمثل $\overline{RH}_0$ _ منطقة **عدم الرفض** لـ H_0، في حين تمثل RH_0 منطقة الرفض لـ H_0.

مثال01:

الفترة المعيشية لجهاز كهربائي هي 0571 ساعة مع انحراف معياري قدره 021 ساعة. و قد تم الحصول على هذه النتائج عن طريق عينة عشوائية حجمها 010 جهاز إذا كان μ يمثل الفترة الوسطية المعيشية للأجهزة المنتجة في المؤسسة. و**المطلوب:** اختبر الفرضية التالية عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

$$\begin{cases} H_0: \mu = 1600 \\ H_1: \mu \neq 1600 \end{cases}$$

الحل:

لدينا مجتمع غير محدود و $n = 101$ ، ونعلم أنه في حالة عينة كبيرة فإن قاعدة اتخاذ القرار تكون على النحو التالي:

$$\begin{cases} Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.;+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \rightarrow \overline{RH_0} \\ Z = \dfrac{x - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.;+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \rightarrow RH_0 \end{cases}$$

ولدينا أيضا:

$$\mu_0 = 1600 \quad ; \quad \bar{x} = 1750$$

من جدول التوزيع الطبيعي نجد:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.975} = 1.96$$

ومن جهة أخرى وبالتطبيق العددي للمعطيات نجد:

$$\sqrt{v(\bar{x})} = \frac{s}{\sqrt{n-1}} = \frac{120}{\sqrt{101-1}} = \mathbf{12}$$

و:

$$Z = \frac{1750-1600}{12} = \mathbf{12.5}$$

و:

$$\left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.;+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] = [\mathbf{-1.96;1.96}]$$

وبذلك يكون:

$$\mathbf{12.5 \notin [-1.96;1.96]}$$

أي أن:

$$Z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.;+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \rightarrow \boldsymbol{R}\mathbf{H_0}$$

هذا يعني أن القرار هو **رفض الفرضية المبدئية $\mathbf{H_0}$** عند مستوى المعنوية $\alpha= 5\%$، أي أننا لا نقبل أن الفترة الوسطية المعيشية للأجهزة الكهربائية هي 0922 سا.

1.1.4. إذا كان حجم العينة صغير $n < 30$:

لنفرض أننا سحبنا عينة عشوائية حجمها $n < 30$ من مجتمع غير محدود يتوزع توزيع طبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2 مجهولين. وفي هذه الحالة نعلم مما سبق أنّ:

$$\boldsymbol{T} = \frac{\bar{\boldsymbol{x}}-\mu_0}{\sqrt{\frac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}} \rightarrow \boldsymbol{t_{n-1}}$$

عند مستوى دلالة α فإن قرار رفض أو عدم رفض الفرضية المبدئيةH_0 تحت هذه الشروط يكون وفقا لقاعدة اتخاذ القرار التالية:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T}=\dfrac{\bar{\boldsymbol{x}}-\mu_0}{\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}}\in\left[-t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}};+t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}\right]\to\overline{\mathrm{RH}_0} \\ \boldsymbol{T}=\dfrac{\bar{\boldsymbol{x}}-\mu_0}{\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}}\notin\left[-t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}};+t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}\right]\to R\mathrm{H}_0 \end{cases}$$

مثال02:

قمنا بسحب عينة حجمها$\boldsymbol{n}=\mathbf{17}$ من مجتمع غير محدود يتوزع توزيع طبيعي بمتوسط وتباين مجهولين فوجدنا أن: $\bar{x}=11,\ \ S=2$.

عند مستوى المعنوية $\alpha=5\%$ اختبر صحة الفرضية التالية:

$$\begin{cases} H_0:\mu=10 \\ H_1:\mu\neq10 \end{cases}$$

الحل:

لدينا مجتمع غير محدود بالإضافة إلى:

$\bar{\boldsymbol{x}}=\mathbf{11}$, $\boldsymbol{S}=\mathbf{2}$, $\boldsymbol{n}=\mathbf{17}$, $\alpha=\mathbf{5\%}$

ونعلم أنه في حالة عينة صغيرة فإن قاعدة اتخاذ القرار تكون كما يلي:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T}=\dfrac{\bar{\boldsymbol{x}}-\mu_0}{\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}}\in\left[-t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}};+t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}\right]\to\overline{\mathrm{RH}_0} \\ \boldsymbol{T}=\dfrac{\bar{\boldsymbol{x}}-\mu_0}{\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}}\notin\left[-t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}};+t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}\right]\to R\mathrm{H}_0 \end{cases}$$

من جدول توزيع ستيودنت نجد : $t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}=t_{16;0.975}=\mathbf{2.12}$

ومن جهة أخرى فإن:

$$\frac{s}{\sqrt{n-1}}=\frac{2}{\sqrt{17-1}}=\mathbf{0.5}$$

وبذلك يكون:

$$T=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sqrt{\dfrac{s^2}{n-1}}}=\frac{11-10}{0.5}=\mathbf{2}$$

ومنه:

$$\left[-t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}};t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}\right]=[\mathbf{-2.12};\mathbf{+2.12}]$$

وبمـا أن $\mathbf{2}\in[\mathbf{-2.12};+\mathbf{2.12}]$ فإننـا لا نـرفض H_0، أي أن القـرار هـو $\overline{RH_0}$ وبـذلك نعتبـر أن متوسـط المجتمع **يساوي** فعلا **11.**

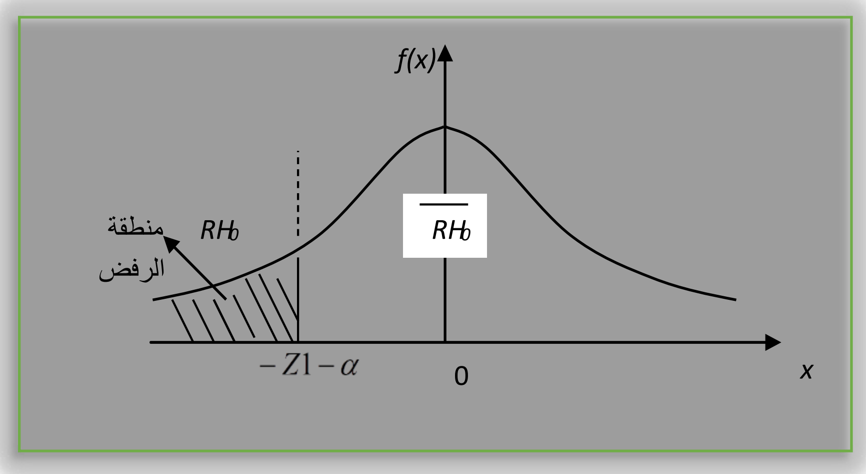
- اختبار ذو طرف أيسر:

لنفرض أنـه تم سـحب عينـة حجمهـا $n\geq 30$ مـن مجتمـع يتـوزع بمتوسـط μ ونريـد اختبـار الفرضـية التالية:

$$\begin{cases}H_0:\mu\geq\mu_0\\H_1:\mu<\mu_0\end{cases}$$

إذا كان الاختبار ذو طرف أيسر فإن منطقتـي الرفض والقبـول تكونـان كمـا هـو موضـح فـي الشكل رقم **(8)**:

شكل رقم: 07 منطقتي القبول والرفض في الاختبار ذو الطرف الأيسر



عند مستوى دلالة α فإن قرار رفض أو عدم رفض الفرضية المبدئية H_0 يكون وفق القاعدة اتخاذ القرار التالية:

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\overline{x})}} \geq -Z_{1-\propto} \rightarrow \overline{RH_0} \\ \mathbf{Z} = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\overline{x})}} < -Z_{1-\propto} \rightarrow RH_0 \end{cases}$$

ملاحظة:

إذا كانت $n < 30$ فإن قاعدة اتخاذ القرار تكون كما يلي:

$$\begin{cases} T = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{s^2}{n-1}}} \geq -t_{n-1;1-\propto} \rightarrow \overline{\mathrm{RH_0}} \\ T = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{s^2}{n-1}}} < -t_{n-1;1-\propto} \rightarrow RH_0 \end{cases}$$

1.9.اختبار ذو طرف أيمن:

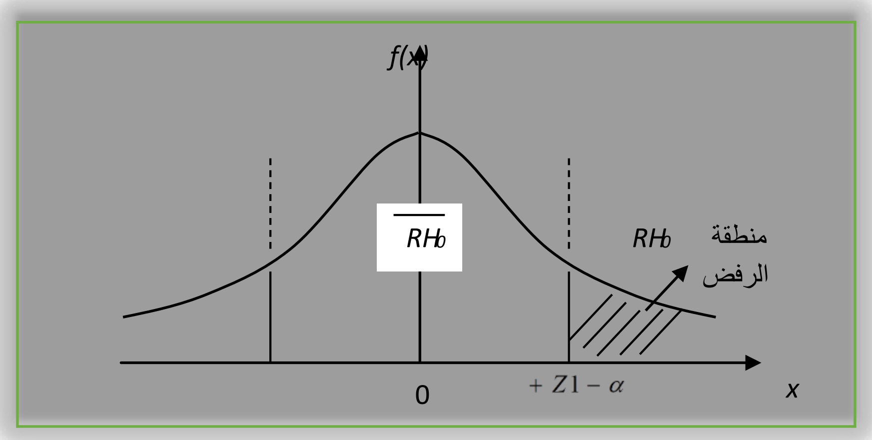
1.9.1. إذا كان حجم العينة كبير $n \geq 30$:

لنفرض أنـه تـم سـحب عينـة حجمهـا $n \geq 30$ مـن مجتمـع يتـوزع بمتوسـط μ ونريـد اختبـار الفرضية:

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq \mu_0 \\ H_1: \mu > \mu_0 \end{cases}$$

إذا كان الاختبار ذو طرف أيمن فإن منطقتـي الـرفض والقبـول تكونـان كمـا هـو موضـح فـي الشكل رقم(3):

شـــــكل رقـــــم: 08 منطقتـــــي القبـــــول والـــــرفض فـــــي الاختبـــــار ذو الطـــــرف الأيســـــر



المصدر : من إعداد الباحثة

عند مستوى دلالة α فإن قرار رفض أو عدم رفض الفرضية المبدئية H_0 يكون وفقا لقاعدة اتخاذ القرار التالية:

$$\begin{cases} Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \leq +Z_{1-\propto} \to \overline{\mathbf{RH_0}} \\ Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} > +Z_{1-\propto} \to \boldsymbol{RH_0} \end{cases}$$

1.9.1. إذا كان حجم العينة صغير $n < 30$:

إذا كانت $n < 30$ فإن قاعدة اتخاذ القرار تكون كما يلي:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T} = \dfrac{\bar{\boldsymbol{x}} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}} \leq +t_{n-1;1-\propto} \to \overline{\mathrm{RH}_0} \\ \boldsymbol{T} = \dfrac{\bar{\boldsymbol{x}} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}} > +t_{n-1;1-\propto} \to R\mathrm{H}_0 \end{cases}$$

1.اختبا رات النسبة p:

إذا كان الاختبار ذو طرفين كما في الفرضية التالية:

$$\begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p \neq p_0 \end{cases}$$

فعند مستوى دلالة α يكون قرار رفض أو عدم رفض الفرضية المبدئية H_0 وفقا لقاعدة اتخاذ القرار التالية:

$$\begin{cases} Z = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{v(f)}} \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.; +Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \rightarrow \overline{\mathrm{RH}_0} \\ Z = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{v(f)}} \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.; +Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \rightarrow R\mathrm{H}_0 \end{cases}$$

مع العلم أن:

$$\boxed{v(f) = \frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

ملاحظة1:

إذا كان الاختبار **ذو طرف أيسر** فعند مستوى دلالة معين α يُبنى القرار حسب قاعدة اتخاذ القرار التالية:

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{v(f)}} \geq -Z_{1-\alpha} \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ \mathbf{Z} = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{v(f)}} < -Z_{1-\alpha} \rightarrow R\mathbf{H_0} \end{cases}$$

ملاحظة1:

إذا كان الاختبار **ذو طرف أيمن** فعند مستوى دلالـة معين α يُبنـى القرار حسب قاعدة اتخـاذ القرار التالية:

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{v(f)}} \leq +Z_{1-\alpha} \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ \mathbf{Z} = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{v(\mathbf{f})}} > +Z_{1-\alpha} \rightarrow R\mathbf{H_0} \end{cases}$$

مثال03:

أعلنـت مؤسسـة أن 60% من منتجاتها صـالحة للاستعمال طبقـا للمعـايير المعمـول بهـا عالميـا، عنـد دراسـة لعينـة حجمهـا 022 اتضـح أن 08 منتـوج غيـر مقبـول. و**المطلـوب:** اختبـر الفرضـية التاليـة عنـد مستوى دلالة 0%:

$$\begin{cases} H_0 : P = 0.06 \\ H_1 : P \neq 0.06 \end{cases}$$

الحل:

لدينا: $n = 200 \qquad \alpha = 0.05$

$$r = 18 \rightarrow f = \frac{r}{n} = \frac{18}{200} \rightarrow f = \mathbf{0.09}$$

قاعدة اتخاذ القرار هي:

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \dfrac{\boldsymbol{f} - \boldsymbol{p_0}}{\sqrt{\boldsymbol{v}(\boldsymbol{f})}} \in \left[-\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}.; +\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}\right] \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ \mathbf{Z} = \dfrac{\boldsymbol{f} - \boldsymbol{p_0}}{\sqrt{\boldsymbol{v}(\boldsymbol{f})}} \notin \left[-\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}.; +\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}\right] \rightarrow \boldsymbol{R}\mathbf{H_0} \end{cases}$$

لدينا:

$$Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.025} = Z_{0.975} = \mathbf{1.96}$$

$$\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = \sqrt{\frac{0.06 \times 0.94}{200}} = \mathbf{0.017}$$

ومنه:

$$Z = \frac{f - p_0}{\sqrt{v(f)}} = \frac{0.09 - 0.06}{0.017} = \mathbf{1.7647}$$

$$\left[-Z_{1-\frac{\propto}{2}}.; +Z_{1-\frac{\propto}{2}}\right] = [-1.96; +1.96]$$

بما أنّ:

$.7647 \in [-1.96; +1.96]$

فإننا لا نرفض الفرضية H_0، أي أن القرار هو $\overline{RH_0}$ عند مستوى معنوية 5% مما يعني أننا لا نقبل أن نسبة المنتوج غير المقبول هو 6 %.

ثالثا: تمارين مقترحة حول المحور الرابع

التمرين01:

في دراسة حول أسباب هجرة الأطباء بالجزائر اجريت دراسة استطلاعية لآراء عينة من الأطباء بكل من القطاع الخاص والعمومي حول الموضوع حجمها 622 طبيب فوجد أن متوسط عدد الأطباء الذين يرجعون أسباب الهجرة إلى ظروف العمل الصعبة في هذه العينة هو 422 طبيب علما أن متغير الدراسة هنا يتبع التوزيع الطبيعي بإنحراف معياري قدره 02. **والمطلوب:**

1. هل متوسط عدد الأطباء الذين يرجعون أسباب الهجرة إلى ظروف العمل الصعبة يفوق 022 طبيب عند مستوى دلالة 0%.

1.هل متوسط عدد الأطباء الذين يرجعون أسباب الهجرة إلى ظروف العمل الصعبة يقل عن 500 طبيب عند مستوى دلالة 0%.

التمرين02:

صرحت الجهات الرسمية أن نسبة المتخرجين من الجامعة الذين يحصلون على عمل في السنة الأولى التي تلي تخرجهم هي 92 %. للتأكد من صحة هذا التصريح تم سحب عينة حجمها 622 طالب متخرج فوجد أن نسبة الحصول على عمل في السنة الأولى التي تلي تخرجهم هي 99%. **والمطلوب:** اختبر صحة هذا التصريح عند مستوى معنوية 0%.

التمرين3:

تدعي إحدى القنوات الإخبارية بالجزائر أن نسبة الأطفال المصابين بالتوحد لا تتجاوز 0%، وبغرض متابعة الموضوع تم أخذ عينة من 82 طفل فوجد أن 9 أطفال منهم مصابين بهذا المرض **والمطلوب:** عند مستوى دلالة 0% اختبر صحة ادعاء هذه القناة الاخبارية.

التمرين04:

تدعي إدارة أحد المصانع لصناعة نوع معين من الأنابيب المعدنية بأن الوسط الحسابي لطول قطر الأنابيب المصنعة في هذا المصنع مطابق للمواصفات ويساوي 0 سم وللتأكد من صحة قوله سحبت عينة عشوائية من الانتاج الكلي تحتوي على 50 أنبوب معدني فكانت أطوال أقطارها كما يلي:

1.83	**1.34**	**1.37**	**1.33**	**1.31**	**1.81**	**1.84**	**1.3**	**1**
1.14	**1.11**	**1.3**	**1.31**	**1.31**	**1.37**	**1**	**1.11**	**1.1**
1.11	**1.13**	**1.17**	**1.11**	**1.38**	**1.34**	**1.39**	**1.3**	**1.11**
_	**1.19**	**1.38**	**1.31**	**1.1**	**1.18**	**1.3**	**1.3**	**1.83**

حيث: $\sum_{i=1}^{35}(x_i-\bar{x})^2 = 2.7335$

إذا علمت أن أطوال أقطار الأنابيب تتوزع طبيعيا **فالمطلوب:** اختبر صحة إدعاء إدارة هذا المصنع عند مستوى معنوية 20.2.

التمرين05:

قامت إحدى الشركات باستيراد شحنة كبيرة من الأجهزة الكهرومنزلية وقد تعهدت الشركة المصدرة لهذه الأجهزة بأن لا تزيد نسبة الأجهزة المعيبة في الشحنة عن 5%، تم اختيار عينة عشوائية من 02 جهاز من هذه الشحنة فتبين وجود 0 جهاز معيب. **والمطلوب:** هل يمكن القول عند مستوى معنوية 0% أن الشركة المصدرة للأجهزة الكهرومنزلية قد إلتزمت بتعهدها؟ **التمرين1:**

تلقت مؤسسة شحنة من الإطارات المطاطية للسيارات وترغب في تقدير متوسط مدة حياة هذه الإطارات لأجل ذلك تم سحب عينة مكونة من 00 إطار مطاطي فتم التوصل إلى أن مدة حياتها مجتمعة تساوي 689222 كلم علما أن مدة حياة هذه الإطارات عبارة عن متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي، بالإضافة إلى أن:$\sum_{i=1}^{25}(x_i-\bar{x})^2 = 153600$. تدعي المؤسسة المصنعة لهذه الإطارات أن متوسط مدة حياة الإطارات المطاطية في الشحنة هي 40222 كلم ،**والمطلوب:** اختبر مدى صحة هذا الإدعاء عند مستوى ثقة 60%.

رابعا: حل التمارين المقترحة حول المحور الثالث

حل التمرين 1:

1. هل متوسط عدد الأطباء الذين يرجعون أسباب الهجرة إلى ظروف العمل الصعبة يفوق 022

رضية

طبيب عند مستوى دلالة 0% ؟ أي أنه هنا يراد اختبار الف 500التالية:

$$\begin{cases} H_0 : \mu \leq 500 \\ H_1 : \mu \geq 500 \end{cases}$$

نلاحظ أن الاختبار هنا ذو جانب أيمن و $n \leq 30$ ومنه فإن قاعدة إتخاذ القرار تكون على النحو التالي:

$$\begin{cases} Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \leq +Z_{1-\alpha} \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} > +Z_{1-\alpha} \rightarrow \boldsymbol{RH_0} \end{cases}$$

لدينا:

$$\bar{x} = 400 \quad ; \quad \sigma = 50 \quad ; \quad \mu_0 = 500 \quad ; \quad n = 900$$

$$\sqrt{v(\bar{x})} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{50}{\sqrt{900}} = \frac{50}{30} = \mathbf{1,6667}$$

$$Z_{1-\alpha} = Z_{1-0,01} = Z_{0,99} = \mathbf{2,3263}$$

$$Z = \frac{400 - 500}{1,6667} = \mathbf{-59,9988}$$

نلاحظ أن:

$$Z = \mathbf{-59,9988} \leq Z_{1-\alpha} = \mathbf{2,3263} \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}}$$

أي أن القرار هو **عدم رفض** $\boldsymbol{H_0}$ بمعنى أن متوسط عدد الأطباء الذين يرجعون أسباب الهجرة إلى ظروف العمل الصعبة لا يفوق 022 طبيب.

1.هل متوسط عدد الأطباء الذين يرجعون أسباب الهجرة إلى ظروف العمل الصعبة يقل عن 500 طبيب عند مستوى دلالة 0% ؟ في هذه الحالة يراد إختبار الفرضيات التالية:

H 500

$$\begin{cases} H_0 : \mu \leq 500 \\ H_1 : \mu \geq 500 \end{cases}$$

ويصبح الإختبار هنا ذو جانب أيسر و $n \leq 30$ أيضا وبذلك تكون قاعدة إتخاذ القرار على النحو التالي:

$$\begin{cases} Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} \geq -Z_{1-\propto} \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{v(\bar{x})}} < -Z_{1-\propto} \rightarrow \boldsymbol{R}\mathbf{H_0} \end{cases}$$

لدينا:

$$Z = \frac{400 - 500}{1{,}6667} = -\mathbf{59{,}9988}$$

$$-Z_{1-\propto} = Z_{1-0{,}05} = Z_{0{,}95} = -\mathbf{1{,}6449}$$

نلاحظ أن:

$$Z = -\mathbf{59{,}9988} < -Z_{1-\propto} = -\mathbf{1{,}6449} \rightarrow \boldsymbol{R}\mathbf{H_0}$$

أي أن القرار هو **رفض الفرضية المبدئية** H_0 بمعنى أن متوسط عدد الأطباء الذين يرجعون أسباب الهجرة إلى ظروف العمل الصعبة يقل تماما عن 022 طبيب.

حل التمرين 02:

يمكن صياغة الفرضيات التالية:

$$\begin{cases} H_0: p = 70\% \\ H_1: p \neq 70\% \end{cases}$$

الإختبار هنا ذو جانبين و $n = 900 \geq 30$ وعليه تكون قاعدة إتخاذ القرار في هذه الحالة كما يلي:

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \dfrac{\boldsymbol{f} - \boldsymbol{p_0}}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} \in \left[-\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}. ; +\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}\right] \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ \mathbf{Z} = \dfrac{\boldsymbol{f} - \boldsymbol{p_0}}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} \notin \left[-\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}. ; +\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}\right] \rightarrow \boldsymbol{R}\mathbf{H_0} \end{cases}$$

لدينا:

$$n = 900 \quad ; \quad p_0 = 70\% = \mathbf{0{,}7} \quad ; \quad f = 67\% = \mathbf{0{,}67}$$

$$\mathbf{Z} = \frac{f - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.67 - 0{,}7}{\sqrt{\dfrac{0{,}7(1-0{,}7)}{900}}} = -\mathbf{1{,}9736}$$

$$Z_{1-\frac{\propto}{2}} = Z_{1-\frac{0{,}01}{}} = Z_{0{,}995} = \mathbf{2{,}5758} \Rightarrow \left[-Z_{1-\frac{\propto}{2}}. ; +Z_{1-\frac{\propto}{2}}\right] = [-\mathbf{2{,}5758} ; +\mathbf{2{,}5758}]$$

2

نلاحظ أن : $\mathbf{Z} = -\mathbf{1,9736} \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.;+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] = [-2,5758\,;+2,5758] \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}}$

أي أن القرار هو **عدم رفض الفرضية المبدئية** H_0 بمعنى أن تصريح الجهات الرسمية صحيح والذي ينص على أن نسبة المتخرجين من الجامعة الذين يحصلون على عمل في السنة الأولى التي تلي تخرجهم هي 92%.

حل التمرين03:

نريد اختبار الفرضية التالية:

$$\begin{cases} H_0: p \leq 5\% \\ H_1: p > 5\% \end{cases}$$

نلاحظ أن الاختبار هنا ذو جانب أيمن و $n \geq 30$ ومنه فإن قاعدة إتخاذ القرار تكون على النحو التالي:

$$\begin{cases} Z = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} \leq +Z_{1-\alpha} \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ Z = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} > +Z_{1-\alpha} \rightarrow \boldsymbol{RH_0} \end{cases}$$

لدينا:

$$f = \frac{6}{80} = 75\% \qquad ; \qquad p_0 = 5\% \quad ; \quad n = 80$$

$$Z_{1-\alpha} = Z_{1-0,01} = Z_{0,99} = \mathbf{2,3263}$$

$$Z = \frac{0.075 - 0.05}{\sqrt{\dfrac{0,05(1-0,05)}{80}}} = \mathbf{1,026}$$

نلاحظ أن:

$$Z = \mathbf{1,026} \leq Z_{1-\alpha} = \mathbf{2,3263} \rightarrow \overline{\boldsymbol{RH_0}}$$

أي أن القرار هو **عدم رفض الفرضية المبدئية** H_0 بمعنى أن إدعاء هذه القناة الإخبارية صحيح والذي مفاده أن نسبة الأطفال المصابين بالتوحد في الجزائر لا تتجاوز 0%.

حل التمرين04:

نريد اختبار صحة الفرضية التالية:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 2 \\ H_1: \mu \neq 2 \end{cases}$$

بما أن $n = 35 \geq 30$ و الإختبار ذو جانبين فإن قاعدة إتخاذ القرار هي:

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \dfrac{\overline{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{\mu_0}}{\sqrt{\boldsymbol{v}(\overline{\boldsymbol{x}})}} \in \left[-\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}.;+\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}\right] \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ \mathbf{Z} = \dfrac{\overline{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{\mu_0}}{\sqrt{\boldsymbol{v}(\overline{\boldsymbol{x}})}} \notin \left[-\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}.;+\boldsymbol{Z}_{\mathbf{1}-\frac{\propto}{\mathbf{2}}}\right] \rightarrow \boldsymbol{RH_0} \end{cases}$$

حيث σ^2 مجهول وعليه:

$$\boldsymbol{v}(\overline{\boldsymbol{x}}) = \frac{\boldsymbol{s}}{\sqrt{\boldsymbol{n}-\mathbf{1}}}$$

$$\overline{\boldsymbol{x}} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{69{,}32}{35} = \mathbf{1{,}98}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{2{,}7335}{35}} = 0{,}28$$

$$v(\bar{x}) = \frac{0{,}28}{\sqrt{35-1}} = \mathbf{0{,}048}$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{1-\frac{0{,}05}{2}} = Z_{0{,}975} = 1{,}96 \Rightarrow \left[-Z_{1-\frac{\propto}{2}}.;+Z_{1-\frac{\propto}{2}}\right] = [-\mathbf{1{,}96}.;+\mathbf{1{,}96}]$$

$$\mathrm{Z} = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\overline{v(\bar{x})}} = \frac{1{,}98-2}{\sqrt{0{,}048}} = \frac{-0{,}02}{0{,}219} = -\mathbf{0{,}0913}$$

$\sqrt{}$

ونلاحظ أن: $\mathrm{Z} = -\mathbf{0{,}0913} \in \left[-Z_{1-\frac{\propto}{2}}.;+Z_{1-\frac{\propto}{2}}\right] = [-1{,}96.;+1{,}96] \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}}$

أي أن القرار هو **عدم رفض الفرضية المبدئية $\mathbf{H_0}$** مما يعني أن إدعاء إدارة هذا المصنع صحيح بأن الوسط الحسابي لطول قطر الأنابيب التي يصنعها مطابق للمواصفات ويساوي 0 سم.

حل التمرين05:

لإختبار مدى التزام الشركة بتعهدها نقوم بصياغة الفرضيات التالية:

$$\begin{cases} H_0: p \leq 3\% \\ H_1: p > 3\% \end{cases}$$

الإختبار ذو جانب أيمن وعليه قاعدة اتخاذ القرار هي:

$$\begin{cases} Z = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} \le +Z_{1-\propto} \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}} \\ Z = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} > +Z_{1-\propto} \rightarrow \boldsymbol{RH_0} \end{cases}$$

لدينا:

$$f = \frac{2}{50} = \mathbf{0,04} \quad ; \quad p_0 = 3\%$$

$$Z = \frac{f - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0,04 - 0,03}{\sqrt{\dfrac{0,03(0,97)}{50}}} = \mathbf{0.4145}$$

$$Z_{1-\propto} = Z_{1-0,01} = Z_{0,99} = \mathbf{2,3263}$$

بما أن:

$$Z = \mathbf{0.4145} \le Z_{1-\propto} = \mathbf{2,3263} \rightarrow \overline{\mathbf{RH_0}}$$

أي أن القرار هو عدم رفض الفرضية المبدئية مما يدل أن الشركة قد إلتزمت بتعهدها.

حل التمرين06:

لإختبار صحة إدعاء الشركة نقوم بصياغة الفرضيات التالية:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 42000 \\ H_1: \mu \neq 42000 \end{cases}$$

بما أن حجم العينة صغير $n = 25 < 30$ والإختبار ذو جانبين فإن قاعدة إتخاذ القرار تعطى بالصيغة التالية:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T} = \dfrac{\overline{\boldsymbol{x}} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}} \in \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}; +t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\right] \rightarrow \overline{\mathrm{RH_0}} \\ \boldsymbol{T} = \dfrac{\overline{\boldsymbol{x}} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{s^2}}{\boldsymbol{n-1}}}} \notin \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}; +t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\right] \rightarrow R\mathrm{H_0} \end{cases}$$

لدينا:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{987000}{25} = \mathbf{39480} \quad ; \quad \mu_0 = \mathbf{42000}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2}{n} = \frac{153600}{25} = \mathbf{6144} \Rightarrow \sqrt{\frac{s^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{6144}{25-1}} = \sqrt{256} = \mathbf{16}$$

وبذلك يكون:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\frac{s^2}{n-1}}} = \frac{39480 - 42000}{16} = \mathbf{-157,5}$$

لدينا أيضا:

$$t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} = t_{1-\frac{0,05}{2};25-1} = t_{0,975;24} = \mathbf{2,06}$$

أي أن:

نلاحظ أن:

$$\left[-t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}; +t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\right] = [\mathbf{-2,06}\,; \mathbf{+2,06}]$$

$$T = \mathbf{-157,5} \notin \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}; +t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\right] = [\mathbf{-2,06}\,; \mathbf{+2,06}] \rightarrow \boldsymbol{R}\mathbf{H_0}$$

أي أن القرار هنا هو رفض الفرضية المبدئية $\mathbf{H_0}$ مما يعني أن إدعاء هذه الشركة كاذب وغير صحيح.

الخاتمة

يعتبر مقياس تإحصاء 04 من المقررات الأساسية التي تُساعد الطلبة على فهم المفاهيم المتقدمة في الإحصاء الاستدلالي، حيث يركز على أدوات تحليل البيانات التي تستخدم لاستخلاص استنتاجات دقيقة حول المجتمعات الإحصائية بناءً على عينات محدودة. من خلال دراسة مواضيع مثل تتوزيعات المعاينة، نظرية التقدير، واختبار الفرضيات، يكتسب الطلبة مهارات تحليلية تمكنهم من اتخاذ قرارات مبنية على أسس علمية، سواء في البحوث الأكاديمية أو في مجالات الاقتصاد والتجارة وإدارة الأعمال.

لقد مكّن هذا المقياس الطلبة من التعرف على منهجيات الإحصاء الاستدلالي، وكيفية تطبيقها باستخدام أدوات وتقنيات حديثة مثل تالبرمجيات الإحصائية SPSS، Excelت، مما يعزز قدراتهم على التعامل مع المشكلات الحقيقية التي تتطلب تحليلًا إحصائيًا دقيقًا. إضافة إلى ذلك، فإن التمارين التطبيقية التي شملها المقياس ساهمت في ترسيخ المفاهيم النظرية وتعزيز القدرة على حل المشكلات الإحصائية بشكل فعال.

وبناءً على ذلك، فإن إتقان مفاهيم إحصاء 04 لا يقتصر فقط على اجتياز المقياس الأكاديمي، بل يمتد ليكون أداة ضرورية في البحث العلمي واتخاذ القرارات المستندة إلى البيانات، مما يجعل هذا المقياس عنصرًا أساسيًا في تكوين خلفية علمية قوية للطلبة في مختلف التخصصات ذات الصلة بالإحصاء

والتحليل الكمي.

المراجع:

مراجع باللغة العربية

- أبو زيد، فريد. مبادئ الإحصاء الاستدلالي وتطبيقاته. دار الفكر العربي، 2017.
- أبو قورة، أحمد. الإحصاء التطبيقي وتحليل البيانات. دار المسيرة، 2019.
- الجبوري، علي حسين. مدخل إلى الإحصاء والاحتمالات. جامعة بغداد، 2015.
- الحناوي، عبد الحميد. التحليل الإحصائي باستخدام SPSS. دار الفكر، 2020.
- الديب، محمد عبد العظيم. الإحصاء بين النظرية والتطبيق. دار النهضة، 2018.
- السامرائي، حيدر. أساسيات الإحصاء الاستدلالي. جامعة الموصل، 2016.
- الصباغ، أحمد. الإحصاء في العلوم الاجتماعية. دار اليازوري، 2019.
- الطاهر، عبد الكريم. المعالجة الإحصائية للبيانات. دار الفكر، 2021.
- القحطاني، محمد. الاحتمالات وتطبيقاتها في الإحصاء. جامعة الملك سعود، 2017.
- المومني، خالد. الإحصاء وأساليب البحث العلمي. دار صفاء، 2018.
- بكر، عبد الرحمن. مبادئ الإحصاء الرياضي. دار الجامعات المصرية، 2020.
- حمود، محمود. التحليل الإحصائي للمتغيرات الاقتصادية. دار الفكر، 2016.
- خليل، حسن. مدخل إلى الإحصاء التطبيقي. دار المعرفة، 2019.
- صالح، كمال. طرق تحليل البيانات الإحصائية. دار الصفاء، 2018.
- عبد الباسط، محمد. التطبيقات الإحصائية في البحوث العلمية. دار الفكر، 2021.
- عبد الله، ياسين. الإحصاء في البحث العلمي. دار الجيل، 2017.
- علي، محمود. الأساليب الإحصائية وتطبيقاتها العملية. دار الفكر، 2020.
- كمال، زين الدين. أساسيات الإحصاء في العلوم الإدارية. دار الفكر، 2016.
- إبراهيم، أحمد. مبادئ الإحصاء الاستدلالي. دار المسيرة للنشر والتوزيع، الأردن، 2015.
- فياض، محمد. مبادئ الإحصاء والتقدير الإحصائي. دار وائل للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2017.
- شحادة، فريد. الإحصاء التطبيقي وتحليل البيانات. دار الفكر العربي، القاهرة، 2018

مراجع باللغة الأجنبية:

- Agresti, Alan. Statistical Methods for the Social Sciences. Pearson, 2018.
- Agresti, Alan, & Finlay, B. Statistical Methods for the Social Sciences (4th ed.). Pearson, 2009.
- Anderson, David R. Modern Business Statistics with Microsoft Excel. Cengage Learning, 2020.
- Bartholomew, David J. Analysis of Multivariate Social Science Data. Chapman & Hall, 2017.
- Bluman, Allan G. Elementary Statistics: A Step by Step Approach. McGraw-Hill, 2017.
- Casella, George, & Berger, Roger L. Statistical Inference. Duxbury Press, 2002.
- Casella, George, & Berger, Roger L. Statistical Inference. Duxbury, 2017.
- Cohen, Jacob. Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences. Routledge, 2018.
- Cochran, William G. Sampling Techniques. 3rd ed., Wiley, 1977.
- Freedman, David. Statistical Models: Theory and Practice. Cambridge University Press, 2017.
- Freund, J. E., & Perles, B. M. Modern Elementary Statistics (12th ed.). Pearson, 2007.
- Gujarati, Damodar N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 2018.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. Basic Econometrics (5th ed.). McGraw-Hill, 2009.
- Hogg, Robert V., & Allen T. Craig. Introduction to Mathematical Statistics. Pearson, 2019.
- Hogg, R. V., McKean, J. W., & Craig, A. T. Introduction to Mathematical Statistics (8th ed.). Pearson, 2019.
- Howell, David C. Statistical Methods for Psychology. Cengage Learning, 2020.
- Johnson, Richard A., & Dean W. Wichern. Applied Multivariate Statistical Analysis. Pearson, 2018.
- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. Applied Multivariate Statistical Analysis (6th ed.). Pearson, 2007.

- Kendall, Maurice G. The Advanced Theory of Statistics. Macmillan, 2016.
- Kish, Leslie. Survey Sampling. Wiley, 1965.
- Kish, L. Survey Sampling. John Wiley & Sons, 1965.
- Lohr, Sharon L. Sampling: Design and Analysis. Chapman & Hall/CRC, 2019.
- Manikandan, S. "Data and Its Types." Journal of Pharmacology & Pharmacotherapeutics, vol. 2, no. 2, 2011, pp. 86-88.
- Montgomery, Douglas C. Design and Analysis of Experiments (9th ed.). John Wiley & Sons, 2017.
- Montgomery, Douglas C. Applied Statistics and Probability for Engineers. Wiley, 2019.
- Montgomery, Douglas C., & Runger, G. C. Applied Statistics and Probability for Engineers (5th ed.). Wiley, 2010.
- Montgomery, Douglas C., & Runger, G. C. Applied Statistics and Probability for Engineers (7th ed.). Wiley, 2020.
- Mood, Alexander M., Franklin A. Graybill, & Duane C. Boes. Introduction to the Theory of Statistics. McGraw-Hill, 2017.
- Moore, David S., & William I. Notz. Statistics: Concepts and Controversies. W. H. Freeman, 2017.
- Ott, R. Lyman, & Michael Longnecker. An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis. Cengage Learning, 2020.
- Ross, S. M. Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists (6th ed.). Academic Press, 2021.
- Siegel, Sidney. Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences. McGraw-Hill, 2018.
- Snedecor, G. W., & Cochran, W. G. Statistical Methods (8th ed.). Iowa State University Press, 1989.
- Tabachnick, Barbara G., & Linda S. Fidell. Using Multivariate Statistics. Pearson, 2019.
- Thompson, Steven K. Sampling. 3rd ed., Wiley, 2012.

- Wackerly, D. D., Mendenhall, W., & Scheaffer, R. L. Mathematical Statistics with Applications (7th ed.). Cengage Learning, 2008.

- Wackerly, D. D., Mendenhall, W., & Scheaffer, R. L. Mathematical Statistics with Applications (7th ed.). Cengage Learning, 2014.

- Wonnacott, Thomas H., & Ronald J. Wonnacott. Introductory Statistics. Wiley, 2018.

- Etikan, I., Musa, S. A., & Alkassim, R. S. "Comparison of Convenience Sampling and Purposive Sampling." American Journal of Theoretical and Applied Statistics, vol. 5, no. 1, 2016, pp. 1-4.

فهرس الأشكال

المحتويات	الصفحة
المقدمة	خ
الفصل الأول: الإطار المفاهيمي للإحصاء الاستدلالي	25-01
تمهيد:	01
أولا: مفهوم الاحصاء الاستدلالي	03-01
1. تعريفه	02-01
2. المجتمع، العينة، المعالم ،الاحصائيات والمتغيرات	03-02
3. معالم المجتمع	03
ثانيا: البيانات الاحصائية	05-03
1.طبيعة البيانات	04-03
2.مصادر جمع البيانات	04
3.طرق جمع البيانات	05-04
4.أساليب جمع البيانات	05
ثالثا: المعاينة الإحصائية	08-05
1.خطوات تصميم العينة	06-05
2.أقسام المعاينة	09-06
رابعا: مصادر الأخطاء في العينات	09
1.أخطاء المعاينة العشوائية	09
2.أخطاء التحيز	09
خامسا: التوزيعات الاحتمالية المتصلة	17-10
1.التوزيع الطبيعي	13-10
2.توزيع كاي تربيع	14-13